

**UNIVERSITATEA PEDAGOGICĂ DE STAT
„ION CREANGĂ” DIN CHIȘINĂU**

Cu titlu de manuscris
C.Z.U.: 37.016:519.17:004.4(043.3)

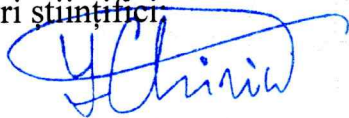
BOSTAN MARINA

**IMPLEMENTAREA NOILOR TEHNOLOGII
INFORMAȚIONALE ÎN PROCESUL DE STUDIERE
A DISCIPLINEI UNIVERSITARE „TEORIA GRAFURILOR”**

**532.02 – DIDACTICĂ ȘCOLARĂ
(PE TREPTE ȘI DISCIPLINE DE ÎNVĂȚĂMÂNT)**

Teză de doctor în științe ale educației

Conducători științifici:



Chiriac Liubomir, doctor habilitat în științe
fizico-matematice, profesor universitar

Hariton Andrei, doctor în pedagogie,
profesor universitar

Autor:



Bostan Marina

CHIȘINĂU, 2025

©Bostan Marina, 2025

CUPRINS

ADNOTARE.....	5
LISTA TABELELOR	8
LISTA FIGURILOR.....	10
LISTA ABREVIERILOR	12
INTRODUCERE.....	13
1. FUNDAMENTELE TEORETICO-METODOLOGICE ALE STUDIERII CURSULUI „TEORIA GRAFURILOR” PRIN UTILIZAREA TEHNOLOGIILOR INFORMAȚIONALE	26
1.1. Evoluția Teoriei Grafurilor din perspectiva modelării lumii reale și aplicabilității. Istoria dezvoltării Teoriei Grafurilor.....	26
1.2. Abordări didactice privind studierea teoriei grafurilor în sistemul de educație din diverse țări. Studiu comparativ	38
1.3. Analiza comparativă privind utilizarea tehnologiilor informaționale în procesul de predare-învățare-evaluare a Teoriei Grafurilor.....	48
1.4. Concluzii la capitolul 1.....	56
2. MODELUL PEDAGOGIC ȘI METODOLOGIA IMPLEMENTĂRII TEHNOLOGIILOR INFORMAȚIONALE ÎN PROCESUL DE STUDIERE A TEORIEI GRAFURILOR	58
2.1. Necesitatea implementării tehnologiilor informaționale și strategiilor didactice interactive în studierea Teoriei Grafurilor.....	58
2.2. Elaborarea modelului pedagogic de studiere a Teoriei Grafurilor din perspectiva implementării TI	64
2.3. Metodologia implementării modelului pedagogic	77
2.4. Aplicarea conceptului STEM în studierea Teoriei Grafurilor. Conceptul învățării interactiv-tehnologizat	113
2.5. Recomandări didactice privind implementare modelului pedagogic.....	130
2.6. Concluzii la capitolul 2.....	134
3. VALIDAREA EXPERIMENTALĂ A EFICIENȚEI MODELULUI ELABORAT	136
3.1 Descrierea experimentului pedagogic	136
3.2 Analiza statistică a rezultatelor	144
3.3 Concluzii la capitolul 3.....	154
CONCLUZII GENERALE	156

BIBLIOGRAFIE	159
ANEXE	182
Anexa 1. Curriculum la unitatea de curs Grafuri, metode de parcurgere și reprezentări ...	182
Anexa 2. Chestionar - evaluarea cursului TG.....	188
2.1. 188	
Anexa 3 Chestionar aplicării activității STEM din perspectiva conceptului de învățare interactiv-tehnologizată	195
Anexa 4 Modele de teste pentru evaluare	196
Anexa 5. Test de evaluare finală	205
Anexa 6. Datele statistice la începutul experimentului pedagogic.....	207
Anexa 7. Calcule referitoare la omogenitatea eșantioanelor din perioada 2017-2018.....	212
Anexa 8. Selecții din manualul elaborat	214
Anexa 9. Planuri de învățământ	233
Anexa 10. Exemple de implementare a sistemelor soft matematice și platformelor online la studierea Teoriei Grafurilor	248
DECLARAȚIA PRIVIND ASUMAREA RĂSPUNDERII	260
CURRICULUM VITAE.....	261

ADNOTARE

Bostan Marina

Implementarea noilor tehnologii informaționale în procesul de studiere a disciplinei universitare „Teoria grafurilor”

Teză de doctor în științe ale educației, Chișinău, 2025

Structura tezei: introducere, trei capitole, concluzii generale și recomandări, bibliografie din 244 de titluri, 10 anexe, 158 de pagini de text de bază, 32 de figuri și 39 de tabele. Rezultatele obținute sunt publicate în 22 lucrări științifice.

Cuvinte-cheie: teoria grafurilor, tehnologii informaționale și de internet, model pedagogic, experiment pedagogic, strategii didactice interactive, STEM, conceptul învățare interactiv-tehnologizată.

Domeniul de studii: Științe ale educației. Didactica școlară (pe trepte și discipline de învățământ).

Scopul lucrării: stabilirea reperelor teoretice, elaborarea și validarea experimentală a unei metodologii de implementare a tehnologiilor informaționale și internetului în procesul de studiere a unității de curs „Teoria grafurilor”.

Obiectivele cercetării: 1) Elucidarea reperelor teoretice privind studierea unității de curs „Teoria Grafurilor”; 2) Analiza experienței privind studierea disciplinei „Teoria Grafurilor” în centre universitare cunoscute la nivel național și internațional; 3) Elaborarea unei metodologii de valorificare a tehnologiilor informaționale și a internetului în procesul de studiere a unității de curs „Teoria Grafurilor” din perspectiva conceptului STEM; 4) Proiectarea unui model pedagogic de valorificare a unei metodologii de implementare a tehnologiilor informaționale și internetului în procesul de studiere unității de curs „Teoria Grafurilor”; 5) Validarea experimentală a modelului pedagogic și a metodologiei de implementare a tehnologiilor informaționale și internet în procesul de studierea unității de curs „Teoria Grafurilor” din perspectiva conceptului STEM.

Noutatea și originalitatea științifică: au fost stabilite reperele teoretice și praxiologice privind valorificarea TI și de internet în studierea unității de curs „Teoria Grafurilor”, integrate într-un model pedagogic funcțional elaborat în cheia educației STEM.

Rezultatele obținute care contribuie la soluționarea unei probleme științifice importante: elucidarea reperelor teoretice și elaborarea unei metodologii privind sporirea calității procesului de învățare a unității de curs „Teoria Grafurilor”, fapt ce a condus la proiectarea unui model pedagogic privind implementarea noilor tehnologii informaționale și de internet în procesul de predare-învățare-evaluare, direcționat spre dezvoltarea competențelor vizate prin studiul disciplinei respective ale viitorilor specialiști din domeniile STEM.

Semnificația teoretică a lucrării rezidă în: completarea conceptelor didactice privind studierea unității de curs „Teoria Grafurilor” prin implementarea tehnologiilor informaționale și de internet din perspectiva STEM; fundamentarea teoretică și metodologică a modelului pedagogic elaborat; valorificarea unei metodologii de implementare a tehnologiilor informaționale și de internet în procesul de predare-învățare a unității de curs „Teoria Grafurilor”.

Valoarea aplicativă: (1) Aprobarea și aplicarea reușită a modelului pedagogic dezvoltat și a metodologiei concepute, elaborat de autor, prin intermediul tehnologiilor informaționale și internet, în procesul de învățare a cursului universitar „Teoria Grafurilor”. (2) Actualizarea curriculumului și elaborarea lucrărilor de laborator model, în baza softului MAPLE la Teoria Grafurilor, prin prisma modelului pedagogic elaborat și a conceptului STEM. (3) Precizarea metodologiei elaborării Hărții Tehnologice de implementare a unui proiect STEM la Teoria Grafurilor din perspectiva conceptului învățării interactiv-tehnologizate. (4) Elaborarea manualului „Elemente de Teoria Grafurilor” conceput din perspectiva implementării softului MAPLE și a limbajelor de programare Pascal/C++.

Implementarea rezultatelor științifice: s-au efectuat în procesul de studiere a unității de curs „Teoria grafurilor” din cadrul UST/UPSC prin intermediul modelului pedagogic și metodologiei elaborate.

АННОТАЦИЯ

Бостан Марина

Внедрение новых информационных технологий в процесс изучения университетской дисциплины «Теория графов»

Диссертация доктора педагогических наук, Кишинёв, 2025

Структура диссертации: введение, три главы, общие выводы и рекомендации, библиография из 244 наименований, 10 приложений, 158 страниц основного текста, 32 рисунков и 39 таблиц. Полученные результаты опубликованы в 22 научных работах.

Ключевые слова: теория графов, информационные и интернет технологии, педагогическая модель, педагогический эксперимент, интерактивные дидактические стратегии, STEM, концепция интерактивно-технологизированного обучения.

Область исследования: Педагогические науки. Школьная дидактика (по уровням и учебным дисциплинам).

Цель исследования: определение теоретических ориентиров, разработка и экспериментальная валидация методологии внедрения информационных и интернет-технологий в процессе изучения учебного курса «Теория графов».

Задачи исследования: 1) Выявление теоретических ориентиров для изучения курса «Теория графов»; 2) Анализ опыта изучения дисциплины «Теория графов» в известных университетских центрах на национальном и международном уровнях; 3) Разработка методологии использования информационных и интернет-технологий в процессе изучения курса «Теория графов» с учётом концепции STEM; 4) Проектирование педагогической модели использования методологии внедрения информационных и интернет технологий в процессе изучения курса «Теория графов»; 5) Экспериментальная валидация методологии внедрения информационных и интернет технологий в процессе изучения курса «Теория графов» с учётом концепции STEM.

Научная новизна и оригинальность: определены теоретические и праксиологические ориентиры использования информационных и интернет-технологий в изучении учебного курса «Теория графов», интегрированные в функциональную педагогическую модель, разработанную в контексте образования STEM.

Полученные результаты, которые способствуют решению важной научной проблемы: выявление теоретических ориентиров и разработка методологии повышения качества процесса обучения учебного курса «Теория графов», что привело к проектированию педагогической модели внедрения новых информационных и интернет-технологий в процесс преподавания-обучения-оценивания, направленный на развитие компетенций, предусмотренных изучением данной дисциплины, у будущих специалистов в области STEM.

Теоретическая значимость работы заключается в: дополнении дидактических концепций изучения учебного курса «Теория графов» посредством внедрения информационных и интернет-технологий с учётом концепции STEM; теоретическом и методологическом обосновании разработанной педагогической модели; использовании методологии внедрения информационных и интернет-технологий в преподавании и изучении учебного курса «Теория графов».

Прикладная ценность: (1) Успешное утверждение и применение разработанной педагогической модели и с использованием информационных и интернет-технологий в процессе обучения университетскому курсу «Теория графов». (2) Обновление учебной программы и разработка модельных лабораторных работ по теории графов на основе программного обеспечения MAPLE в рамках разработанной педагогической модели и концепции STEM. (3) Уточнение методологии разработки технологической карты внедрения STEM-проекта по теории графов с учетом концепции интерактивно-технологизированного обучения. (4) Разработка учебного пособия «Элементы теории графов», разработанного с учетом внедрения программного обеспечения MAPLE и языков программирования Pascal/C++.

Внедрение научных результатов: осуществлено в процессе изучения учебного курса «Теория графов» в рамках UST и Тираспольского Государственного Университета и Государственного Педагогического Университета имени Иона Крянгэ в Кишиневе с использованием разработанной педагогической модели и методологии.

ANNOTATION

Bostan Marina

Implementation of new information technologies in the process of studying the university discipline "Graph Theory"

Doctor thesis in education sciences, Chisinau, 2025

Thesis structure: introduction, three chapters, general conclusions and recommendations, bibliography of 244 titles, 10 appendices, 158 pages of main text, 32 figures and 39 tables. The obtained results are published in 22 scientific papers.

Keywords: graph theory, information and internet technologies, pedagogical model, pedagogical experiment, interactive didactic strategies., STEM, technology-enhanced interactive learning concept.

Research field: Educational Sciences. School didactics (by levels and educational subjects)

The aim of the research: establishing theoretical benchmarks, developing, and experimentally validating a methodology for implementing information and internet technologies in the process of studying the "Graph Theory" course unit.

Research objectives: 1) Elucidation of theoretical benchmarks for studying the "Graph Theory" course unit; 2) Analysis of the experience regarding the study of the "Graph Theory" discipline in well-known university centers at national and international levels; 3) Development of a methodology for utilizing information and internet technologies in the study of the "Graph Theory" course unit from the perspective of the STEM concept; 4) Design of a pedagogical model for implementing a methodology of utilizing information and internet technologies in the study of the "Graph Theory" course unit; 5) Experimental validation of the pedagogical model and the methodology for implementing information and internet technologies in the study of the "Graph Theory" course unit from the perspective of the STEM concept.

Scientific novelty and originality: establishing theoretical and praxeological benchmarks for utilizing information and internet technologies in studying the "Graph Theory" course unit were established, integrated into a functional pedagogical model developed within the framework of STEM education.

The results obtained that contribute to solving an important scientific problem: consist in elucidating theoretical benchmarks and developing a methodology to enhance the quality of the learning process for the "Graph Theory" course unit, which led to the design of a pedagogical model for implementing new information and internet technologies in the teaching-learning-assessment process, aimed at developing the competencies targeted by the study of this discipline for future STEM specialists.

The theoretical significance of the paper consists in: complementing didactic concepts for studying the "Graph Theory" course unit through the implementation of information and internet technologies from a STEM perspective; theoretical and methodological substantiation of the developed pedagogical model; utilization of a methodology for implementing information and internet technologies in the teaching-learning process of the "Graph Theory" course unit

Applicative value: (1) Successful approval and application of the developed pedagogical model and methodology, created by the author, using information and internet technologies in the learning process of the university course "Graph Theory". (2) Updating the curriculum and developing model laboratory works for graph theory based on MAPLE software, within the framework of the developed pedagogical model and the STEM concept. (3) Specifying the methodology for developing a Technological Map for implementing a STEM project in graph theory from the perspective of the technology-enhanced interactive learning concept. (4) Development of the textbook "Elements of Graph Theory" designed from the perspective of implementing the MAPLE software and the Pascal/C++ programming languages.

Implementation of scientific results: carried out in the process of studying the "Graph Theory" course unit within UST/UPSC through the use of the developed pedagogical model and methodology.

LISTA TABELELOR

Tabelul 1.1. Cronologia dezvoltării Teoriei grafurilor	29
Tabelul 1.2. Teoria grafurilor în planurile de învățământ la programele de studii din cadrul Universității de Stat din Moldova [104].....	39
Tabelul 1.3. Teoria grafurilor în planurile de învățământ la programele de studii din cadrul Universității Tehnice a Moldovei [111].....	40
Tabelul 1.4. Teoria grafurilor în planurile de învățământ la programele de studii din cadrul Academiei de Studii Economice din Moldova [122].....	41
Tabelul 1.5. Teoria grafurilor în planurile de învățământ la programele de studii din cadrul Universitatea de Stat „Alec Russo” din Bălți [125].....	41
Tabelul 1.6. Teoria grafurilor în planurile de învățământ la programele de studii Universitatea de Stat din Tiraspol.....	41
Tabelul 1.7. Teoria grafurilor în planurile de învățământ la programele de studii din cadrul Universității Pedagogice de Stat „Ion Creangă” din Chișinău	42
Tabelul 1.8. Analiza comparativă a conținuturilor unității de curs „Teoria grafurilor” în curriculumul disciplinei la universitățile din R. Moldova	43
Tabelul 1.9. Teoria grafurilor în planurile de învățământ la programele de studii ale universităților din România	45
Tabelul 1.10. Teoria grafurilor în planurile de învățământ la programele de studii ale universităților din Germania.....	45
Tabelul 1.11. Teoria grafurilor în planurile de învățământ la programele de studii ale universităților din Statele Unite ale Americii.....	46
Tabelul 1.12. Teoria grafurilor în planurile de învățământ la programele de studii ale universităților din Federația Rusă.....	47
Tabelul 1.13. Analiza comparativă a conținuturilor de curs „Teoria grafurilor” în curriculumul disciplinei la universitățile de peste hotare	47
Tabelul 1.14. Clasamentul softurilor specializate.....	50
Tabelul 1.15. Popularitatea limbajelor de programare	54
Tabelul 2.1. Recomandări didactice privind implementarea activităților/proiectelor STEM și utilizarea conceptului de învățare interactiv-tehnologizată la Teoria Grafurilor	118
Tabelul 2.2. Recomandările metodice privind Etapele și Rolurile în activitățile STEM.....	121

Tabelul 2.3. Desfășurarea unei Activități STEM: Determinarea Drumurilor de Cost Minim - Roluri și Sarcini pe Echipe.....	122
Tabelul 2.4. Aplicații STEM: Problema Fluxului Maxim în Rețea.....	128
Tabelul 2.5. Opiniile studenților privind activități/proiecte STEM la studierea Teoriei Grafurilor din perspectiva conceptului de învățare interactiv-tehnologizată.....	128
Tabelul 2.6. Studiul Teoriei Grafurilor: Abordare Tradițională vs. Abordare STEM.....	129
Tabelul 3.1. Studenții implicați în experimentul pedagogic	138
Tabelul 3.2. Statistica grupelor 2016-2017	140
Tabelul 3.3. Testul pentru eșantioane independente 2016-2017	140
Tabelul 3.4. Ranguri 2016-2017	141
Tabelul 3.5. Teste statistice 2016-2017.....	141
Tabelul 3.6. Ranguri 2017-2018.....	141
Tabelul 3.7. Teste statistice 2017-2018.....	141
Tabelul 3.8. Ranguri 2018-2019	142
Tabelul 3.9. Teste statistice 2018-2019.....	142
Tabelul 3.10. Ranguri 2019-2020	142
Tabelul 3.11. Teste statistice 2019-2020.....	142
Tabelul 3.12. Principalii indicatori statistici ai experimentului pedagogic.....	145
Tabelul 3.13. Criteriul ϕ^* pentru eșantioanele experimentului pedagogic	148
Tabelul 3.14. Proporțiile studenților cu media $m \geq 8,0$ și $m < 8,0$ pentru anul de studii 2016-2017.....	148
Tabelul 3.15. Proporțiile studenților cu media $m \geq 8,0$ și $m < 8,0$ pentru anul de studii 2017-2018.....	149
Tabelul 3.16. Proporțiile studenților cu media $m \geq 8,0$ și $m < 8,0$ pentru anul de studii 2018-2019.....	150
Tabelul 3.17. Proporțiile studenților cu media $m \geq 8,0$ și $m < 8,0$ pentru anul de studii 2019-2020.....	151
Tabelul 3.18. Criteriul Mann-Whitney pentru eșantioanele din experiment.....	153

LISTA FIGURILOR

Figura 1.1. Sectorul Tehnologiei informației și comunicațiilor (TIC) din Clasificatorul Statistic al Activităților Economice al Uniunii Europene.....	27
Figura 1.2. Imagine-mostra din aplicația Stellarium.....	29
Figura 1.3. Avantajele utilizării aplicațiilor online.....	51
Figura 1.4. Platforma e-learning www.campion.edu.ro – Teoria grafurilor.....	52
Figura 1.5. Aplicația online graphonline.ru	52
Figura 1.6. Aplicația online graph-redactor	53
Figura 1.7. Aplicația online Graph-Editor	53
Figura 2.1. Clasificarea sistemelor software, realizată de UNESCO	59
Figura 2.2. Proprietățile didactice ale TIC	63
Figura 2.3. Modelul pedagogic de implementare a tehnologiilor informaționale și Internet în procesul de studiere a unității de curs Teoria grafurilor (MPINTI TG).....	69
Figura 2.4. Modelul conceptului învățării interactiv-tehnologizată.....	70
Figura 2.5. Graful orientat cu 4 noduri și 7 arce din Problema 1	82
Figura 2.6. Graful orientat îmbunătățit	84
Figura 2.7. Graful orientat G4 în Maple 21	85
Figura 2.8. Graful orientat cu 4 noduri și 7 arce	90
Figura 2.9. Graful orientat îmbunătățit	92
Figura 2.10. Graful orientat G4	93
Figura 2.11. Graful orientat G4 îmbunătățit.....	93
Figura 2.12. Graful drumurilor din imperiu „Țară fără drumuri”	95
Figura 2.13. Graful traseelor între stațiile spațiale	96
Figura 2.14. Arbore binar plin.....	98
Figura 2.15. Exemplu de MaxHeap (a) și MinHeap (b)	98
Figura 2.16. Arborele binar complet pentru vectorul H.....	102
Figura 2.17. Rețea de conducte	109
Figura 2.18. Graful cu arcurile saturate	111
Figura 3.1. Notele medii acumulate de grupe la nivelul inițial.....	139
Figura 3.2. Indicatori statistici ai experimentului pedagogic privind GE și GC	146
Figura 3.3. Reprezentarea grafică a criteriului Fisher unghiular pentru anul de studii 2016-2017	149
Figura 3.4. Reprezentarea grafică a criteriului Fisher unghiular pentru anul de studii 2017-2018	150
Figura 3.5. Reprezentată grafică a criteriului Fisher unghiular pentru anul de studii 2018-2019	150

Figura 3.6. Reprezentată grafică a criteriului Fisher unghiular pentru anul de studii 2019-2020	151
Figura 3.7. Valorile testelor (U) Mann-Whitney în patru serii.....	154

LISTA ABREVIERILOR

- AEL – Platforme de eLearning avansat (Advanced eLearning)
- ASEM – Academia de Studii Economice din Moldova
- CNC – Cadrul Național al Calificărilor
- GC – Grupul de control
- GE – Grupul experimental
- MOODLE – Sistem de Management a Învățării (Modular Object Oriented Dynamic Learning Environment)
- MPINTI TG – Modelul pedagogic de implementare a noilor tehnologii informaționale în procesul de studiere a disciplinei universitare *Teoria grafurilor*
- SE – Software educațional
- SPSS – Program statistic pentru Științe Sociale (Statistical Package for the Social Sciences)
- SSM – sistem software matematic
- STEM/STEAM – Știință, Tehnologie, Inginerie, (Artă) și Matematică
- TG – Teoria Grafurilor
- TI - Tehnologia informației
- TIC – Tehnologia informației și a comunicațiilor
- UE – Uniunea Europeană
- UNESCO – Organizația Națiunilor Unite pentru Educație, Știință și Cultură (United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization)
- UPSC – Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă” din Chișinău
- USARB – Universitatea de Stat „Alec Russo” din Bălți
- USM – Universitatea de Stat din Moldova
- UST – Universitatea de Stat din Tiraspolcu sediul la Chișinău, acum UPSC
- UTM – Universitatea Tehnică a Moldovei

INTRODUCERE

Actualitatea și importanța problemei abordate

Implementarea noilor tehnologii informației și a comunicațiilor (TIC) în sistemul educațional modern tinde să aibă profunzimea și coerența unei paradigme care devine caracteristică semnificativă pentru pregătirea profesională a viitorilor specialiști informaticieni care vor fi implicați în economia supercompetitivă a zilelor de azi și care prin definiție sunt obligați să cunoască și să se implice în rezolvarea problemelor actuale ale societății.

O societate informațională modernă poate exista doar într-o societate postindustrială care dispune de un sistem educațional contemporan, democrat și eficient ce generează premize optime și oferă șanse egale generației tinere să-și cultive abilitățile și cunoștințele necesare pentru implementarea ideilor creatoare în confruntarea provocărilor socio-economice.

Procesul de modernizare și europenizare a sistemului educațional din Republica Moldova se confruntă cu o serie de provocări ce țin de implementarea tehnologiilor informaționale (TI) în învățământul preuniversitar și universitar. Una din problemele majore identificate ține de implementarea tehnologiilor informaționale în procesul de studiere a științelor exacte, inclusiv informatică și matematică. Acest fapt a determinat tema cercetării: *Implementarea noilor tehnologii informaționale în procesul de studiere a disciplinei universitare „Teoria grafurilor”*.

În contextul celor menționate mai sus, actualitatea temei de cercetare este determinată de: (a) dezvoltarea spectaculoasă a sistemelor tehnologice în plan mondial; (b) schimbările și transformările ultra rapide socio-economice în societatea noastră; (c) necesitatea utilizării TI în studierea disciplinelor reale în sistemul educațional; (d) necesitatea dezvoltării metodologiilor și abordărilor didactice moderne privind implementarea TI (utilizarea TI) în sistemul educațional (e) necesitatea dezvoltării, testării și implementării unor metodologii moderne și strategii pedagogice aferente la aplicarea TI în sistemul educațional.

Strategia națională de dezvoltare „Moldova digitală 2030” [1], Strategia de dezvoltare „Educație 2030” [2] și „Strategia europeană în domeniul educației și formării profesionale ET 2020” [3] sunt orientate spre perfecționarea sistemelor educaționale din perspectiva formării profesionale în concordanță cu necesitățile pieței muncii. Implementarea noilor tehnologii informaționale în procesul universitar de învățământ creează deschideri pentru pregătirea noii generații de specialiști, care operaționalizează eficient teoriile informaționale în activitatea profesională, contribuind semnificativ la tehnologizarea domeniului de activitate.

În perioada iunie-septembrie a anului 2020, Comisia Europeană a inițiat un proces de consultare publică cu scopul de a colecta opiniile și experiențele tuturor cetățenilor,

organizațiilor din sectorul public și privat, și instituțiilor cu privire la modul în care pandemia COVID-19 a afectat educația și formarea, la tranziția către învățarea online și la perspectivele lor cu privire la viitorul educației digitale în Europa. Astfel, consultarea publică a contribuit la elaborarea unui Plan de acțiuni pentru educația digitală reînnoit [4], care a fost adoptat de Colegiul comisarilor la 30 septembrie 2020. Acest plan a fost dezvoltat pentru a ajuta statele membre ale UE să îmbunătățească calitatea și accesibilitatea educației digitale și să pregătească elevii/studentii și cadrele didactice pentru o societate din ce în ce mai digitalizată.

Cele două priorități principale ale Planului de Acțiune pentru Educație Digitală al Uniunii Europene [4] sunt:

1) ***Intensificarea dezvoltării unui ecosistem de educație digitală performant:*** această prioritate se concentrează pe asigurarea că toți elevii/studentii și cadrele didactice au acces la conexiune la internet de înaltă viteză și la echipamente digitale adecvate. Scopul este de a reduce decalajele digitale și de a facilita învățarea online și utilizarea tehnologiilor digitale în educație.

2) ***Dezvoltarea abilităților și competențelor digitale pentru transformarea digitală:*** aceasta implică promovarea gândirii critice, a abilităților de navigare în mediul digital, a siguranței online și a utilizării eficiente a tehnologiei în procesul de învățare. Educația digitală nu se referă doar la utilizarea tehnologiei, ci și la dezvoltarea abilităților necesare pentru a prospera într-o societate digitală.

În data de 23.06.2022, liderii UE, în cadrul Consiliului European, au acordat Moldovei statutul de țară candidată la UE [5].

În acest sens, în documentele de politici educaționale ale țării includ o serie de acțiuni privind dezvoltarea competenței digitale [6]:

- „creșterea și îmbunătățirea nivelului de competențe digitale în toate stadiile procesului de educație și formare, la nivelul tuturor segmentelor populației;
- promovarea unei game largi de metode și medii de învățare, inclusiv utilizarea adecvată a tehnologiilor digitale în educație, în formare și în mediile de învățare”.

„Tendențele mondiale în organizarea procesului de învățământ demonstrează rolul în creștere al tehnologiei informației și a comunicațiilor, crearea posibilităților de însușire comună a cunoștințelor, dar și de creare în comun a lor” [7, p.224].

În contextul celor menționate mai sus este important să punctăm faptul că în multe centre universitare internaționale se pune accentul pe elaborarea, dezvoltarea și implementarea noilor tehnologii didactice în sistemul educațional.

În acest sens menționăm contribuția cercetătorilor: Burns M. [8], Collins A., Halverson R. [9], Couch J. D., Towne J., Wozniak S. [10], Hamilton B. [11], Miller M. D. [12], Reich J.

[13], Robluer M., Hughes J. [14], Selwyn N. [15], Afonso A., Morgado L., Roque L. [16], Pedro F. [17], Bates A.W. [18] și alții, care și-au direcționat cercetările pe desăvârșirea sistemului de învățământ modern din perspectiva pedagogiei digitale.

Implementarea rațională a tehnologiilor informaționale în învățământul preuniversitar și universitar are un impact pozitiv asupra procesul de instruire. Posibilitățile imense ale noilor tehnologii informaționale oferă soluții didactice inedite, schimbă perspectiva asupra formării profesionale a studenților pentru a activa într-o comunitate informațională și economie avansată, de aceea edificarea societății informaționale are o „importanță majoră pentru dezvoltarea țării și trebuie să fie realizată într-un astfel de mod, încât de rezultatele ei să poată beneficia toți cetățeni” [2, p.8]. Astfel, cercetătorii Chiriac L., Chiriac E., Pavel M., Veverița T. [19], Hadîrca M., Tîbuleac A.[20], Cristea S. [21], Braicov A. [22], Chiriac T. [23], Globa A. [24], Bostan C.-G. [25], Fulea T. [26] și alții, au demonstrat că implementarea TIC în sistemul educațional stimulează inovațiile didactice, încurajează aplicarea metodelor interative și modernizează procesul didactic.

În era digitală, învățământul superior se află într-o continuă transformare, adoptând noile tehnologii informaționale pentru a îmbunătăți experiența de învățare și a pregăti studenții pentru viitorul digital. În contextul dat cercetătorii Baelo R. și Cantón I. afirmă că „Noile exigențe din învățământul superior se concentrează pe îmbunătățirea procesului de învățământ și, în acest sens, integrarea TIC facilitează aspecte legate de îmbunătățirea muncii individuale, stimulează autonomia studenților, promovează dezvoltarea muncii în echipă și creează oportunități de schimbare și adaptare a metodelor de evaluare și interacțiune dintre profesori și studenți.” [27, p.3].

În același context, a fost examinat procesul de implementare TIC în sistemul educațional de către: Авраменко И. В. [28], Балалиева Ш. Б. [29], Вазетдинова А. Р., Прошкина О. В. [30], Руднева И. Г., Нагайцева И. А., Мирошина И. Е. [31], Фролова О. А., Коберник Ю. О. [32], Чошанов М. А. [33], Allayarova S. [34], Abdullayev A. A. [35], Saparov G., Akyeva A. [36], Lupu I., Cabac V. [37], Silistraru N. [38]. Abordările didactice originale privind tehnologizarea procesului educativ au fost examinate în lucrările cercetătorilor: Gheorghiu G. [39], Кудряшова, Т. Г., Шуруп, А. С. [40], Bakirova A. Yu., Ibrayev B. M [41], Kozulina N. S. [42], Kosov M. E., Malashenko G. T. [43], Calmuțchi L., Hariton A., Cojocaru I. [44], Lupu I., Cabac V. [37, 45], Gremalschi A. [46, 47], Pavel M., Pavel D. [48, 49], Braicov A. [50, 51], Mihălache L. [52], Globa A. [53], Vascan T. [54], Popov L. [55] și alții.

Dinamica dezvoltării tehnologiilor informaționale are ca efect includerea în didactica contemporană a tot mai multor tehnici și mijloace de învățare în acord total cu profilul psihopedagogic al studentului. Rolul principal în dezvoltarea unui învățământ informatizat

întotdeauna a fost oferit învățământului superior, deoarece gradul de pătrundere a tehnologiei informaționale în societate depinde exponențial de gradul de pregătire a tinerii generații pentru utilizarea acestora. Informatizarea învățământului tinde la crearea unor oportunități de educație constructivă și flexibilă prin convergența noilor teorii pedagogice și a progresului tehnologic și influențează metodele și strategiile didactice în sistemul educațional.

Aceasta ridică noi sarcini învățământului superior contemporan și reprezintă una din problemele actuale ale pedagogiei [56, p.633].

La etapa actuală Republica Moldova face eforturi considerabile privind implementarea prevederilor Strategiei naționale de dezvoltare „Moldova digitală 2030” [1], „Strategiei de transformare digitală 2023-2030” [57], „Programului național al securității cibernetice a Republicii Moldova” [58].

Informatizarea educației influențează semnificativ calitatea educației în sistemul care pregătește specialiști pentru viitoarea societate educațională, inclusiv specialiști în domeniile STEM pentru economia națională.

Unitatea de curs *Teoria grafurilor* (TG), se studiază în universitățile din Republica Moldova în majoritatea instituțiilor superioare de învățământ în care se pregătesc informaticieni, ingineri, economiști, matematicieni etc. Însă, o bună parte din studenți se confruntă cu dificultăți de înțelegere a TG. Analiza efectuată demonstrează că TG, în instituțiile respective, de cele mai multe ori, este predată în mod tradițional, concentrându-se pe figuri statice ale grafurilor și mizând pe algoritmi puși la dispoziție și realizați prin intermediul limbajelor de programare.

Pe de altă parte, dezvoltarea tehnologiilor computaționale, creșterea rapidă a numărului de diferite instrumente software și noi tehnologii personalizate, atrag în mod natural un cerc mai mare de studenți în cadrul studiilor. *„În procesul de informatizare amplă a societății moderne utilizarea tehnologiei informaționale este esențială în organizarea proceselor educaționale la diferite niveluri de învățământ. Rolul TIC în educație este comparabil cu rolul cărților, hârtiei, pixurilor în procesul de învățare”* [59]. Autorii menționează că *„Fezabilitatea utilizării tehnologiilor informaționale în procesul educațional este determinată de obiectivele de creștere a eficacității formării și de extinderea capacităților pedagogice ale profesorului”*. Autoarea R. Dumbraveanu în lucrarea sa specifică [60, p. 108]: *„TIC influențează conceptele de predare și învățare prin modul în care profesorii și studenții au acces la cunoștințe și pot transforma procesul de predare și învățare. TIC oferă un șir de instrumente și metode care pot facilita trecerea de la un mediu de învățare centrat pe profesor și pe manuale la un mediu colaborativ, interactiv care este centrat pe procesul de învățare. Pentru a putea beneficia de aceste oportunități, instituțiile de învățământ trebuie să implementeze și să utilizeze noile tehnologii în*

procesul de predare/învățare, precum și să adopte un concept diferit de cel tradițional de predare/învățare.”

Luând în considerație provocările tehnologice din ultima perioadă, este necesar să se schimbe accentele și paradigmele privind studierea TG în instituțiile superioare de învățământ. Tradițional, cursul universitar TG, este predat, în mod special, în universitățile cu profil pedagogic. Acest curs se studiază utilizându-se un număr limitat de instrumente didactice și cu implementarea limitată a TI moderne. Eficiența procesului de predare-învățare-evaluare poate să crească continuu, doar introducând și perfecționând noi instrumente didactice, în conexiune strânsă cu implementarea noilor tehnologii informaționale.

Sunt interesante și cercetările privind abordarea specifică de utilizare a softurilor matematice în procesul didactic de către I. Lupu, L. Zastînceanu [61], P. Naslau, R. Negrea, L. Cadariu și alt. [62], J. Gerhard, I. Kotsireas [63], М.Н. Кирсанов [64], В.П. Дьяконов [65], V. Osipov [66, 67], O. Blajina [68], O. X. Халидова, А.А. Оленев [69], А. Г. Абдурахманов [70], А. С. Шевченко [71] ș.a.

În urma examinării studiilor efectuate se poate puncta faptul că există mai multe sisteme software matematice, care ar putea fi folosite eficient în procesul didactic din învățământul superior: MAPLE, MATHEMATICA, MATHCAD, MATLAB, DERIVE, REDUCE etc. Este necesar de menționat faptul că unul dintre cele mai populare softuri este MAPLE, care se utilizează cu succes, în prezent, în sistemele educaționale din mai multe țări.

Totodată, se cunoaște faptul că conform statisticii oficiale în Republica Moldova numărul absolvenților claselor de liceu cu profil real scade semnificativ. Astfel, conform studiului *”Reconceptualizarea procesului de studiere a științelor reale din perspectiva inter/transdisciplinarității și valorificării educației STEAM”* [72], numărul de candidați la examenul de BAC de la profilul umanist, în perioada 2018-2023, a fost mai mare cu circa 3113 elevi comparativ cu cei de la profilul real. Ori, din altă perspectivă, în mediu, numărul elevilor de la profilul real în raport cu cei de la profilul umanist, în fiecare an era cu 660 de elevi mai mic. Acest fapt ne conduce la concluzia că nu există la moment mecanisme de încurajare a motivației tinerilor de a alege cariere STEM, ceea ce, în viitorul apropiat, va genera scăderea competitivității economiei reale. Pentru rezolvarea problemei respective în prezent se promovează aplicarea conceptului STEM în sistemul educațional. Astfel, în cadrul studiilor [73-83] s-a pus accentul pe studierea, investigarea diverselor aspecte didactice și metodologii privind implementarea educației STEM având drept scop creșterea interesului elevilor/studentilor în raport cu studierea științelor reale.

Însă, totodată, putem constata faptul că există o serie de dificultăți, care întârzie și rețin procesul de implementare a sistemelor software matematice și a conceptului STEM în studierea disciplinelor, care se referă la științele reale precum ar fi:

- (1) Familiarizarea insuficientă a studenților cu sistemele software matematice;
- (2) Cunoașterea insuficientă de către cadrele didactice a performanțelor sistemelor software matematice;
- (3) Lipsa unor abordări metodologice eficiente privind aplicarea TI și a mecanismelor de implementarea a conceptului STEM în procesul didactic;
- (4) Lipsa unor manuale/ghiduri/lucrări didactice care se referă la științele reale și care ar trata materia cursului universitar TG prin prisma implementării sistemelor software matematice moderne.

Ținând cont de argumentele menționate punctăm următoarele contradicții structurale:

1. Procesul de cercetare care ține de elucidarea reperelor teoretico-practice privind valorificarea tehnologiilor informaționale și internet la studierea științelor reale este cu mult mai lent în raport cu creșterea nivelului exigențelor angajatorilor față de competențele profesionale impuse viitorii specialiști din domeniul STEM.

2. Nivelul de pregătire al studenților implicați în procesul de studiere a cursului TG este insuficient comparativ cu complexitatea subiectelor incluse în planul de studii al cursului respectiv examinate din perspectiva implementării conceptului STEM.

*Contradicțiile evidențiate ne direcționează spre stabilirea următoarei **probleme de cercetare**: elucidarea reperelor teoretice și metodologice de valorificare a tehnologiilor informaționale și internetului pentru dezvoltarea optimă a competențelor vizate prin studiul unității de curs „Teoria Grafurilor” ale viitorilor specialiști din domeniile STEM.*

Obiectul cercetării îl constituie procesul valorificării tehnologiilor informaționale și internet în studierea unității de curs „Teoria Grafurilor”.

Scopul cercetării rezidă în stabilirea reperelor teoretice, elaborarea și validarea experimentală a unei metodologii de implementare a tehnologiilor informaționale și internetului în procesul de studiere a unității de curs „Teoria Grafurilor”.

Ipoteza cercetării. Dacă:

- vor fi stabilite reperele teoretice referitor la implementarea/aplicarea a tehnologiilor informaționale și internetului în procesul de studiere a unității de curs „Teoria Grafurilor”;
- vor fi analizate valoric bunele experiențe și tendințele de predare-învățare-evaluare din mediul academic a unității de curs respective;
- vor fi elaborate și validate experimental metodologia de aplicare a tehnologiilor

informaționale și internetului în procesul de studiere a unității de curs „*Teoria Grafurilor*” din perspectiva conceptului STEM, atunci, aceasta va contribui la eficientizarea formării competențelor profesionale ale specialiștilor din domeniile STEM.

Obiectivele cercetării:

- 1) Elucidarea reperelor teoretice privind studierea unității de curs „*Teoria Grafurilor*”.
- 2) Analiza experienței privind studierea disciplinei „*Teoria Grafurilor*” în centre universitare cunoscute la nivel național și internațional.
- 3) Elaborarea unei metodologii de valorificare a tehnologiilor informaționale și de internetului în procesul de studiere a unității de curs „*Teoria Grafurilor*” din perspectiva conceptului STEM.
- 4) Proiectarea unui Model pedagogic de valorificare a unei metodologii de implementare a tehnologiilor informaționale și de internet în procesul de studiere a unității de curs „*Teoria Grafurilor*”.
- 5) Validarea experimentală a Modelului Pedagogic și a metodologiei de implementare a tehnologiilor informaționale și de internetului în procesul de studiere a unității de curs „*Teoria Grafurilor*” din perspectiva conceptului STEAM.

În cadrul cercetării au fost utilizate:

Metode teoretice: sistematizarea și documentarea științifică; analiza și generalizarea; modelarea pedagogică; compararea proceselor educaționale/de formare;

Metode experimentale: organizarea și desfășurarea experimentului pedagogic; lucrul individual; observarea; chestionarul de opinie; testarea, analiza și evaluarea.

Metode de analiză: procesarea statistică a informației obținute în urma efectuării experimentului, analiza și interpretarea rezultatelor.

Problema științifică rezolvată constă în elucidarea reperelor teoretice și elaborarea unei metodologii privind sporirea calității procesului de învățare a unității de curs „*Teoria Grafurilor*”, fapt ce a condus la proiectarea unui Model pedagogic privind implementarea noilor tehnologii informaționale și de internet în procesul de predare-învățare-evaluare, direcționat spre dezvoltarea competențelor vizate prin studiul disciplinei respective ale viitorilor specialiști din domeniile STEM.

Noutatea și originalitatea științifică: au fost stabilite reperele teoretice și praxiologice privind valorificarea TI și de internet în studierea unității de curs „*Teoria Grafurilor*”, integrate într-un model pedagogic funcțional elaborat în cheia educației STEM.

Semnificația teoretică a lucrării rezidă în: completarea conceptelor didactice privind studierea unității de curs „*Teoria Grafurilor*” prin implementarea tehnologiilor informaționale și

de internet din perspectiva STEM; fundamentarea teoretică și metodologică a Modelului pedagogic elaborat; valorificarea unei metodologii de implementare a tehnologiei informaționale și de internet în procesul de predare-învățare a unității de curs „*Teoria grafurilor*”.

Importanța aplicativă a lucrării:

1. Aprobarea și aplicarea reușită a modelului pedagogic dezvoltat și a metodologiei concepute, elaborat de autor, prin intermediul tehnologiilor informaționale și de internet, în procesul de învățare a unității de curs „*Teoria grafurilor*”.

2. Actualizarea curriculumului și elaborarea lucrărilor de laborator model, în baza softului MAPLE la Teoria Grafurilor, prin prisma modelului pedagogic elaborat și a conceptului STEM.

3. A fost perfecționată metodologia elaborării Hărții Tehnologice de implementare a unui proiect STEM la Teoria Grafurilor din perspectiva conceptului învățării interactiv-tehnologizate.

4. Elaborarea manualului „*Elemente de Teoria Grafurilor*” conceput din perspectiva implementării softului MAPLE și a limbajelor de programare Pascal/C++.

Etapele cercetării. Organizarea și implementarea experimentul pedagogic au avut loc în perioada anilor 2016-2020 (patru ani de studii) la Universitatea de Stat din Tiraspol (UST) și Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă” din Chișinău (UPSC), prin implicarea studenților de la programele de studiu: Informatică (științe exacte), Informatică (științe ale educației), Informatică și Matematică (științe ale educației), Matematică și Informatică (științe ale educației), Fizică și Informatică (științe ale educației).

Implementarea rezultatelor științifice s-a produs în procesul educațional la studierea cursului universitar TG din cadrul Universității de Stat din Tiraspol și Universității Pedagogice de Stat „Ion Creangă” din Chișinău. În prezent modelul pedagogic conceput și metodologia elaborată sunt utilizate în cadrul studierii cursurilor de informatică la UPSC.

În experimentul de formare au fost implicați **181 studenți**: 85 studenți au constituit eșantionul de control și 96 studenți – eșantionul experimental.

Modelul pedagogic conceput și-a arătat eficiența aplicat fiind în procesul de învățare a disciplinelor „Algoritmica grafurilor” și „Grafuri, metode de parcurgere și reprezentări”, care fac parte din programelor de studiu menționate anterior [84, 85].

Aprobarea rezultatelor cercetării s-a realizat în conformitate cu etapele stabilite în procesul cercetării, adică pe parcursul îndeplinirii obiectivelor teoretice și experimentale. Cele mai semnificative rezultate ale investigației științifice au fost prezentate, discutate și aprobate la: a) ședințele Catedrei de Informatică și Tehnologii Informaționale din cadrul Universității de Stat din Tiraspol și la ședințele catedrei de Informatică și Matematică din cadrul Universității

Pedagogice de Stat „Ion Creangă”. b) ședințele comune ale Catedrelor de Informatică și Tehnologii Informaționale și de Didactica Matematicii, Fizicii și Informaticii din cadrul UST; c) conferințe științifice naționale și internaționale, dintre care menționăm: 3 conferințe științifice internaționale (peste hotare); 11 conferințe științifice internaționale (Republica Moldova); 2 conferințe științifice naționale:

- Conferința Științifică Internațională „*Abordări inter/transdisciplinare în predarea științelor reale (conceptul STEAM)*”, Ediția a 4-a, în perioada 01-02 noiembrie 2024. Organizată de Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă” din Chișinău și Universitatea de Stat din Tiraspol, Institutul pentru Dezvoltare și Inițiative Sociale „Viitorul” (Chișinău, Moldova);

- Conferința Științifică Internațională „*The 31th Conference on Applied and Industrial Mathematics CAIM 2024*”. Ediția a 31, în perioada 19-22 septembrie 2024, Universitatea din Oradea (România);

- Conferința Științifică Internațională „*The 30th Conference on Applied and Industrial Mathematics CAIM 2023*”. Ediția a 30, în perioada 14-17 septembrie 2023, Univesitatea Iași ”Alexandru Ioan Cuza” (România);

- Conferința Științifică anuală a profesorilor și cercetătorilor UPS ”Ion Creangă”: „*Probleme ale științelor socioumanistice și modernizării învățământului*”, în perioada 23-24 martie 2023. Organizată de Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă” din Chișinău, (Chișinău, Moldova);

- Conferința Științifică Internațională „*Abordări inter/transdisciplinare în predarea științelor reale (conceptul STEAM)*”. Ediția a 2-a, organizată de Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă” din Chișinău și Universitatea de Stat din Tiraspol (Chișinău, Moldova), în perioada 28-29 octombrie 2022. Organizată de: Universitatea de Stat din Tiraspol, Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă” din Chișinău, Institutul pentru Dezvoltare și Inițiative Sociale „Viitorul”, (Chișinău, Moldova);

- Conferința Științifică Internațională „*The 29th Conference on Applied and Industrial Mathematics CAIM 2022*”. Ediția a 29, în perioada 25-27 august 2022, Universitatea de Stat Tiraspol, Universitatea de Stat din Moldova, Academia Română, Academia de Studii Economice din Moldova, (Chișinău, Moldova);

- Conferința Științifică Internațională „*Abordări inter/transdisciplinare în predarea științelor reale, (concept STEAM)*”, ediția 1, dedicată aniversării a 70 de ani de la nașterea profesorului universitar Anatol GREMALACHI, în perioada 29-30 octombrie 2021. Organizată de Universitatea de Stat din Tiraspol, (Chișinău, Moldova);

– Conferința Republicană a cadrelor didactice. Didactica științelor exacte, Vol. 5, în perioada 27-28 februarie 2021. Organizată de Universitatea de Stat din Tiraspol, (Chișinău, Moldova);

– Simpozionul Internațional „*Actual problems of mathematics and informatics*”, 1, în perioada 27-28 noiembrie 2020. Organizat de Universitatea Tehnică din Moldova, Universitatea de Stat din Tiraspol, Societatea Română de Matematică Aplicată și Industrială, Societatea de Matematică din republica Moldova, Academia de Științe a Moldovei, (Chișinău, Moldova);

– Conferința Științifică Națională cu Participare Internațională „*Învățământ Superior: Tradiții, Valori, Perspective*”, Științe exacte și ale naturii și Didactica Științelor Exacte și ale naturii, Vol. 1, în perioada 29-30 septembrie 2020 organizată de Universitatea de Stat din Tiraspol, Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова (Chișinău, Moldova);

– Conferința Republicană a Cadrelor Didactice. Didactica științelor exace, Vol. 1. în perioada 1-2 martie 2019. Organizată de Universitatea de Stat din Tiraspol, Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă”, (Chișinău, Moldova);

– Conferința Științifică Națională cu Participare Internațională: „*Învățământ superior: tradiții, valori, perspective*”, Vol. 1, în perioadă 28-29 septembrie 2018. Organizată de Universitatea de Stat din Tiraspol, (Chișinău, Moldova);

– Conferința Internațională „*The 26th Conference on Applied and Industrial Mathematics CAIM 2018*”, Ediția a 26-a, organizată de Universitatea Tehnică din Moldova, Universitatea „Alexandru Ioan Cuza”, Iași, Universitatea din Tiraspol, în perioada 20-22 septembrie 2018, (Chișinău, Moldova);

– Conferința Științifică anuală a profesorilor și cercetătorilor UPS „Ion Creangă”: „*Probleme ale științelor socioumanistice și modernizării învățământului*”. Seria 20, Vol.2, în perioada 22-23 martie 2018 organizată de Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă” din Chișinău (Chișinău, Moldova);

– Conferința Internațională „*The 25th Conference on Applied and Industrial Mathematics CAIM 2017*”, Ediția 25, în perioada 14-17 septembrie 2017. Organizat de Univesitatea Iași ”Alexandru Ioan Cuza”, Iași, (România).

Publicații la tema tezei. Lucrările științifice și științifico-metodice publicate la tema tezei sunt expuse în 22 publicații:

– 3 articole științifice în reviste naționale de categoriile B. In *Didactica PRO...*, 2023, nr. 5-6 (141-142), pp. 7-11, ISSN 1810-6455; *Acta et Commentationes (Științe ale Educației)*.

2023, nr. 2(32), pp. 126-135, ISSN 1857-0623; *Acta et commentationes (Științe ale Educației)*. 2022, nr. 3(29), pp. 108-118, ISSN 1857-0623;

– 1 articol în revistă de categoria C. In: *Acta et Commentationes (Științe ale Educației)*. 2017, nr. 2(11), pp. 4-24, ISSN 1857-0623;

– 2 articole peste hotare în cadrul Conferințelor CAIM 2024, Oradea, România, pp. 32-38, ISSN 3061-3477.; CAIM 2023, Iași, România, pp. 27-33, ISBN 978-606-13-7848-7;

– 8 articole în cadrul conferințelor internaționale din țară. In: „*Abordări inter/transdisciplinare în predarea științelor reale, (concept STEAM)*”, ediția a 4-a, 2024; „*Abordări inter/transdisciplinare în predarea științelor reale, (concept STEAM)*”, ediția a 2-a, 2022; *The 29th Conference on Applied and Industrial Mathematics CAIM 2022*; „*Abordări inter/transdisciplinare în predarea științelor reale, (concept STEAM)*”, ediția 1-a, 2021, dedicată aniversării a 70 de ani de la nașterea profesorului universitar Anatol Gremalschi; *The 26th Conference on Applied and Industrial Mathematics. CAIM 2018*, pp. 77-87;

– 4 articole în cadrul conferințelor naționale din țară. In: *Conferință Republicană a Cadrelor Didactice 2021*, pp. 206-214; *Învățământul superior: tradiții, valori, perspective* tiințe exacte și ale naturii și Didactica științelor exacte și ale naturii 2020, pp. 116-122; *Conferință Republicană a Cadrelor Didactice 2019*, pp. 180-187; *Probleme ale științelor socioumanistice și modernizării învățământului: Materialele conferinței științifice anuale a profesorilor și cercetătorilor UPS „Ion Creangă”*, seria XXI, Vol.2, 2018, pp. 242-250; *Învățământul superior: tradiții, valori, perspective* Științe exacte și ale naturii și Didactica științelor exacte și ale naturii, Vol. 1 2018, pp. 94-101;

– 2 teze publicate peste hotare în cadrul Conferințelor Internaționale CAIM 2018, Caim 2017;

– 1 teză publicată în țară în cadrul Symposium „Actual Problems of mathematics and Informatics”, dedicated to the 90th Birthday of Professor Ion Valuță, 27-28 noiembrie 2020;

– **1 manual.** *Manualul* recenzat pentru studenți „Elemente de Teoria grafurilor” în 2022 [86].

Structura și volumul tezei. Lucrarea este constituită din introducere, 3 capitole, concluzii generale, adnotări în limbile română, rusă și engleză, bibliografie din 244 de titluri și 25 de anexe.

Sumarul compartimentelor tezei. În *Introducere* sunt argumentate actualitatea și importanța temei de cercetare, este descrisă necesitatea utilizării noilor tehnologii informaționale în demersul didactic al cursului universitar „*Teoria grafurilor*”, este stabilită problema cercetării și determinat gradul ei de investigație, sunt determinate scopul și obiectivele cercetării, sunt scoase în evidență noutatea științifică, importanța teoretică și valoarea aplicativă.

În capitolul 1 intitulat *Fundamentele teoretico-metodologice ale studierii cursului teoria grafurilor prin utilizarea tehnologiilor informaționale* este explorată evoluția TG din perspectiva utilizării tehnologiilor informaționale în domeniul educațional. Primul paragraf se referă la istoria dezvoltării TG în relație cu utilizarea TI, evidențiind impactul și beneficiile aduse de acestea în domeniul studiului grafurilor. În al doilea paragraf sunt analizate abordările didactice privind studierea TG în sistemele de educație din diverse țări, oferind un studiu comparativ și evidențiind modul în care aceste abordări pot fi adaptate și implementate în învățământul universitar. Astfel, este efectuată o analiză comparativă referitor la studierea unității de curs „*Teoria Grafurilor*” în universitățile din Republica Moldova, Uniunea Europeană, Statele Unite ale Americii și din Federația Rusă, examinând numărul de ore/credite, mijloacele utilizate la prelegeri și seminare/laboratoare, metodele și strategiile de predare în formarea de competențe specifice acumulate/formate. Reformele din sistemul de învățământ actual din Republica Moldova, contribuie la conectarea sistemului universitar național la spațiul informațional educativ internațional. De la metodele tradiționale se trece treptat la metode moderne de desfășurarea a lecțiilor care presupun abordări interactive și aplicarea tehnologiilor informaționale și de internet. În ultimul paragraf se efectuează o analiză comparativă a modului în care tehnologiile informaționale sunt integrate în procesul de predare, învățare și evaluare a teoriei grafurilor. Sunt evidențiate avantajele practice ale utilizării TI în transmiterea și asimilarea conținutului legat de teoria grafurilor. Acest paragraf explorează modul în care tehnologiile, precum simulările vizuale, platformele de învățare online și instrumentele de evaluare automată, pot îmbunătăți înțelegerea și aplicarea practică a conceptelor de grafuri.

În capitolul 2 intitulat *Modelul pedagogic și metodologia implementării tehnologiilor informaționale în procesul de studiere a teoriei grafurilor* sunt abordate aspecte legate de dezvoltarea modelului pedagogic și metodologiei de implementare acestuia în procesul de studiere a teoriei grafurilor prin prisma implementării tehnologiilor informaționale. În primul paragraf s-a explorat necesitatea implementării tehnologiilor informaționale și a strategiilor didactice interactive în predarea teoriei grafurilor, subliniind importanța acestora în dezvoltarea abilităților și competențelor necesare specialiștilor în informatică. Al doilea paragraf se axează pe elaborarea unui model pedagogic pentru studierea TG, axat pe implementarea tehnologiilor informaționale și de internet. Cercetarea se concentrează pe identificarea metodelor și resurselor educaționale potrivite pentru a sprijini procesul de învățare a teoriei grafurilor cu ajutorul TI. Se ia în considerare modul în care TI pot îmbunătăți interacțiunea studenților cu conținutul teoretic și aplicativ al cursului, precum și dezvoltarea abilităților de analiză și rezolvare a problemelor. În al treilea paragraf este prezentată metodologia implementării modelului pedagogic elaborat, detaliind pașii și instrumentele necesare. Al patrulea

paragraf abordează aplicarea conceptului STEM în studiul TG, explorând învățarea activ-tehnologizată și avantajele acesteia. În cele din urmă, al cincilea paragraf oferă recomandări didactice privind implementarea modelului pedagogic, urmat de concluziile capitolului, care sintetizează contribuțiile și implicațiile cercetării.

Capitolul 3 intitulat *Validarea experimentală a modelului elaborat* descrie desfășurarea experimentului pedagogic și validarea eficienței modelului pedagogic elaborat și a metodologiei de implementare acestuia. Primul paragraf detaliază descrierea experimentului pedagogic realizat. Aceasta include informații esențiale despre designul experimentului, grupul țintă de studenți participanți, durata experimentului, instrumentele și resursele didactice utilizate (în concordanță cu modelul și metodologia propuse), precum și procedurile specifice aplicate în cadrul procesului de predare-învățare. Paragraful 2 este dedicat analizei statistice a rezultatelor obținute în urma experimentului pedagogic. Sunt prezentate metodele statistice utilizate pentru a procesa și interpreta datele colectate, comparând performanțele grupului experimental cu cele ale unui grup de control. Această analiză are ca scop evidențierea impactului implementării noilor tehnologii informaționale și a modelului pedagogic asupra rezultatelor învățării studenților la disciplina Teoria Grafurilor. Paragraful 3 sintetizează concluziile desprinse din experimentul pedagogic și din analiza statistică a rezultatelor. Sunt evidențiate principalele constatări privind eficiența modelului pedagogic și a metodologiei elaborate în îmbunătățirea procesului de studiere a teoriei grafurilor, în dezvoltarea competențelor studenților și în atingerea obiectivelor educaționale propuse. Aceste concluzii oferă o bază empirică pentru a susține valoarea și aplicabilitatea abordării propuse în lucrare.

În *Concluzii* generale subliniază importanța abordării propuse și oferă recomandări pentru implementare în sistemul educațional.

Țin să mulțumesc conducătorilor științifici Liubomir Chiriac, dr. habilitat, prof. universitar și Andrei Hariton, dr. prof. universitar pentru susținerea permanentă, implicare, răbdare și atenția acordată pe parcursul elaborării acestei lucrări.

Totodată, vreau să aduc cuvinte de recunoștință și cele mai sincere mulțumiri profesorilor consacrați în domeniul cercetării pedagogice, precum: Valeriu Cabac, dr. prof. universitar; Anatol Gremalschi, dr. habilitat, prof. universitar; Vasile Panico, dr. prof. universitar; Nicolae Silistraru, dr. habilitat, prof. universitar; Constantin Ciorbă, dr. habilitat, prof. universitar; Ilie Lupu, dr. habilitat, prof. universitar, care au examinat foarte atent, de mai multe ori, lucrarea respectivă și au contribuit semnificativ la îmbunătățirea acestui studiu prin intermediul discuțiilor utile, recomandărilor, sfaturilor și propunerilor.

De asemenea, vreau să exprim mulțumiri colegilor de la Catedra ITI bine intenționați care au studiat, analizat riguros lucrarea respectivă și au venit cu sugestii și propuneri privind îmbunătățirea conținutului tezei de doctorat.

1. FUNDAMENTELE TEORETICO-METODOLOGICE ALE STUDIERII CURSULUI „TEORIA GRAFURILOR” PRIN UTILIZAREA TEHNOLOGIILOR INFORMAȚIONALE

1.1. Evoluția Teoriei Grafurilor din perspectiva modelării lumii reale și aplicabilității. Istoria dezvoltării Teoriei Grafurilor

Situația în sectorul TIC din Moldova.

Sectorul tehnologiei informației și a comunicațiilor (TIC), conform datelor Biroului Național de Statistică, Statistica conturilor naționale pentru anul 2024, este un sector în creștere care contribuie anual la formarea PIB (produsul intern brut) cu circa 8 %. *„Contribuția sectorului TIC la PIB se apropie de 8% – un indicator clar că acest sector este în plină expansiune. Nu este un vârf temporar, ci o creștere constantă și încrezătoare. Este remarcabil că aproximativ 30.000 de persoane generează un impact atât de semnificativ”* (D. Alaiba, ministrul economiei, sursa: <https://www.moldova.org/sectorul-it-si-a-triplat-contributia-la-pib-ul-moldovei-descopera-cele-mai-noi-cifre-prezentate-la-sum-it-up6-global-connect/>).

Sectorul TIC, este unul prioritar pentru Guvernul Republicii Moldova. Strategia de dezvoltare a sectorului este expusă într-o serie de documente guvernamentale aprobate la nivel de guvern. Sectorul TIC creează anual peste 2000 de locuri de muncă și oferă salarii competitive pentru cetățenii țării. Suplimentar, sectorul TIC are un impact pozitiv asupra dezvoltării economiei naționale, inclusiv inteligență artificială, sănătate, educație, comerț, etc.

În contextul dat, Agenda de Dezvoltare Durabilă 2030 pune un accent special pe dezvoltarea TIC pentru realizarea obiectivelor și atingerea scopurilor dezvoltării durabile în țară [87, p.72]. Sectorul TIC, conform definiției OECD, cuprinde 12 subramuri. Toate acestea se regăsesc în Clasificatorul Statistic al Activităților Economice al Uniunii Europene (NACE, Rev.2, 2008), cu care este armonizat Clasificatorul Activităților din Economia Moldovei (CAEM Rev.2) (Figura 1.1) [88, p. 11].

Nota de concept a Strategiei Naționale de Dezvoltare „Moldova 2030” evidențiază o creștere semnificativă a gradului de adopție a tehnologiei informației și a comunicațiilor în Republica Moldova în ultimul deceniu. Utilizarea a telefoanelor mobile a atins un nivel de 109%, plasându-se printre cele mai ridicate din Europa și Est. De asemenea, Internetul mobil este utilizat de 77% din populație. Penetrare internetului fix în banda largă este de aproximativ 17%, un indicator cu potențial de creștere [88]. Aceste statistici reflectă o evoluție pozitivă în

domeniul digitalizării Moldovei, demonstrând o conectivitate sporită și o accesibilitate crescută la internet și la diverse dispozitive digitale.

Tot odată „există indicatori care sugerează o inegalitate înaltă în accesibilitatea și utilizarea tehnologiilor. Conform unuia din ultimele sondaje disponibile, 38% din oameni niciodată nu au utilizat internetul, situația fiind totuși mai bună decât în 2009, când 59% din oameni au dat același răspuns. Nivelul de utilizare a TIC pentru scopuri economice rămâne destul de limitat: la cei circa 51 mii de întreprinderi funcționale din țară, revin doar circa 2 mii de pagini web. Tehnologiile nu și-au găsit o aplicare suficient de largă nici în administrația publică, fiind ratată, astfel, oportunitatea de a îmbunătăți calitatea și accesibilitatea serviciilor prestate și de a reduce costurile administrative în serviciile publice... Însă tendințele din ultimii 8 ani sugerează că s-ar putea ca să rămână un important segment de populație – circa 15-20% - fără acces la telefonie mobilă și la Internet” [88, p.12].

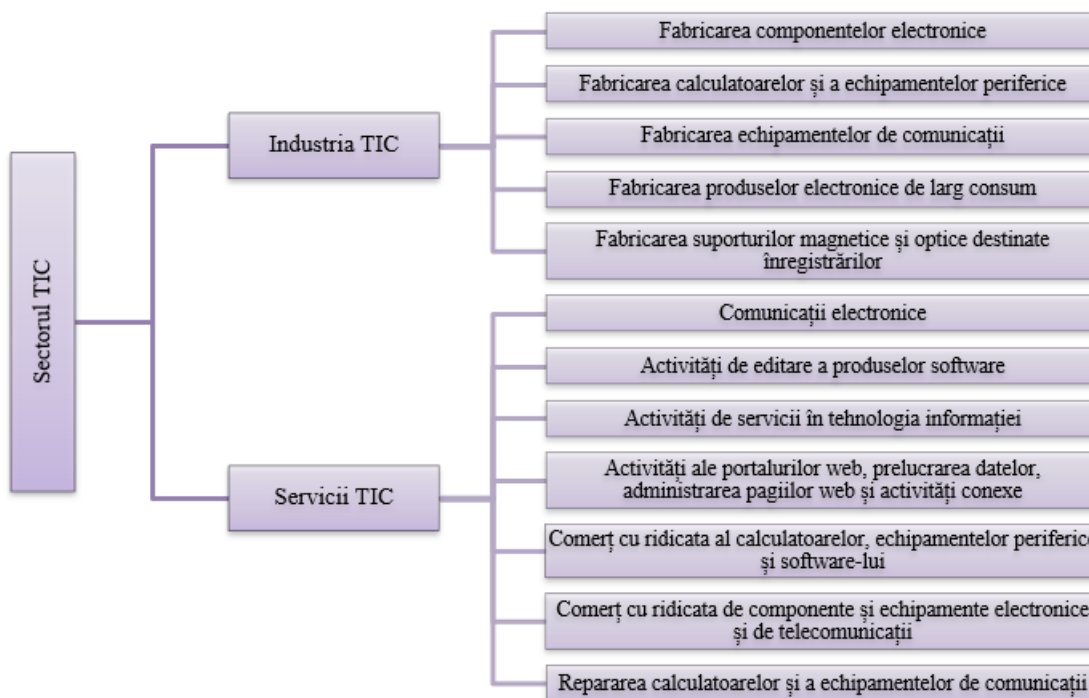


Figura 1.1. Sectorul Tehnologiei informației și comunicațiilor (TIC) din Clasificatorul Statistic al Activităților Economice al Uniunii Europene [88, p.11]

Avantajele educației STEM. Avantajul principal al educației STEM/ constă în soluționare problemelor care au conexiune directă cu viața zi de zi și se concentrează pe subiecte din lumea reală care îi poate motiva pe studenți la studii. Educația STEM (Știință, Tehnologie, Inginerie și Matematică) pregătește elevii pentru provocările și oportunitățile dintr-o societate din ce în ce mai tehnologizată, dezvoltându-le abilitățile necesare pentru a deveni cetățeni activi, gânditori critici și contribuitori la progresul științific și tehnologic. În plus, înțelegerea problemei

și învățarea conceptelor de bază pot orienta studenții spre inovare ceea ce este o abilitate importantă pentru cariera lor.

În acest sens, *Teoria Grafurilor* s-a dovedit a fi un instrument puternic utilizat pentru modelarea problemelor din lumea reală și a cunoscut un interes special în ultimele decenii datorită aplicabilității teoriei respective din perspectiva STEM. Conceptele din Teoria Grafurilor sunt aplicate pe scară largă în mai multe domenii de cercetare, cum ar fi informatică, educație, inginerie, fizică, biologie, chimie, economie, rețele sociale, inteligența artificială etc. Acest lucru arată că grafurile oferă o abordare inter/transdisciplinară, care construiește conexiuni între conținutul și contextul din lumea reală. Includerea unor Elemente din TG în programul din liceu demonstrează că această știință este mai mult decât aplicarea metodelor matematice în rezolvarea diferitor probleme și evidențiază conexiunea între diferite discipline și concepte. Acest fapt demonstrează că TG posedă un set de instrumente eficiente pentru modelarea matematică, pe care le considerăm fundamentale datorită aplicațiilor sale interdisciplinare.

În pofida aplicabilității dovedite a TG în lumea reală, această disciplină, care este de obicei studiată în cursurile universitare de matematică, informatică și știința datelor, este încă predată fără a acorda suficientă atenție implementării TIC și modelării matematice. În literatura de specialitate sunt propuse exemple de aplicații directe ale algoritmilor de TG, însă nu este ușor de găsit probleme academice într-un context real, a căror esență nu se limitează la aplicarea unui algoritm, ce trebuie modificat și adaptat pentru a rezolva problema. În opinia noastră, acesta ar trebui să fie obiectivul principal al predării TG.

Studiul grafurilor, cunoscut și sub numele de TG, este o componentă importantă a multor discipline, inclusiv matematică, informatică, inginerie, fizică, economie, sociologie, biologie, lingvistică și multe altele. Dezvoltarea *Teoriei Grafurilor* ca disciplină aparte este reflectată în lucrarea publicată [89].

Se consideră că una dintre varietățile grafurilor a fost folosită în antichitate. Aceasta se referă la arborele genealogic care descrie în mod clar legăturile de familie. Astfel de utilizare a grafurilor era considerată neștiințifică. Totodată, diagramele grafurilor erau folosite și în alt domeniu - astronomie. În multe lucrări din antichitate au fost puse în evidență desene de stele și constelații de pe cer. Imaginea stelelor (Figura 1.2) de pe firmament este în sine un graf fără muchii. Asterismele și aranjamentele stelelor sunt grafuri obișnuite, unele dintre care reprezintă arbori.

Teoria grafurilor este o ramură a matematicii discrete care studiază proprietățile grafurilor. Un graf reprezintă o mulțime de puncte cunoscute ca noduri sau vârfuri care sunt legate între ele printr-o rețea de linii numite muchii sau arce.

Originea *Teoriei Grafurilor* se regăsește în rezolvarea unor probleme de jocuri și amuzamente matematice, care au atras atenția unor matematicieni renumiți cum ar fi: Euler, Hamilton, Cayley, Sylvester, Kirchoff. În tabelul 1.1 este prezentată cronologia dezvoltării TG în secolele XVIII-XIX. Deoarece *TG* este considerată o ramură a matematicii aplicate, nu este surprinzător faptul că *TG* a fost descoperită independent de repetate (mai multe) ori.



Figura 1.2. Imagine-mostra din aplicația Stellarium [90]

Pentru o perioadă destul de îndelungată *TG* a fost privită ca un „subiect frivol”, a cărui sens „aplicativ” era în întregime asociat cu puzzle-uri, jocuri și distracții. Mult timp *TG* era îndepărtată de principalele domenii de cercetare științifică ale matematicii. Valoarea științifică a acestei teorii a fost dezvăluită pe deplin, doar atunci când s-a atras atenția deosebită asupra unei secțiuni foarte complexe a matematicii moderne, interesată de un cerc restrâns de specialiști în topologie [91].

Ca disciplină separată din domeniul matematicii, *Teoria grafurilor* a fost descrisă pentru prima dată în lucrarea „Teoria despre grafuri infinite și limitate” a matematicianului maghiar Dénes König (1884-1944) în anul 1936. Mai târziu, grafurile și metodele de cercetare aferente pătrund organic în aproape toată matematica modernă la diferite niveluri [92].

Tabelul 1.1. Cronologia dezvoltării Teoriei grafurilor

Concept/ Problematica	Autor	Anul	Afirmații / Teze despre TG
Problema celor șapte poduri	Leonhard Euler	1736	Demonstrează, că nu este posibil să faci o plimbare trecând fiecare pod numai o singură dată și numai o dată.
Teoria arborilor	Gustav Kirchhoff	1847	A prezentat rezolvarea problemelor cu scheme ramificate de rețelele electrice, prezentate printr-un sistem comun de ecuații algebrice liniare.
Relevanța grafului în contextul chimic	Arthur Cayley James Sylvester	1857	A propus utilizarea arborilor pentru determinarea numărului izomerilor chimici organici pentru hidrocarburile saturate.

Concept/ Problematica	Autor	Anul	Afirmații / Teze despre TG
Descoperiri în domeniul chimiei	Jordan	1869	A prezentat și a studiat arborii ca obiecte pur matematice aplicate în chimie.
Problema celor patru culori	August Ferdinand Möbius	1840	A prezentat problema celor patru culori la prelegerile sale în fața studenților.
Problema celor patru culori	Francis Guthrie	1852	A constatat că este nevoie de cel puțin patru culori pentru a colora harta comitatelor din Anglia.
Problema celor patru culori	Augustus de Morgan	1852	Întreabă dacă patru culori sunt într-adevăr suficiente pentru a colora o hartă, astfel încât țările care se află una lângă alta să aibă culori diferite.
Noțiunea nouă Puzzle	William Rowan Hamilton	1859	A inventat jocul „În jurul lumii” numit Puzzle.
Problema celor patru culori	Arthur Cayley	1878	A prezentat problema celor patru culori în fața societății matematice din Londra.
Publicarea demonstrației a problemei celor patru culori	Alfred Kempe	1879	A publicat un articol cu prima demonstrație (greșită) a soluției problemei celor patru culori.
Problema celor cinci culori	Percy Heawood	1890	A demonstrat că dovada lui Alfred Kempe era greșită și a demonstrat că cinci culori sunt suficiente pentru a colora orice hartă.
Demonstrarea ipotezei celor patru culori	Ph. Franklin	1913	A demonstrat ipoteza utilizării celor 4 culori până la 25 de țări.
Condiție necesară și suficientă existenței ciclului hamiltonian	Gabriel Andrew Dirac	1952	A găsit condiții suficiente ca un graf să fie hamiltonian.
Prima carte TG	Dénes König	1936	A publicat prima carte referitor la TG.
Noțiunea de graf planar	Kurt Lewin	1936	Describe implementarea TG în sociologie.
Condiție necesară și suficientă de existență a ciclului hamiltonian	Øysten Ore	1960	A găsit condiții suficiente ca un graf să fie hamiltonian.
Implementarea pe calculator	Heinrich Heesch	60-70	A elaborat prima schiță de demonstrație pe calculator.
Implementarea pe calculator	Kenneth Appel, Wolfgang Haken	1976	Au îmbunătățit schița lui Heesch (reduc numărul de cazuri - 1936) și au dovedit că cea mai eficientă metodă de producere a configurațiilor este un algoritm implementat pe calculator pentru demonstrarea

Concept/ Problematica	Autor	Anul	Afirmații / Teze despre TG
			problemei celor 4 culori.
Implementarea pe calculator	Neil Robertson, Daniel Sanders, Paul Seymour, Robin Thomas	1996	Au redus numărul de cazuri pentru testare la calculator (663 de cazuri).
Implementarea pe calculator	Georges Gonthier, Benjamin Werner	2005	Au elaborat o dovadă formală – utilizarea unui software de rezolvare a teoremelor (Coq).

Sursa: Informația prelucrată de autor după [86; 89-97; 209-220].

1.1.1. Istoria dezvoltării Teoriei Grafurilor. Rezultate științifice remarcabile obținute în TG

Din punct de vedere istoric Teoria Grafurilor începe să se dezvolte încă din anul 1736, când L. Euler (1707-1782), matematician de origine elvețiană, propune soluția rezolvării celebrei probleme privind traversarea celor „Șapte poduri din Königsberg” [86, 220].

Problema podurilor Euler. Orașul Königsberg din Prusia (astăzi, Kaliningrad, Federația Rusă) se întindea pe ambele maluri ale râului Pregel, cuprinzând și două insule mari legate una de cealaltă și cu diverse alte porțiuni ale orașului prin șapte poduri. Problema constă în elaborarea unui drum (traseu) prin oraș, care să traverseze fiecare dintre aceste poduri odată și numai odată. Ori, în alt context, **reformulăm problema respectivă și în următorul mod.** Se poate construi un drum (sau un ciclu, adică un drum care începe și se încheie în același nod) care vizitează fiecare muchie exact o dată?

Încă în anul 1736 Euler a găsit demonstrația condiției necesare pentru existența ciclurilor euleriene.

Să punctăm faptul că un alt matematician german, Carl Hierholzer, care a examinat aceleași probleme ca și L. Euler, și-a publicat propriile cercetări în anul 1873. Carl Hierholzer a demonstrat suplimentar unele rezultate considerate de Euler evidente. Este necesar de menționat că termenul graf a fost introdus pentru prima dată în sensul actual în 1878 de matematicianul englez James Joseph Sylvester [89].

Ulterior, J. J. Sylvester, în calitate de profesor la Universitatea Johns Hopkins și ca fondator al American Journal of Mathematics, în ultima jumătate a secolului al XIX-lea, a contribuit enorm la dezvoltarea matematicii americane.

În anul 1936, cu 200 de ani mai târziu, în Germania, Leipzig, matematicianul magiar Dénes König (1884-1944), care a publicat prima sa carte despre TG în anul 1936, „*Theorie der endlichen und unendlichen Graphen*”. În premieră, în cartea respectivă, noțiunile introduse de matematicianul elvețian sunt numite în cinstea lui: lanț și graf eulerian, Teorema Euler etc. Mai târziu, în anul 1957, Claude Berge publică o monografie completă despre grafuri „*Théorie des*

graphes et ses applications”, care a jucat un rol deosebit în promovarea și dezvoltarea ulterioară a teoriei grafurilor [93].

În anii 20 a secolului trecut s-a relansat interesul pentru Teoria Grafurilor. Marele matematician român Grigore Moisil afirma că: *„Azi teoria grafurilor a devenit o disciplină majoră, deși nu-și găsește locul într-o clasificare dogmatică a capitolelor matematicii. Folosirea teoriei grafurilor în domenii variate, de la chimie la economie, de la studiul rețelelor electrice la critica textelor și la politică, îi dau azi un prestigiu de care cel ce clasifică științele trebuie să țină seama”* [97].

În anul 1936, psihologul Kurt Lewin (1890-1947) a propus că „spațiul de viață” al unui individ să fie reprezentat pe o hartă plană. Astfel, zonele reprezintă diferite tipuri de activități pe care le desfășoară o persoană, cum ar fi munca, casa sau ocupații personale. Această idee i-a condus pe psihologii de la Centrul de Cercetare a Dinamicii Grupurilor la o interpretare psihologică diferită a grafului și anume, oamenii sunt reprezentați ca noduri, iar relațiile dintre ei pot fi reprezentate ca muchii [98].

De mai multe ori, *TG* a fost „redescoperită” de către fizicienii teoreticieni prin rezolvarea diverselor probleme. În domeniul matematicii, TG a fost studiată pentru prima dată de economistul și criticul social american de origine norvegiană, O. Veblen (1857-1929) și explicată în cartea sa clasică despre topologie [213].

În secolul al XX-lea, în diverse ramuri ale matematicii, inclusiv și algebră, teoria probabilităților, teoria numerelor, topologie, etc. au apărut probleme care țin de grafuri. La începutul secolului al XX-lea, termenul de „graf” a devenit foarte popular în matematică și nu numai. Începând cu anii 50-60, calcul computațional s-a dezvoltat în mare măsură datorită TG.

Teoria Grafurilor a fost dezvoltată de mai mulți matematicieni, iar printre cei mai importanți savanți în acest domeniu se numără: *Leonhard Euler* - este considerat părintele teoriei grafurilor datorită lucrării sale „*Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis*” (Rezolvarea problemei geometriei situs) din 1736, în care a prezentat problemele celor șapte poduri din Königsberg și a expus conceptele de bază a unui graf și unui circuit; *William Rowan Hamilton* - a dezvoltat teoria ciclurilor și a drumurilor într-un graf, precum și conceptul de graf dual; *Arthur Cayley* - este considerat fondatorul teoriei grupurilor și a contribuit la dezvoltarea teoriei grafurilor, introducând concepte precum matricea de adiacență și arborii; *Paul Erdős* - a adus contribuții importante în teoria grafurilor și la teoria numerelor, fiind cunoscut pentru numărul Erdős, care măsoară distanța academică dintre un cercetător și Erdős în ceea ce privește colaborările științifice; *Claude Berge* - a contribuit esențial la dezvoltarea teoriei grafurilor, în special, în ceea ce privește problema acoperirii grafurilor și teoria matroidelor. Acești cercetători,

împreună cu alții, au avut o influență mare asupra dezvoltării TG, punând bazele aplicațiilor sale actuale în informatică, telecomunicații, rețele sociale și alte domenii [213].

Există numeroși savanți contemporani care continuă să dezvolte și să aducă contribuții semnificative în teoria grafurilor. Iată câțiva dintre ei [221-227]:

László Lovász - un matematician maghiar, laureat al premiului Abel în 2021, cunoscut pentru contribuțiile sale în teoria grafurilor, combinatorică și optimizare combinatorică [221, 222];

Noga Alon - un matematician israelian, profesor la Universitatea Tel Aviv, care a adus contribuții semnificative în teoria grafurilor, combinatorică și teoria probabilităților [223];

Alan J. Hoffman – un matematician american renumit pentru contribuțiile sale în teoria grafurilor, algebră lineară și optimizare combinatorică. A fost cercetător la IBM Research și profesor asociat la mai multe universități. A fost membru al Academiei Naționale de Științe a SUA și a primit numeroase distincții pentru munca sa. Este cunoscut în special pentru lucrările sale privind valorile proprii asociate grafurilor și aplicațiile acestora în probleme de colorare și structură a grafurilor [224];

Lior Pachter - un matematician american, profesor la California Institute of Technology, care a contribuit esențial la teoria grafurilor și în dezvoltarea uneltelor computaționale pentru analiza datelor biologice [225];

Martin Grohe - un matematician german, profesor la Universitatea RWTH Aachen, care a contribuit la dezvoltarea teoriei complexității și la studiul complexității algoritmilor în teoria grafurilor [226];

Eva Tardos - o matematiciană americană, profesor la Cornell University, cunoscută pentru contribuțiile sale în teoria algoritmilor și în dezvoltarea algoritmilor eficienți pentru problemele din teoria grafurilor [227].

Moldova are o tradiție puternică în dezvoltarea matematicii și este mândră de contribuțiile savanților săi la dezvoltarea teoriei grafurilor. Iată câțiva dintre acești savanți [228-233]:

Sergiu Rudeanu - matematician și profesor universitar originar din Republica Moldova, cunoscut pentru contribuțiile sale în teoria grafurilor și în dezvoltarea teoriei liniare a grafurilor [228];

Tudor Zamfirescu - matematician originar din Republica Moldova, profesor la Universitatea din București, care a adus contribuții importante în teoria grafurilor, în special în ceea ce privește proprietățile ciclurilor Hamiltoniene [229];

Sergiu Cataranciuc – un matematician de renume din Republica Moldova, doctor habilitat în științe fizico-matematice, profesor universitar la USM, Facultatea de Matematică și Informatică. Este cunoscut pentru contribuțiile sale în teoria grafurilor, optimizarea combinatorică și structuri matematice discrete, în special pentru studiul complexului de relații multi-are și al acoperirilor convexe ale grafurilor [230, 231];

Dumitru Lozovanu – profesor și cercetător la USM, Facultatea de Matematică și Informatică. Este cunoscut pentru lucrările sale în optimizarea combinatorică, teoria grafurilor și algoritmi. A publicat lucrări despre probleme de optimizare pe grafuri, cum ar fi fluxuri în rețele, drumuri minime și jocuri pe grafuri. A abordat și aplicații ale teoriei grafurilor în modelarea sistemelor economice și logistice [233].

1.1.2. Aplicațiile Teoriei Arborilor în fizică și chimie

Un exemplu elocvent, care a suplimentat TG este cunoscut cu denumirea „teoria arborelui”.

În anul 1847, fizicianul german Gustav Kirchhoff (1824-1887) a dezvoltat teoria arborelui pentru rezolvarea problemele cu schemele ramificate ale rețelele electrice, care conțin diferite elemente. Schemele electrice au fost prezentate printr-un sistem comun de ecuații algebrice liniare, care a permis determinarea intensității curentului în fiecare ochi al circuitelor electrice. Fiind fizician, Kirchhoff a abordat rezolvarea problemelor ca un matematician. El a ignorat componentele electrice precum rezistențe, condensatoare, inductori, concentrându-se doar pe structurile combinatorii corespunzătoare, care conțin noduri și conexiuni (muchii sau arce). Nu a fost necesar să se indice ce tipuri de elemente electrice corespund conexiunilor. Astfel, Kirchhoff a înlocuit fiecare ochi de circuit electric cu un graf corespunzător și a demonstrat că nu este necesar să se ia în considerare fiecare circuit electric în parte pentru a rezolva un sistem de ecuații. Cu alte cuvinte, trebuie doar să ne limităm la ochiuri simple independente a grafului, definite de „arborele principal” [93].

Zece ani mai târziu, în 1857, a fost descoperită o clasă importantă de grafuri numită arbori. Matematicienilor britanici Arthur Cayley (1821–1895) și James Sylvester (1814–1897) li se atribuie meritul de a fi pus bazele TG chimice aplicate în chimia modernă [209]. Pentru a caracteriza structurile chimice în termeni matematici, aceștia au stabilit că există un izomorfism între structura moleculelor chimice individuale și un graf matematic. Respectiv, ei au fost primii care au demonstrat relevanța grafurilor în context chimic. Matematicianul Cayley a utilizat structura grafurilor pentru a enumera izomerii constitutivi ai alcanilor și ai alte serii corespunzătoare, în timp ce Sylvester a utilizat grafurile pentru a reprezenta moleculele și pentru

a deriva expresii de tip polinom pe care le-a considerat caracteristice structurilor chimice. Impactul pe termen lung al muncii lor este acum considerat în prezent incalculabil. În special, ultimii ani au fost martorii unei creșteri dramatice a diferitelor aplicații ale teoriei grafurilor chimice [94, p. 39].

În anul 1869, Jordan, inconștient de semnificația descoperirii sale în domeniul chimiei, a prezentat și a studiat arborii ca obiecte pur matematice [94, p.62].

1.1.3. Conjectura celor 4 culori și puzzle-ul lui Hamilton

Tot în această perioadă (sec. XIX), au fost stabilite alte două abordări noi în *Teoria grafurilor*:

- **conjectura celor patru culori**,
- **puzzle**, inventat de Hamilton.

Conjectura în patru culori. Conform acestei conjecturi, patru culori sunt suficiente pentru a colora suprafața țărilor din orice atlas (hartă pe plan), astfel încât țărilor cu frontierele vecine să fie aplicate culori diferite. Se consideră, că August Ferdinand Möbius (1790-1868) a lansat conjectura celor patru culori, prezentând în anul 1840 la Universitatea din Leipzig în cadrul prelegerilor sale „Problema celor patru culori”. Deși acum se consideră că conjectura în patru culori pentru prima dată a fost propusă în anul 1852. Un alt matematician botanist sud-african, Francis Guthrie (1831-1899), și-a dat seama că pentru a colora o hartă a comitatelor Angliei erau necesare doar patru culori. Când Frederick a aflat de această problemă, a cerut ajutorul profesorului August De Morgan (1806-18071), dar nici măcar acesta nu a reușit să găsească o demonstrație satisfăcătoare. Mai multe încercări timpurii de a demonstra *Teorema celor patru culori* au eșuat. Peste câțiva ani, problema a devenit „la modă” în rândul matematicienilor. În contextul dat, nici celebrul matematician britanic A. Cayley nu a reușit să demonstreze validitatea teoremei și a propus-o Societății Matematice din Londra. Această problemă a devenit foarte rapid cunoscută după anul 1879. Matematicianul Cayley a publicat-o în primul volum al „*Proceedings of the Royal Geographic Society*”. Ulterior, celebra conjectura celor patru culori a câștigat faimă și a devenit populară [214].

Tot în anul 1879, Alfred B. Kempe (1849-1922), avocat londonez și membrul al Societății Matematice din Londra, a publicat o lucrare în care pretindea că a demonstrat o teoremă privind conjectura celor patru culori, oferind prima demonstrație a ipotezei. Iar în 1890, matematicianul Percy J. Heawood a descoperit o eroare în această demonstrație și, folosind un graf special, a derivat o dovadă importantă a teoremei. Această primă demonstrație a erorii a fost urmată și de multe alte demonstrații. Mulți matematicieni celebri din trecut au lucrat la

problema celor patru culori, dar niciunul dintre ei nu a rezolvat corect problema. Au existat multe încercări nereușite de a demonstra ipoteza conjecturii celor patru culori pentru orice număr de țări. Matematicienii au încercat să demonstreze această teoremă pornind de la numere naturale mici. Astfel, în 1913, Ph. Franklin a demonstrat ipoteza unei hărți cu cel mult 25 de țări. Ulterior, el a mărit acest număr până la 38 de țări. S-a observat, că odată cu creșterea numărului de țări, a crescut și numărul de aranjamente a țărilor de a le colora pe harta lumii. *Problema celor patru culori* a devenit o enigmă neînvingătoare [95].

Mai bine de o sută de ani, matematicienii nu au reușit să obțină o demonstrație. Abia în 1976, K. Appel și W. Haken de la Universitatea din Illinois din SUA, au reușit să demonstreze că cea mai eficientă metodă de generare a aranjamentelor era un algoritm implementat pe calculator, pentru care au fost necesare în jur de 1200 de ore de prelucrare a datelor [211]. Un an mai târziu, F. Allaise de la Universitatea Waterloo, Ontario, a reușit să obțină o demonstrație a teoremei în numai 50 de ore de interacțiune om-calculator, folosind o procedură diferită de reducere a aranjamentelor inevitabile. Demonstrația ipotezei a necesitat mai mult de o 1000 de ore de lucru și după ce a încercat un număr foarte mare de variante, calculatorul a confirmat validitatea ipotezei. Astfel, problema a celor patru culori a fost rezolvată [96].

Puzzle lui Hamilton. În 1859, un matematician, fizician și astronom anglo-irlandez, William Rowan Hamilton (1805-1865), a conceput un joc numit „În jurul lumii”. În jocul dat se folosește un dodecaedru, fiecare dintre cele 20 de vârfuri ale acestuia putând numele unui oraș celebru. Jucătorul trebuie să meargă „în jurul lumii”, găsind o cale închisă de-a lungul marginilor poliedrului, care să treacă prin fiecare nod exact o dată. Hamilton a vândut cu 25 de guinee această idee de joc unui producător de jucării. Formulând problema jocului în termenii *Teoriei grafurilor* s-a ajuns la următoare: existența unui ciclu de bază în dodecaedru este evidentă [215, 219].

Cu toate că s-ar părea că soluția la această problemă particulară este simplă, nimeni până în prezent nu a putut găsi încă o **condiție necesară și suficientă** pentru existența unei astfel de căi (cunoscută sub numele de ciclul lui Hamilton) în orice graf. Condiții suficiente pentru ca un graf să fie hamiltonian au fost obținute ulterior de Gabriel Andrew Dirac (1925-1984) în 1952, Øysten Ore (1899-1968) în 1960, Adrian Bondy (1944) și V. Chavatal în 1976 și alții. Mai târziu au fost investigate și digrafurile (grafurile orientate sau direcționate), de A. Ghouila-Houri în 1990, H. Meyniel în 1973 și alții [213, 218].

1.1.4. Aplicații moderne ale Teoriei Grafurilor

TG născută în rezolvarea puzzle-urilor și a jocurilor distractive, a devenit acum un instrument simplu, accesibil și puternic pentru rezolvarea problemelor legate de o gamă largă de probleme. Grafurile există peste tot, nu numai în știință. Oricare dintre noi, într-un fel sau altul, le întâlnește involuntar în viața de zi cu zi. Printre exemple se numără și hărțile rutiere, hărțile subterane, hărțile constelațiilor, moleculele chimice și chiar relațiile dintre persoane. O mare parte a programelor de calculator, de asemenea, se bazează, pe grafuri, care fac posibile comunicațiile moderne și procesele tehnologice. Teoria grafurilor este aplicată în economie și statistică, chimie și biologie. Prin intermediul TG, metodele matematice au devenit foarte răspândite în știință și tehnologie. TG se dezvoltă rapid, găsind noi aplicații și așteaptă implicarea tinerilor cercetători.

TG este utilizată drept model matematic pentru orice sistem care implică relații binare. Multe elemente/aspecte/exerciții/probleme legate de obiecte discrete sunt formulate în termeni (concepte) ale TG. Reprezentările în forme de grafuri pun accentul pe modul conexiunii dintre obiecte (electrice, mecanice, pneumatice, chimice, biologice, biofizice, sociologice etc.). Aceste modele structurale sunt utilizate pentru a rezolva probleme de proiectare și reprezentare, analiza proprietăților a rețelelor de comunicații, a circuitelor electrice, în rezolvarea problemelor de transport, probleme de planificare și gestionare, probleme de determinare a traseului optim pentru livrarea mărfurilor, probleme de modelare a proceselor complexe, probleme de genetică, psihologie, sociologie, economie și altele [99-102].

Importanța utilizării grafurilor reiese din faptul că acestea descriu în mod unic structura sistemului, pe baza căreia se pot scrie ecuații canonice și se pot stabili relații cauzale între proprietăți și variabile. O trăsătură caracteristică a grafurilor este abordarea geometrică a studiului obiectelor, care pot fi prezentate într-o diagramă.

Domeniul TG este unul dintre cele mai dezvoltate compartimente ale matematicii discrete. Pot fi specificate numeroase probleme practice și matematice, a căror rezolvare se restrânge la studiul unui număr de elemente. Proprietățile fundamentale ale acestor elemente sunt descrise prin conexiuni/relații între aceste elemente. Structura grafurilor contribuie la reprezentarea vizuală a conexiunilor și relațiilor asemănătoare pentru mai multe probleme care pot fi formulate în termenii TG, atât din punct de vedere teoretic, cât și practic. Prin intermediul calculatoarelor moderne, modelele de grafuri își găsesc din ce în ce mai des noi utilizări în informatică, programare, fizică, chimie, biologie, economie, sociologie, lingvistică și altele. De asemenea, grafurile pot fi utilizate pentru a modela multe tipuri de relații și procese în diverse sisteme fizice, biologice, sociale și informaționale și dețin o serie de aplicații utile, printre care:

- Modelarea unei infrastructuri rutiere, feroviare, aeriene și maritime pentru a determina cea mai optimă rută către destinație;
- Utilizarea motoarelor de căutare pentru a indexa paginile web și a le clasifica în funcție de relevanță și link-uri incorporate;
- Studierea interacțiunilor dintre molecule și atomi în fizică și chimie;
- Secvențierea ADN;
- Securitatea rețelelor de calculatoare;
- Modelarea și analiza rețelelor sociale sau determinarea potențialului de răspândire a COVID-19 în comunitățile locale;
- Crearea modelelor 3D, animațiilor și efectelor vizuale în industria divertismentului și a designului;
- Modelarea subordonării și interlegăturilor între etapele dintr-un proiect sau plan.

1.2. Abordări didactice privind studierea teoriei grafurilor în sistemul de educație din diverse țări. Studiu comparativ

În subcapitolul de față este prezentată o analiză comparativă referitor la studierea unității de curs *Teoria grafurilor* în universitățile din Republica Moldova, Europa (Germania și România), Statele Unite ale Americii și din Federația Rusă.

În planul de analiză s-au cercetat referințe privind denumirea unității de curs, numărul de ore/ credite, mijloacele utilizate la prelegeri și seminar/laborator, metodele și strategiile de predare în formarea de competențe specifice acumulate/formate.

Modernizarea continuă perpetuată în sistemul de învățământ actual din Republica Moldova, subordonează procesul de învățământ și îl conectează la spațiul informațional educativ internațional. Modificările în acest sens, impun schimbări radicale ale formelor de organizarea a procesului didactic și conținuturilor tehnologice. De la metodele tradiționale se trece treptat la metodele moderne de desfășurarea a lecțiilor care presupun abordări interactive.

O analiză comparată planurilor de studii ale universităților din Republica Moldova conduce la concluzia, că formarea teoretică prin cursurile fundamentale la programele de studii de informatică și matematică are loc în primii doi-trei ani, apoi are loc o repetare „în spirală” la nivel de consolidare a cunoștințelor, sub aspect aplicativ. În ultimii ani de studii începe munca de rutină cu calcule și soluții la diferite exemple de multe ori de același tip. Studentul realizează diverse activități de învățare pentru accelerarea comprehensiunii în procesul de rezolvare a sarcinilor, „interesul pentru disciplină fiind motivul cel mai eficient pentru învățare, făcând procesul de cunoaștere atractiv pentru studenți” [103, p.38]. Pericolul de a pierde interesul este

actual pentru disciplinele matematice (un domeniu atât de specific), în cazul nostru, cu referire la *Teoria grafurilor*, care, deși se predă numai la unele universități, cu toate acestea, un începător, în studiul teoriei grafurilor întâmpină anumite dificultăți, deoarece în unele cazuri ca și în cadrul altor discipline, se predă în mod tradițional.

În traseul planului de comparare a evidenței teoriei grafurilor în procesul de studii superioare de licență (ciclul I) vor fi prezentate studii privind:

- 1) Analiza planurilor de învățământ.
- 2) Analiza curriculumului disciplinar.

Analiza planurilor de învățământ a adus în cercetare constatarea, că tradițional, unitatea de curs *Teoria Grafurilor*, este predată, în mod special, în universitățile cu profil pedagogic și universitățile politehnice cu specialități ingineresti. S-a constatat, că în toate universitățile din țară, la programele de studii de informatică și matematică, au inclus Teoria grafurilor ca disciplină de studiu, însă sub diferite aspecte, înregistrate în tabelul ce urmează.

Tabelul 1.2. Teoria grafurilor în planurile de învățământ la programele de studii din cadrul Universității de Stat din Moldova [104]

Facultatea	Programul de studii	Disciplina / an/sem. / nr. de ore
Matematică și Informatică	0613.4 Informatică (Dezvoltarea produselor program și a aplicațiilor) [105] 0613.5 Informatică aplicată (Dezvoltarea produselor program și a aplicațiilor) [106]	Algoritmica grafurilor (anul 2, semestrul III, 4 ECTS, nr. de ore: Curs-30, Lab-30, lucrul individual-60)
	0114.1 Matematică (Științe ale Educației) [107] 0541.1 Matematică (Matematică și Statistică) [108] 0541.2 Matematici Aplicate (Matematică și Statistică) [109]	Teoria grafurilor (anul 1, semestrul II, 4 ECTS, nr. de ore: Curs-30, Sem-30, lucrul individual-60)
Fizică și Inginerie	0613.1 Tehnologia informației (Dezvoltarea produselor program și a aplicațiilor) [110]	Algoritmica grafurilor (anul 2, semestrul IV, 4 ECTS, nr. de ore: Curs-30, Lab-30, lucrul individual-60)

Sursa: Informație prelucrată de autor după [104-110].

Din tabelul 1.2 constatăm, că studenții își formează competențe de utilizare a *Teoriei grafurilor* la 6 programe de studii, modulele de conținut ale *Teoriei grafurilor* fiind în cadrul disciplinelor: *Algoritmica grafurilor și Teoria grafurilor*, predate în anii 1 și 2 (4 credite, Curs-30 de ore, Sem/Lab-30 de ore, Lucrul individual 60 de ore) studii superioare de licență.

Tabelul 1.3. Teoria grafurilor în planurile de învățământ la programele de studii din cadrul Universității Tehnice a Moldovei [111]

Facultatea	Programul de studii	Disciplina / an/sem. / nr. de ore
Calculatoare, Informatică și Microelectronică	0612.2 Managementul informației (Proiectarea și administrarea sistemelor informaționale) [112] 0613.5 Informatică aplicată (Dezvoltarea produselor program și a aplicațiilor) [113]	<i>Matematică discretă</i> (anul 1, semestrul II, 5 ECTS, nr. de ore: Curs-30(10), Sem-15(8), Lab-30(30), lucrul individual-75) <i>Structuri de date și algoritmi</i> (anul 1, semestrul II, 5 ECTS, nr. de ore: Curs -30(10), Sem-15(6), Lab-30(13), lucrul individual-75)
	0612.1 Calculatoare și rețele (Proiectarea și administrarea sistemelor informaționale) [114] 0613.1 Tehnologia Informației (Dezvoltarea produselor program și a aplicațiilor) [115] 0613.2 Securitate Informațională (Dezvoltarea produselor program și a aplicațiilor) [116] 0613.3 Ingineria software (Dezvoltarea produselor program și a aplicațiilor) [117] 0714.4 Electronica aplicată (Electronică și automatizări) [118] 0714.5 Microelectronica și nanotehnologii (Electronică și automatizări) [119] 0714.6 Automatică și Informatică (Electronică și automatizări) [120] 0714.7 Robotică și mecatronică (Electronică și automatizări) [121]	<i>Matematică discretă</i> (anul 1, semestrul II, 5 ECTS, nr. de ore: Curs-30(10), Sem-15(8), Lab-30(30), lucrul individual-75) <i>Structuri de date și algoritmi</i> (anul 1, semestrul II, 5 ECTS, nr. de ore: Curs-30(10), Sem-15(6), Lab-30(13), lucrul individual-75) <i>Matematici speciale</i> (anul 1, semestrul II, 3 ECTS, nr. de ore: Curs-30(10), Sem-15(6)), lucrul individual-45)

Sursa: Informație prelucrată de autor după [111-121].

Din tabelul 1.3 constatăm, că studenții își formează competențe de utilizare a *Teoriei grafurilor* la 10 programe de studii, modulele de conținut ale *Teoriei grafurilor* constituie 30% din numărul total de ore, fiind în cadrul disciplinelor: ***Structuri de date și algoritmi***, ***Matematică discretă***, de 5 credite, Curs-30 de ore, Sem-15 de ore, Lab-30 de ore și ***Matematici speciale*** de 3 credite, Curs-30 de ore, Sem-15 de ore, toate predate doar în anul 1 de studii superioare de licență.

Tabelul 1.4. Teoria grafurilor în planurile de învățământ la programele de studii din cadrul Academiei de Studii Economice din Moldova [122]

Facultatea	Programul de studii	Disciplina / an/sem. / nr. de ore
Tehnologii Informaționale și Statistică Economică	0613.1 Tehnologia Informației (Dezvoltarea produselor program și a aplicațiilor) [123] 0613.5 Informatică aplicată (Dezvoltarea produselor program și a aplicațiilor) [124]	Algoritmica grafurilor (anul 3, semestrul V, 4 ECTS, nr. de ore: Curs-30, Sem-14, Lab-1; lucrul individual-60) Structuri de date și algoritmi (anul 1, semestrul II, 4 ECTS, nr. de ore: Curs-30, Sem-14, Lab-16, lucrul individual-60)

Sursa: Informație prelucrată de autor după [122-124].

Din tabelul 1.4 constatăm, că studenții își formează competențe de utilizare a *Teoriei grafurilor* la unul singur program de studii – *Tehnologia Informației*, modulele de conținut al *Teoriei grafurilor* fiind în cadrul disciplinelor *Algoritmica grafurilor* predată în anul 3 (4 credite, Curs-30 de ore, Sem-14 de ore, Lab-16 de ore, Lucrul individual 60 de ore) și *Structuri de date și algoritmi*, predată în anul 1 (4 credite, Curs-30 de ore, Sem-14 de ore, Lab-16 de ore, Lucrul individual 60 de ore), studii superioare de licență.

Tabelul 1.5. Teoria grafurilor în planurile de învățământ la programele de studii din cadrul Universitatea de Stat „Alecu Russo” din Bălți [125]

Facultatea	Programul de studii	Disciplina / an/sem. / nr. de ore
Științe Reale, Economie și ale Mediului	0613.4 Informatică (Dezvoltarea produselor program și a aplicațiilor) [126]	Structuri discrete (anul 1, semestrul I, 5 ECTS, nr. de ore: Curs-14, Sem-31, Lab-30, lucrul individual-75)

Sursa: Informație prelucrată de autor după [125-126].

Din tabelul 1.5 constatăm, că studenții își formează competențe de utilizare a *Teoriei grafurilor* la unul singur program de studii – *Informatica*, modulele de conținut al *Teoriei grafurilor* fiind în cadrul disciplinei *Structuri discrete*, predată în anul 1 (5 credite, Curs-14 de ore, Sem-31 de ore, Lab-30 de ore, Lucrul individual 75 de ore), studii superioare de licență.

Tabelul 1.6. Teoria grafurilor în planurile de învățământ la programele de studii Universitatea de Stat din Tiraspol

Facultatea	Programul de studii	Disciplina / an/sem. / nr. de ore
Fizică, Matematică și Tehnologii informaționale	0613.4 Informatică (Dezvoltarea produselor program și a aplicațiilor) [128]	Grafuri, metode de parcurgere și reprezentări (anul 1, semestrul II, 5 ECTS, nr. de ore: Curs-45, Lab-45, lucrul individual-60)
	0114.2 Informatică (Științe ale educației) [129]	Grafuri, metode de parcurgere și reprezentări

	0114.2/1 Informatică și matematică (Științe ale educației) [130, Anexa 9.1]	(anul 1, semestrul. II, 4 ECTS, nr. de ore: Curs-15, Lab-30, lucrul individual-45)
	0114.1/2 Matematică și informatică (Științele educației) [131] 0114.3/2 Fizică și informatică (Științe ale educației) [132]	Grafuri, metode de parcurgere și reprezentări/Teoria grafurilor (anul 1, semestrul II, 3 ECTS, nr. de ore: Curs-30, Lab-30, lucrul individual-30)

Sursa: Informație prelucrată de autor după [128-132].

Din tabelul 1.6 constatăm, că studenții își formează competențe de utilizare a *Teoriei grafurilor* la 4 programe de studii, modulele de conținut ale *Teoriei grafurilor* fiind în cadrul disciplinei: **Grafuri, metode de parcurgere și reprezentări**, predată în anul 1 (3-5 credite, Curs-30/45 de ore, Lab-30/45 de ore, Lucrul individual 30/45/60 de ore), studii superioare de licență.

Tabelul 1.7. Teoria grafurilor în planurile de învățământ la programele de studii din cadrul Universității Pedagogice de Stat „Ion Creangă” din Chișinău

Facultatea	Programul de studii	Disciplina / an/sem. / nr. de ore
Facultatea Științe ale Educației și Informatică	0613.4 Informatica (Dezvoltarea produselor program și a aplicațiilor) [134]	Algoritmica grafurilor (anul 3, semestrul V, 4 ECTS, nr. de ore: Curs-30, Lab-30, lucrul individual-60)
	0114.2 Informatică (Științe ale educației) [135] 0114.1/2 Matematică și Informatică (Științe ale educației) [136]	Matematica computațională (anul 3, semestrul V, 6 ECTS, nr. de ore: Curs-30(10), Sem-30(10) Lab-30(10), lucrul individual-60) Matematica computațională (anul 3, semestrul VI, 4 ECTS, nr. de ore: Curs-30(10), Lab-30(10), lucrul individual-60)

Sursa: Informație prelucrată de autor după [134-136].

Din tabelul 1.7 constatăm, că studenții își formează competențe de utilizare a *Teoriei grafurilor* la 2 programe de studii, modulele de conținut ale *Teoriei grafurilor* fiind în cadrul disciplinelor: **Algoritmica grafurilor și Matematica computațională**, predate în anul 3 (4 credite, Curs-30 de ore, Lab-30 de ore, lucrul individual 60 de ore), studii superioare de licență.

Concluzia generală, evidențiată din evaluarea prezenței teoriei grafurilor în programele de studii la universitățile supuse documentării, aduce în vizor, faptul, că toate universitățile (abordate), cu excepția Universității Tehnice a Moldova, pentru orele de curs oferă 30-45 de ore, pentru orele de laborator se oferă 30-45 de ore și unele propun suplimentar 14-15 ore de seminar. La Universitatea Tehnică din Moldova în planurile de studii nu se regăsește disciplina *Teoria grafurilor* separat, însă modulele disciplinei se regăsesc în așa cursuri ca: Matematică discretă,

Structuri de date și algoritmi și Matematici speciale, ocupând a 3-a parte din orele de curs și de seminar. Primordial disciplina dată se predă la anul 1, semestrul II, la Universitatea de Stat din Moldova – la anul 2, semestrul IV.

Analiza curriculumului disciplinar a vizat evaluarea prezenței unităților de curs în curriculum universitar la cursurile prezentate anterior în tabelele cu programele de studii la fiecare universitate, prezentate în tabelul 1.8.

**Tabelul 1.8. Analiza comparativă a conținuturilor unității de curs
„Teoria grafurilor” în curriculumul disciplinei la universitățile din R. Moldova**

Nr. d/o	Unitățile de curs	USM	UTM	ASEM	USARB	UST	UPSC
1.	Grafuri neorientate	+	+	+	+	+	+
2.	Grafuri orientate	+	+	+	+	+	+
3.	Algoritmi pentru determinarea drumurilor minime în grafuri	–	–	+	+	+	+
4.	Arbori, arbori binari, arbori parțiali de cost minim	+	+	+	+	+	+
5.	Maxheap, Minheap, algoritmi heap-sort	–	+	–	–	+	+
6.	Algoritmul Ford-Fulkerson, fluxul în rețea	–	+	+	–	+	+
7.	Cuplaje	+	–	+	–	+	–

Sursa: Informație prelucrată de autor [104, 111, 122, 125, 127, 133].

S-a constatat, că unitățile de conținut Grafuri neorientate, Grafuri orientate, Algoritmi pentru determinarea drumurilor minime în grafuri, Arbori, Arbori binari, Arbori parțiali de cost minim, Maxheap, Minheap, Algoritmi heap-sort, Algoritmul Ford-Fulkerson, Fluxul în rețea, Cuplaje se regăsesc în curriculumul disciplinar la majoritatea programelor de studii ale universităților analizate. În curricula disciplinelor în condițiile pentru desfășurarea procesului educațional se menționează: „pentru prezentarea materialului în sala de curs este nevoie: de cretă, tablă, proiector cu calculator. Expunerea materialului se va efectua prin dialogul profesor-student” [111]. În cadrul orelor de laborator/seminar „studenții vor perfectă rapoarte conform condițiilor impuse de indicațiile metodice. De asemenea, s-a constatat, că la aceste conținuturi menționate, la programul de studii cu profil ingineresc din cadrul Universității Tehnice din Moldova au fost incluse unele teme suplimentare, și respectiv se regăsesc următoarele unități de conținut: Algoritmul de sortare topologică, Algoritmul de căutare a drumului minim Bellman-Calaba.

Curriculum la unitatea de curs *Algoritmica* grafurilor, programul 1613.1 *Tehnologia Informației* (ASEM), accentuează îmbinarea în procesul didactic atât a strategiilor didactice tradiționale (explicația, demonstrația, problematizarea, discuția dirijată, etc.), cât și a celor moderne (lucrul în grup/perechi, studii de caz, simularea, învățarea bazată pe probleme, învățarea bazată pe proiect etc.), accentul fiind plasat pe învățarea activă în vederea dezvoltării integrate a competențelor profesionale. Din condiții obligatorii se enumeră abilități medii de programare, sală de laborator cu calculatoare dotate cu limbaje de programare C++, Java, competențe de lucru pe platforma Moodle-ASEM. Sunt descrise metodele de evaluare cu specificarea ponderii din *Media generală*.

Unitatea de curs „*Grafuri, metode de parcurgere și reprezentări*” este obligatorie de la programele de studii menționate la Universitatea de Stat din Tiraspol. Procesul didactic la disciplina abordată este organizat astfel încât se pune accent pe studierea algoritmilor pentru parcurgerea grafurilor, determinarea drumurilor minime, algoritmilor de căutare și sortare la diferiți arbori, algoritmilor pentru determinarea fluxului maxim în rețea și pe studierea algoritmului Ford-Fulkerson. Din mijloace didactice de predare se menționează: tablă, tablă interactivă, calculator conectat la rețea, proiector, soft-ul Maple, limbaje de programare Pascal și C/C++. De asemenea sunt utilizate platformele educaționale online: Moodle, Classroom, campion.edu.ro. Unitățile de conținut sunt plasate pe platformele Moodle și Classroom.

O analiză comparativă a planurilor de studii și a curriculumelor în universitățile din România arată, că modulele care țin de TG se întitulează: *Algoritmica grafurilor, Structuri de date și algoritmi, Matematici speciale, Algoritmi fundamentali*. După cum se arată în tabelul 1.9, aceste cursuri sunt urmate în anii 1 și 2 de studii, cu numărul de credite de 4, 5 și 6 respectiv.

Curriculum-urile analizate prevăd că cunoștințele acumulate, vor fi aplicate în dezvoltarea de algoritmi eficienți pentru rezolvarea problemelor de optimizare combinatorială. Din mijloacele didactice pentru predare sunt menționate: tabla, calculator conectat la Internet, proiector și prezentări PPT. În cadrul lecțiilor de laborator este specificată elaborarea programelor în Pascal și C/C++.

Tabelul 1.9. Teoria grafurilor în planurile de învățământ la programele de studii ale universităților din România

Universitatea	Facultatea/ Programul de studii	Disciplina/an/sem./nr. de ore
Universitatea Alexandru Ioan Cuza din Iași (UAIC) [137]	Facultatea de Informatică / Informatică [138]	<i>Algoritmica grafurilor</i> (anul 2, semestrul III, 5 ECTS, nr. de ore: Curs-28, Sem-28, lucrul individual-64)
	Facultatea de Matematică / Matematică-Informatică [139]	<i>Structuri de date</i> (anul 2, semestrul III, 6 ECTS, nr. de ore: Curs-28(12), L-28(12), lucrul individual 94)
Universitatea Politehnică din București (UPB) [140]	Facultatea Inginerie industrială și robotică/ Informatica industrială [141]	<i>Matematici speciale</i> (anul 1, semestrul II, 4 ECTS, nr. de ore: Curs-28, Sem-28, lucrul individual 44) <i>Algoritmica grafurilor</i> (anul 3, semestrul V, 4 ECTS, nr. de ore: Curs-28, Lab-14, lucrul individual - 58)
Universitatea Tehnică din Cluj-Napoca (UTCLUJ) [142]	Automatica și Calculatoare / Tehnologia Informației 2020-2021[143]	<i>Matematici speciale</i> (anul 1, semestrul I, 5 ECTS, nr. de ore: Curs-28, Lab-28, lucrul individual-69) <i>Structuri de date și algoritmi</i> (anul 1, semestrul II, 6 ECTS, nr. de ore: Curs-42, Lab-28, lucrul individual-80) <i>Algoritmi fundamentali</i> (anul 2, sem. III, 6 ECTS, nr. de ore: Curs-28, Lab-42, lucrul individual-80)

Sursa: Informație prelucrată de autor după www.uaic.ro [137-139], www.upb.ro [140, 141], www.utcluj.ro [142, 143].

Programele de studii ale universităților din **Germania** oferă studenților tutoriale de curs online cu acces liber. Subiectele disciplinei *Teoria grafurilor* se regăsesc în cursul *Algoritmi și structuri de date*. Studiarea acestui curs în anul 1 de studii, permite studenților să acumuleze 6 credite (Tabelul 1.10).

Tabelul 1.10. Teoria grafurilor în planurile de învățământ la programele de studii ale universităților din Germania

Universitatea	Facultatea/ Programul de studii	Disciplina/an/sem./nr. de ore
Universitatea tehnică din München (TUM) [144]	Inginerie electrică și tehnologia informației/ inginerie electrică, tehnologia informației	<i>Algoritmi și structuri de date</i> (anul 1, sem II, credite 6 ECTS, numărul de ore: Curs- 60 de ore, Sem-30 de ore, Lucrul individual 90 de ore)
Universitatea din Heidelberg (UH) [145]	Matematică și Informatică/Informatica aplicată	<i>Algoritmi și structuri de date</i> (anul 1, sem II, credite 6 ECTS, numărul de ore: Curs- 60 de ore, Sem-30 de ore, Lucrul individual 90 ore)

Sursa: Informație prelucrată de autor după www.tum.de[144], www.uni-heidelberg.de[145].

Studentii învață conținutul acestui curs participând la prelegeri și tutoriale. În timp ce prelegerile se concentrează pe predarea teoriilor, tutorialele se concentrează pe consolidarea cunoștințelor studenților prin aplicarea modelelor și metodelor învățate pentru a rezolva diferite probleme. Atât cursurile, cât și tutorialele sunt susținute într-un stil centrat pe studenți, care sunt întotdeauna încurajați să interacționeze cu lectorul și tutorele, mai ales atunci când studenții au idei diferite în privința modelelor sau algoritmilor. Sunt utilizate următoarele tipuri de mijloace: tablă, prezentări, exemple online și demonstrații. În curriculum nu este specificat limbajul de programare utilizat.

Programele de studii ale universităților din **Statele Unite ale Americii** oferă studenților suporturile de curs și setul de probleme pentru exersare și lucrul individual online cu acces liber (Tabelul 1.11).

Tabelul 1.11. Teoria grafurilor în planurile de învățământ la programele de studii ale universităților din Statele Unite ale Americii

Universitatea	Facultatea / Programul de studii	Disciplina / an/sem. / nr. de ore
Institutul de Tehnologii din Massachusetts (MIT) [146]	Inginerie electrică și informatică, matematică	<i>Teoria grafurilor și combinatorică aditivă</i> 2 ședințe în săptămână a câte 1,5 ore

Sursa: Informație prelucrată de autor după www.mit.edu [146].

La dispoziția studenților sunt puse on-line: programa cursului, calendarul, note de curs, prelegeri video și sarcini structurate în 26 de lecții. Cursul *Teoria grafurilor și combinatorică aditivă* examinează evoluțiile clasice și moderne în teoria grafurilor și combinatorica aditivă, cu accent pe subiecte și teme care leagă cele două subiecte. De asemenea, cursul prezintă studenților subiecte de cercetare actuale și probleme deschise. Nota finală va fi determinată de minimul performanței studentului la cele două categorii: - rezolvarea a 6 seturi de probleme; - proba scrisă în baza notelor de curs.

O analiză comparată a planurilor de studii și a curriculumurilor în universitățile din Federația Rusă a scos în evidență, că subiectele disciplinei *Teoria grafurilor* se regăsesc în așa unități de curs ca: *Matematica discretă* și *Teoria algoritmilor*. Cursurile respective se țin la anul 1 și 2, atribuind-le respectiv: 4, 5 și 6 credite. (Tabelul 1.12).

Tabelul 1.12. Teoria grafurilor în planurile de învățământ la programele de studii ale universităților din Federația Rusă

Universitatea	Facultatea/ Programul de studii/ anul	Disciplina / an/sem. / nr. de ore
Universitatea Pedagogică de Stat din Moscova (МПГУ)	Informatică/ Informatică și matematică [147]	<i>Matematica discretă</i> (anul 2, sem III, credite 3 ECTS, Numărul de ore: Curs-16 de ore Sem-32 de ore, Lucrul individual 60 de ore)
	Matematică/ Informatică aplicată [148, Anexa 9.2]	<i>Matematica discretă</i> (anul 1, sem I, II, credite 12 ECTS, sem I: Numărul de ore: Curs-18 de ore Sem-36 de ore, Lucrul individual 4 de ore) sem II: Numărul de ore: Curs-36 de ore Sem-36 de ore, Lucrul individual 63 de ore) <i>Teoria algoritmilor</i> (anul2, se IV, credite 4 ECTS, Numărul de ore: Curs-36 de ore, Lab-36 de ore, Lucrul individual 27 de ore, Control-45 de ore)

Sursa: Informație prelucrată de autor după www.mpgu.su [149].

Analiza curriculumului disciplinar din țările de peste hotare a vizat evaluarea prezenței unităților de curs în curriculumul universitar la cursurile prezentate anterior în tabelele cu programele de studii la fiecare universitate, prezentate în tabelul 1.13.

Tabelul 1.13. Analiza comparativă a conținuturilor de curs „Teoria grafurilor” în curriculumul disciplinei la universitățile de peste hotare

Nr. d/o	Unitățile de curs	UAIC (România)	UPB (România)	UTCLUJ (România)	TUM (Germania)	UH (Germania)	MIT (SUA)	МПГУ (Россия)
1.	Grafuri neorientate	+	+	+	+	+	+	+
2.	Grafuri orientate	+	+	+	+	+	+	+
3.	Algoritmi pentru determinarea drumurilor minime în grafuri	+	–	–	+	+	+	+
4.	Arbori, arbori binari, arbori parțiali de cost minim	+	+	+	+	+	+	+
5.	Maxheap, Minheap, algoritmi heap-sort	–	+	–	–	+	–	–
6.	Algoritmul Ford- Fulkerson, fluxul în rețea	+	–	+	–	–	–	+
7.	Cuplaje	+	–	+	–	–	–	–

Sursa: Informație prelucrată de autor [137, 140, 142, 144, 145, 146, 149].

Analiza Curriculumului disciplinar al universităților documentate în scopul cercetării a permis constatarea, că pentru studierea cursului *TG* este obligatorie echiparea sălii de curs cu calculatoare, proiector, conexiune la rețeaua de internet. În cazul universității din Cluj-Napoca este sugerată indicația achizițiilor preliminare de cunoștințe de programare în limbajele Pascal, C/C++ sau Java.

1.3. Analiza comparativă privind utilizarea tehnologiilor informaționale în procesul de predare-învățare-evaluare a Teoriei Grafurilor

Teoria Grafurilor este o disciplină, care se bazează pe reprezentarea vizuală a grafurilor iar software-le pentru *TG* facilitează realizarea diverselor operații cu grafuri, ca obiect de studiu. La moment există, în acest sens, instrumente eficiente disponibile pentru a realiza o analiză detaliată a grafurilor.

Luând în considerare faptul că în universitățile din Republica Moldova, Teoria Grafurilor se studiază în mare parte fără implementarea tehnologiilor informaționale (cu excepția limbajelor de programare) s-a propus o nouă abordare privind studierea științei respective, și anume: utilizarea tehnologiilor în procesul de predare-învățare a TG. Astfel, selectarea tehnologiilor utilizate în studierea TG s-a bazat pe următoarele criterii:

1. Tehnologiile utilizate, indiferent de anul când au fost lansate, datorită versiunilor actualizate, sunt în prezent printre cele mai populare, eficiente și utilizabile în domeniul IT;
2. Tehnologiile permit efectuarea rapidă și corectă a operațiilor specifice modelelor matematice care țin de Teoria Grafurilor.
3. Tehnologiile „încorporează” pachete (biblioteci) privind realizarea directă a algoritmilor care se referă Teoria Grafurilor.
4. Tehnologiile selectate deschid posibilități suplimentare pentru a învăța lucruri noi solicitate de piața muncii.

În acest sens, noile tehnologii informaționale, existente pe piața IT, care satisfac criteriilor menționate sunt: Limbajul C/C++, MAPLE (versiunile 18, 21, 24), Wolfram Mathematica (versiunile 14.1, anul 2024, versiunea 12.1, anul 2020, versiunea 12.0, anul 2019); platformele: programforyou.ru/graph-redactor, campion.edu.ro, graphonline.ru.

În continuare vom evidenția cele mai importante caracteristici și funcționalități care pot fi utilizate la studierea TG ale următoarelor tehnologii:

Mathematica (www.wolfram.com/mathematica/) [150] este un sistem software utilizat pe scară largă pentru calcule științifice, de inginerie și matematice, cu biblioteci încorporate pentru mai multe domenii. Softwar-ul Mathematica, care a fost lansat în 1988 de Stephen Wolfram, permite analiza statistică, calculul simbolic, manipularea datelor, analiza rețelei,

optimizare, implementare de algoritmi. Dezvoltarea ulterioară a sistemului este realizată de Wolfram Research. Biblioteca *Graphs&Networks* (grafuri și rețele) oferă funcționalități pentru modelarea, analizarea, sintetizarea și vizualizarea grafurilor și rețelelor, oferă numeroase funcții pentru crearea sau calcularea grafurilor. Softwar-ul Mathematica nu este gratuit.

Matlab (www.mathworks.com/products/matlab.html) [151] reprezintă un software matematic, care oferă o performanță în crearea grafurilor standard. Această aplicație nu este gratuită și vine cu un abonament plătit pentru o anumită perioadă. Matlab este un sistem integrat, care se deosebește prin posibilitățile de modelare și simulare a grafurilor. Totodată, Matlab dispune de o mulțime de seturi de instrumente menite și altor discipline științifice și ingineresti. **Scilab** (<http://www.scilab.org/>) [152] este o versiune gratuită a Matlab, asemănătoare la interfață cu Matlab, dar cu un set mai restrâns de instrumente.

GRIN (Graph Interface) (grin-software.net/en/) [153] este un instrument software util, cât pentru studenți, atât și pentru profesorii facultăților de matematică, economie, din domeniile sociale și ingineresti. Este o aplicație open-source pentru vizualizarea și manipularea grafurilor. Programul vă permite să creați, să editați și să explorați interactiv diferite tipuri de grafuri. Grafurile create sunt salvate pe disc și pot fi descărcate pentru a fi prelucrate ulterior. De asemenea programul include un sistem de ajutor, care conține informații despre programul în sine, precum și detalii specifice privind TG și aspecte legate de teoria rețelelor.

GraphViz (graphviz.org/) [154] reprezintă un software de vizualizare a grafurilor, care oferă o multitudine de opțiuni grafice de utilizare în *Teoria grafurilor*. Aspectul său captivant preia descrieri grafice de text ca date de intrare și creează diagrame la alegerea dorită. Pe lângă aceasta, oferă și diverse elemente de personalizare.

Gephi (gephi.org/) [155] este un software gratuit dezvoltat exclusiv pentru analiza datelor. Acest soft este bazat în principal pe vizualizarea rețelei și explorarea datelor, ce reprezintă un instrument care folosește un motor de interpretare 3D pentru crearea grafurilor complexe. Gephi este scris în limbajul Java și este disponibil pentru platformele Windows, MacOS și Linux. La moment, Gephi este întreținut și îmbunătățit de The Gephi Consortium.

Opțiunea de **implementarea software-ului Maple în studierea Teoriei Grafurilor** (www.maplesoft.com) [156] la lecțiile de laborator este argumentată de sistemul integrat tipic, care încorporează în el însuși un mecanism de calcule de matematică complexă, descise într-un limbaj de programare puternic și are un număr extrem de mare de funcții, biblioteci și librării extinse, posibilități grafice extraordinare, capabil să rezolve în mod deosebit probleme și calcule matematice complexe. Sistemul matematic include o bibliotecă specifică destinată TG - *Graph Theory* – este un instrument puternic pentru generarea, reprezentarea, manipularea și analiza

diferitor tipuri de grafuri. Oferă o gamă largă de funcții pentru crearea și caracterizarea grafurilor după diferite proprietăți, dar și scrierea programelor într-un limbaj de programare deosebit pentru prelucrarea grafurilor și implementarea algoritmilor de bază [157, 158, 159].

O analiza comparativă de utilizare a softurilor în lume este efectuată în baza căutărilor Google a linkurilor softurilor. Clasamentul softurilor specializate pentru anii 2023 și 2025 este prezentat în Tabelul 1.14.

Tabelul 1.14. Clasamentul softurilor specializate

Sistemul software specializat	Numărul de linkuri în Internet			Locul în lume
	Mai 2023	Iulie 2023	Martie 2025	
MAPLE	549 000 000	857 000 000	663 000 000 194 000 000	1
MATLAB	468 000 000	667 000 000	774 000 000 57 200 000	2
MATHEMATICA	47 900 000	57 000 000	57 600 000 6 180 000	3
GRIN	18 000 000	26 000 000	262 000	4
GRAPHVIZ	2 670 000	2 670 000	2 590 000	5
GEPHI	379 000	1 700 000	2 110 000	6

Analizând posibilitățile de aplicare a software-lor referitor la Teoria grafurilor, a permis efectuarea următoarelor constatări: sistemele Mathematica și Matlab necesită cunoștințe specifice în limbajul Wolfram, care oferă funcționalități pentru modelarea, analizarea, sintetizarea și vizualizarea grafurilor și rețelelor; Aplicația Grin nu necesită instalarea aplicației, în schimb conține instrumente pentru construirea și analiza doar a grafurilor orientate; Pachetul de instrumente GraphViz inițiat pentru desenarea grafurilor specificate utilizează scripturile în limbajul DOT, având extensia de nume de fișier „gv” și cu toate că este un software gratuit licențiat este nevoie de cunoștințe suplimentare despre limbajul DOT, care nu este atât de popular și pentru analiza grafurilor se recomandă utilizarea instrucțiunilor din biblioteca specializată CGraph; Instrumentul software Gephi este eficient atunci când este utilizat de analiștii de date și de oamenii de știință care doresc să exploreze și să înțeleagă tehnica de aplicare practică a grafurilor.

Platforme online. Caracteristici

Există o varietate de aplicații online, care pot fi utilizate în educație, cum ar fi platformele de învățare online, aplicații de gestionare a claselor, instrumente de editare și creare de conținut multimedia, platforme de colaborare și multe altele.

Utilizarea aplicațiilor online în educație poate aduce numeroase beneficii atât profesorilor, cât și studenților. Acestea pot fi folosite pentru a spori implicarea studenților în procesul de învățare și pentru a facilita comunicarea și colaborarea între studenți și profesori.

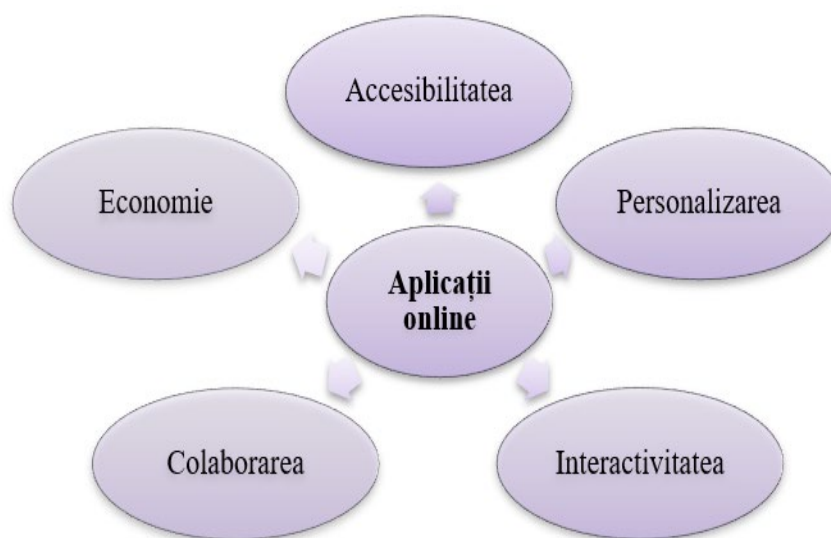


Figura 1.3. Avantajele utilizării aplicațiilor online

Printre avantajele utilizării aplicațiilor online în educație (Figura 1.3) putem identifica:

Accesibilitatea – Elevii pot avea acces la materiale și resurse educaționale în orice moment și de oriunde în lume.

Personalizarea – Aplicațiile online pot fi utilizate pentru a oferi feedback personalizat și pentru a adapta procesul de învățare la nevoile și abilitățile fiecărui student.

Interactivitatea – Aplicațiile online pot fi utilizate pentru a crea o experiență de învățare interactivă și captivantă, prin includerea de elemente multimedia, jocuri și alte instrumente.

Colaborarea – Aplicațiile online pot fi utilizate pentru a facilita colaborarea între studenți, prin intermediul platformelor de discuții și proiectelor de grup.

Economie – Utilizarea aplicațiilor online poate reduce costurile de imprimare și aprovizionare cu materiale educaționale tradiționale.

Cu toate acestea, trebuie să existe un echilibru între utilizarea tehnologiei și utilizarea metodelor tradiționale de învățare, pentru a asigura o experiență de învățare echilibrată și eficientă pentru elevi.

Platforma educațională *Teoria_Grafurilor* (Figura 1.4) de pe site-ul www.campion.edu.ro [160] este o platformă online de învățare care oferă cursuri și materiale educaționale pentru o varietate de subiecte, inclusiv: Teoria grafurilor, Drumuri Minime, Heap interactiv.

În cadrul orelor de teorie și laborator la cursul TG, de pe platforma www.campion.edu.ro, studenții vor învăța despre tipurile de grafuri, reprezentarea acestora, determinarea drumurilor și

ciclurilor într-un graf, parcurgerea grafurilor, identificarea dacă un graf este bipartit sau planar, determinarea arborelui de acoperire minim și multe alte subiecte importante din Teoria grafurilor. De asemenea, platforma oferă o serie de exerciții și probleme practice-interactive pentru a ajuta studenții să își consolideze cunoștințele și să își dezvolte abilitățile de rezolvare a problemelor în Teoria grafurilor.

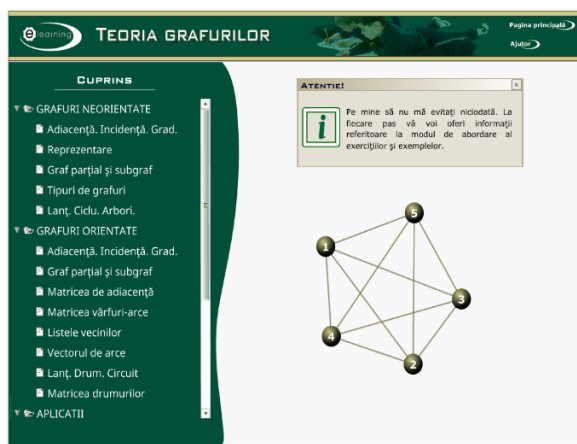


Figura 1.4. Platforma e-learning www.campion.edu.ro – Teoria grafurilor

Platforma online www.graphonline.ru [161] este o aplicație-proiect online gratuită cu posibilitatea de a edita diferite tipuri de grafuri și de a reprezenta grafurile în diferite forme. Aplicația GraphOnline conține un set de algoritmi din TG, care se implementează într-un mod interactiv. Această platformă este ușoară în utilizare, ce oferă posibilitatea de a modifica limba interfeței (Figura 1.5).

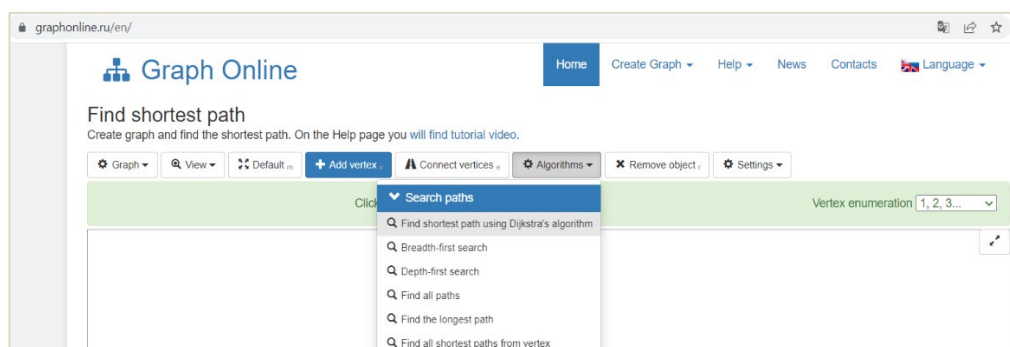


Figura 1.5. Aplicația online graphonline.ru

Platforma online <https://programforyou.ru/graph-redactor> [162] (Figura 1.6) reprezintă unul din serviciile de tip aplicație interactivă online, dezvoltată în cadrul Universității Tehnice de Stat din Moscova, cu acces liber. Această platformă, în afară de crearea, analiza proprietăților grafurilor și implementarea algoritmilor de bază din TG într-un mod interactiv, oferă posibilitatea de generare a diferitor tipuri de grafuri, prin indicarea cerințelor prestabilite; de vizualizare a algoritmilor de parcurgere, de determinare a drumurilor minime, de colorare, de sortare, de conexitate a grafurilor și altele.

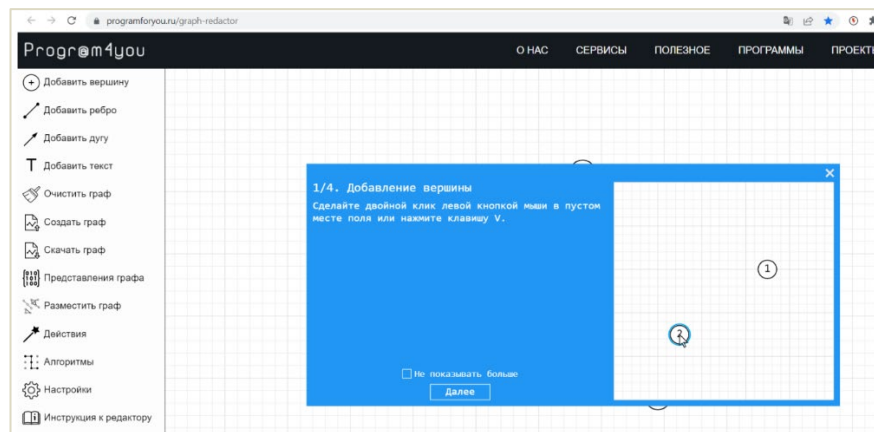


Figura 1.6. Aplicația online graph-redactor

O altă aplicație online care a atras atenția noastră, este Graph_Editor (figura 1.7) - editor de grafuri de pe site-ul www.csacademy.com [163], care oferă posibilitatea de edita un graf neorientat sau orientat, ponderat sau neponderat doar prin introducerea nodurilor, muchiilor/arcelor și ponderilor. Graful propriu zis este prezentat într-o imagine separată, care poate fi corectată/redactată/modificată, ulterior salvată și utilizată în materialele didactice.

Menționăm, că aceasta aplicație a fost utilizată pentru editarea desenelor cu grafuri pentru elaborarea manualului „Elemente din Teoria Grafurilor”, tipărit în anul 2022 [86].

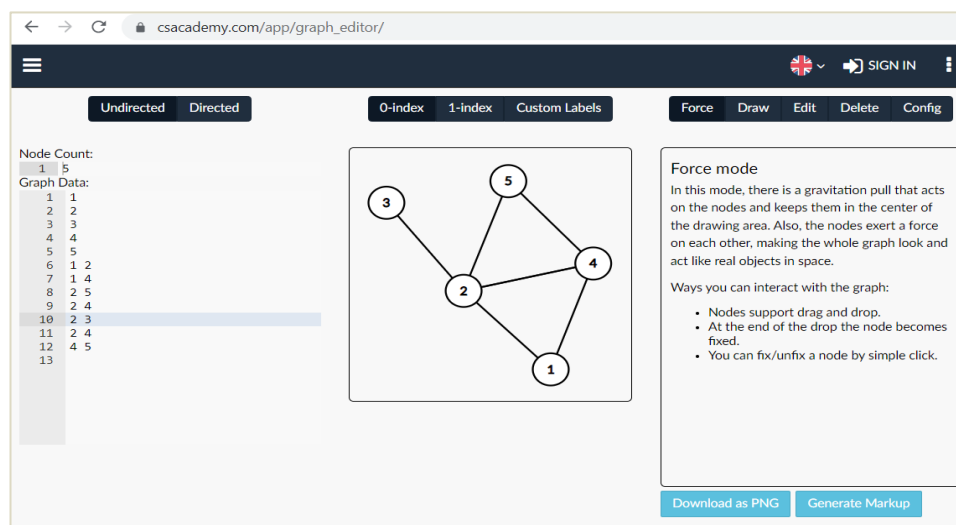


Figura 1.7. Aplicația online Graph-Editor

Tehnologiile implementate (C/C++, Maple) în procesul de predare-învățare a TG sunt considerate la moment printre cele mai populare și eficiente în lume. Astfel, cunoscuta companie **TIOBE** care este specializată în evaluarea și urmărirea calității software-ului, măsoară calitatea unui sistem software prin aplicarea unor metrici software larg acceptate. TIOBE verifică zilnic peste 1 miliard de linii de cod software pentru clienții din întreaga lume, în timp real (<https://www.tiobe.com/tiobe-index/>). În Tabelul de mai jos, se vede clar că limbajele C și C++

sunt plasate pe locurile 2 și 3, din perspectiva popularității, atât în 2024, cât și în 2025. În ultima perioadă este depășit după rating doar de limbajul Python. În contextul respectiv este necesar de menționat că fiecare versiune nouă vine cu îmbunătățiri substanțială a bibliotecilor și funcționalități utile programatorilor.

- În anul 2020 a fost lansată versiunea nouă C++20 (Informal C++2a), ISO/IEC 14882:2020, ("ISO/IEC 14882:2020". *International Organization for Standardization*. Archived from the original on 16 December 2020. Retrieved 16 December 2020).
- În anul 2024 a fost lansată versiunea nouă C++23 (Informal C++2b), ISO/IEC 14882:2024, ("ISO/IEC 14882:2024". *International Organization for Standardization*. Retrieved 21 October 2020.).

Limbajul C++ se distinge prin suportul programării orientate pe obiecte, fiind unul dintre cele mai populare din lume. Este utilizat pe scară largă, de exemplu, la dezvoltarea sistemelor de tranzacționare de înaltă frecvență. Tranzacționarea de înaltă frecvență (HFT) folosește limbaje, algoritmi și calculatoare puternice pentru a efectua tranzacții rapide, valorificând modificările mici ale prețurilor. Acest lucru se datorează faptului că codurile scrise în C++ sunt aproape de capacitățile sistemului PC-ului, precum și de faptul că limbajul este orientat pe obiecte. C++ este un limbaj de nouă generație care moștenește tradiția limbajului C.

Tabelul 1.15. Popularitatea limbajelor de programare

Aprilie 2025	Aprilie 2024	Limbajul de programare	Rating/Clasament	Change Schimbare/Fluctuație
1	1	Python	23.08%	+6.67%
2	3	C++	10.33%	+0.56%
3	2	C	9.94%	-0.27%
4	4	Java	9.63%	+0.69%
5	5	C#	4.39%	-2.37%
6	6	JavaScript	3.71%	+0.82%

Sursa: <https://www.tiobe.com/tiobe-index/>

Limbajul C/C++ are câteva caracteristici importante:

- A) Poate fi utilizat prin: Windows, Linux, Mac OSX; Amazon, Apple, Microsoft, PayPal, Google, Facebook, VR, Machine Learning, etc
- B) Este rapid, flexibil (posibilitatea de a refolosi un cod fără a face modificări ale sursei codului sau recompilare, de exemplu importarea librăriilor), scalabil (suporta un volum mai mare de încărcare), portabil (poate fi compilat pe orice alt calculator unde este instalat C++).

O analiză comparativă de utilizare a softurilor în lume este efectuată în baza căutărilor Google a linkurilor softurilor. Clasamentul softurilor specializate pentru anii 2023 și 2025 este

prezentat în Tabelul 1.14 (pagina 47). Pe prima poziție, după cum se vede, se află softul MAPLE. Fiecare versiunea nouă vine cu algoritmi noi care țin de Teoria Grafurilor. Astfel, mai jos se face o caracterizare succintă a ultimilor versiuni care vin cu completari semnificative la Teoria Grafurilor.

O caracteristică succintă a celor mai recente versiuni MAPLE sunt:

- **2018. Graph Theory.** Maple 2018 îmbunătățește pachetul GraphTheory cu operații cafre țin de intersecția grafurilor.

[Graph Theory - Maple Help.](#)

- **2020. GraphTheory.** Un efort substanțial a fost depus în Teoria Grafurilor pentru Maple 2020, inclusiv progrese semnificative în vizualizare, opțiuni flexibile de manipulare a grafurilor, instrumente puternice de analiză și suport pentru peste 20 de noi grafuri speciale și proprietăți ale grafurilor.

[Graph Theory - Maple Help.](#)

- **2021. GraphTheory.** Maple 2021, include noi comenzi pentru calcularea grafurilor și face progrese clare în vizualizarea grafurilor.

[Graph Theory - Maple Help](#)

- **2024. GraphTheory.** Maple 2024, include noi comenzi privind efectuarea calculelor și generarea grafurilor.

[Graph Theory - Maple Help.](#)

- **Analiză comparativă MAPLE 2018 vs MAPLE 2024.** În pachetul with(GraphTheory), MAPLE 2018 conține 166 de comenzi disponibile iar versiunea MAPLE 2024 conține 220 de comenzi, care se referă la operarea cu Grafurile neorientate și orientate precum și la implementarea diversilor algoritmi. În afară de comenzi de bază MAPLE dispune și subpachete: (A) RandomGraphs. Astfel, în MAPLE 18 sunt 8 comenzi iar MAPLE 2024 dispune de 13 comenzi; (B) SpecialGraphs: MAPLE 18 conține 46 comenzi iar Maple 24 dispune 138 comenzi; (C) GeometricGraphs. Astfel, în Maple 24 sunt 11 comenzi iar MAPLE 2018 nu conține un astfel de pachet. Comparatia dată evidențiază o extindere considerabilă pentru MAPLE 2024 a bibliotecii privind operarea cu grafuri.

La paginile 247-258, în Anexa 10, Sunt demonstrate diverse exemple de implementare a sistemelor soft matematice și platformelor online la studierea Teoriei Grafurilor.

1.4.Concluzii la capitolul 1

1. S-a arătat că *Teoria Grafurilor* (TG) fiind obiect de studiu în matematica discretă, reprezintă un instrument puternic folosit pentru modelarea matematică a problemelor din lumea reală. TG a cunoscut și cunoaște un interes special în ultimele decenii datorită aplicabilității largi a teoriei respective, inclusiv în pregătirea specialiștilor din domenii STEM. Dezvoltarea spectaculoasă a tehnologiilor informaționale și de internet are un impact semnificativ asupra procesului de cercetare științifico-didactic privind implementarea TIC la studierea disciplinelor STEM.

2. S-a efectuat analiza mediul academic național și internațional referitor la procesul de studiere a Teoriei Grafurilor (TG). Au fost identificate tendințele de predare-învățare-evaluare a disciplinei respective ce a condus, din această perspectivă, la evidențierea problemelor existente în procesul de studiere a TG în sistemul universitar național și, totodată, acest fapt a direcționat cercetările efectuate spre definitivarea fundamentelor teoretice și metodologice privind implementarea tehnologiilor informaționale și de internet în cheia educației STEM în vederea formării competențelor viitorilor specialiști în concordanță cu standardele academice internaționale și cerințele pieții muncii.

3. S-a demonstrat că la studierea Teoriei Grafurilor, în Republica Moldova, se utilizează tradițional limbajele de programare și insuficient de puțin, ori aproape de loc, softurile matematice moderne, cum ar fi de exemplu: Maple, Matematica, AutoCad, MatLab, etc.

4. S-a realizat analiza comparativă privind utilizarea tehnologiilor informaționale în procesul de predare-învățare-evaluare a Teoriei Grafurilor și s-a arătat că utilizarea softurilor de ultimă generație imprimă lecțiilor care țin de algoritmica grafurilor un suflu nou și, totodată, sunt cu mult mai atractive, ilustrative și, în unele situații, cu mult mai eficiente și mai practice. Aspectele respective sunt mai puțin studiate și analizate de către cercetătorii din domeniu. În acest sens, luând în considerare experiența internațională, se propune studierea avantajelor care țin de utilizarea softului matematic MAPLE, care contribuie substanțial la dezvoltarea culturii algoritmice.

5. S-a demonstrat că în scopul studierii eficiente a TG sunt necesare nu doar cunoștințe teoretice din acest domeniu, dar și capacitatea de a putea eficient opera cu grafurile examinate (ca obiect de studiu) din următoarele perspective: descompunerea, ordonarea, caracterizarea și ierarhizarea elementelor unui graf prin prisma implementării algoritmilor grafurilor în soluționarea diferitor probleme practice care țin de procesele economice (drumuri minime, flux maximal, conexitatea, max-heap etc.) care se pot realiza cu succes și mai eficient prin implementarea tehnologiilor informaționale și de internet.

6. Luând în considerare argumentele punctate mai sus au fost evidențiate ipotezele și obiectivele investigației privind soluționarea următoarei **probleme de cercetare:** *elucidarea reperelor teoretice și metodologice de valorificare a tehnologiilor informaționale și internetului pentru dezvoltarea optimă a competențelor vizate prin studiul unității de curs „Teoria Grafurilor” ale viitorilor specialiști din domeniile STEM.*

2. MODELUL PEDAGOGIC ȘI METODOLOGIA IMPLEMENTĂRII TEHNOLOGIILOR INFORMAȚIONALE ÎN PROCESUL DE STUDIERE A TEORIEI GRAFURILOR

2.1. Necesitatea implementării tehnologiilor informaționale și strategiilor didactice interactive în studierea Teoriei Grafurilor

Eficacitatea procesului didactic în mare măsură depinde de alegerea adecvată și implementarea profesională a tehnologiilor didactice specifice. Orientarea către abordarea tehnologică în aplicarea arsenalului pedagogic presupune o anumită eficacitate tehnologică a formelor și metodelor de predare-învățare în sine, în ceea ce privește structura, proiectarea și aplicarea lor practică, și într-o anumită măsură, etapa primară de proiectare a procesului educațional – formularea sarcinilor pedagogice. Funcția unui profesor poate fi interpretată ca un sistem de operații secvențiale tehnologice pentru organizarea, observarea, controlul și corectarea activităților studenților. Totalitatea acțiunilor unui profesor și activitatea cognitivă a studenților în interacțiunea lor constituie un proces integral.

Tehnologiile didactice sunt instrumente, metode și strategii utilizate în procesul de predare-învățare-evaluare pentru a îmbunătăți experiența de învățare a studenților și pentru a spori eficiența procesului educațional. Tehnologiile didactice moderne pot aduce numeroase beneficii procesului de învățare, cum ar fi accesul la informație și resurse educaționale, îmbunătățirea interacțiunii și a colaborării între studenți și profesori, adaptarea procesului de învățare la nevoile individuale ale studenților și creșterea motivării și angajamentului în procesul de învățare.

Utilizarea instrumentelor didactice moderne în predarea Teoriei Grafurilor poate aduce numeroase beneficii, atât pentru profesor, cât și pentru studenți. De exemplu: utilizarea softului educațional permite organizarea deliberată a situațiilor de predare-învățare-evaluare, caracteristice programului informatic. Clasificarea realizată de UNESCO (United Nations Educational, Scientific and Cultural Organisation) prezintă structurarea sistemelor software de instruire în diverse categorii, ceea ce creează diversitate (Figura 2.1) [164].

Motivele pentru care este important să se utilizeze instrumente didactice moderne în predarea TG sunt prezentate din perspectiva didacticii generale și specifice, cu referire la didactica informaticii, asigurând o sporire de înțelegere a conceptelor și dezvoltare a competențelor studenților în acest domeniu.

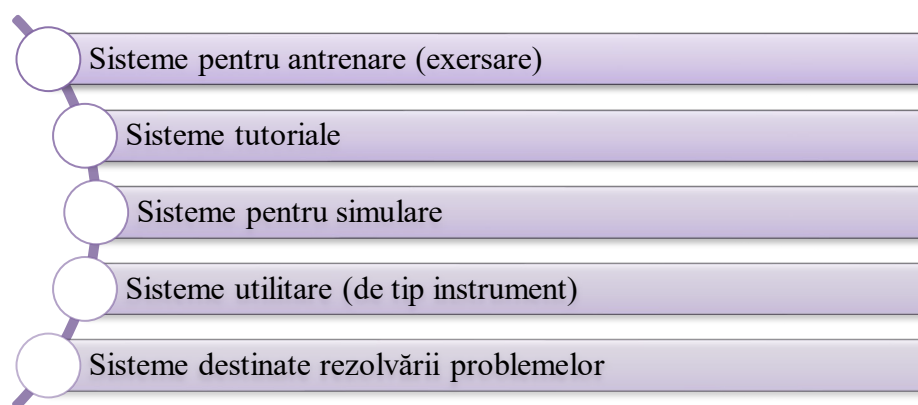


Figura 2.1. Clasificarea sistemelor software, realizată de UNESCO

Prin utilizarea unor instrumente didactice moderne, cum ar fi prezentările multimedia sau simulările grafice, studenții pot vizualiza mai bine conceptele teoretice, pot înțelege mai ușor și aminti mai bine ceea ce au învățat. Conceptele din Teoria Grafurilor sunt mai ușor de înțeles atunci când sunt vizualizate, iar instrumentele moderne ajută la vizualizarea și reprezentarea grafică a grafurilor, facilitând o înțelegere profundă și exactă prin operațiile de analiză.

Un alt motiv este prezentat de *creșterea motivației*. Sporirea atenției și suscitarea interesului prin utilizarea instrumentelor didactice moderne, face predarea mai atractivă și mai interesantă. Acest lucru inevitabil favorizează menținerea atenției lor pe durata cursului și provoacă la implicarea lor activă în procesul de învățare. *Motivația* este abordată de Adrian Neculau ca „emanatie a valorilor de natură psihosocială”, „... factorul fundamental ce stă la baza succesului educațional – unul din rechizitele de bază ale profesorului” [165]. În același context, necesită a fi definit procesul de învățământ, care reprezintă „principalul subsistem al sistemului de învățământ, în cadrul căruia are loc activitatea de instruire, organizată conform obiectivelor educației care orientează formarea-dezvoltarea personalității elevului-studentului”, după cum afirmă D. Antoci [166], cu referire la studiile pedagogice, dezvoltate de S. Cristea [167].

Facilitarea comunicării și colaborării este un alt beneficiu al utilizării instrumentelor didactice moderne, care facilitează cooperarea în grupurile de studenți prin intermediul platformelor de învățare online sau a aplicațiilor de colaborare. Acest lucru poate încuraja la activitate în comun, sporind schimbul de idei și, în rezultat, contribuind la dezvoltarea abilităților de comunicare.

Posibilitățile de simulare și experimentare sunt oferta, care cu ajutorul instrumentelor didactice moderne, studenții pot simula și experimenta cu diferite tipuri de grafuri și pot testa diferite scenarii și strategii. Acest lucru poate ajuta la dezvoltarea abilităților de analiză și gândire critică ale studenților.

Utilizarea instrumentelor didactice moderne asigură o *eficiență mai productivă în comparație cu metodele tradiționale de predare*. Studenții pot accesa resursele online, pot participa la cursuri online sau pot utiliza software-ul de grafuri de la distanță, ceea ce poate fi mai convenabil decât a participa la o clasă fizică.

„Tehnologia informației și a comunicațiilor este tehnologia necesară pentru prelucrarea (procurarea, proesarea, stocarea, convertirea și transmiterea) informației prin utilizarea calculatoarelor electronice”[171, p. 22].

„Prin noi tehnologii informaționale înțelegem tehnologia informației, bazată pe echipamente informatice și de telecomunicații[53, p.17].

Conform abordării UNESCO: *”Tehnologiile informației și comunicațiilor (TIC) sunt definite ca un set divers de instrumente și resurse tehnologice utilizate pentru a transmite, stoca, crea, partaja sau schimba informații. Aceste instrumente și resurse tehnologice includ computerele, internetul (site-uri web, bloguri și e-mailuri), tehnologiile de transmisie în direct (radio, televiziune și webcasting), tehnologiile de transmisie înregistrată (podcasting, playere audio și video și dispozitive de stocare) și telefonie (fixă sau mobilă, satelit, videoconferințe etc.).* (<https://learningportal.iiep.unesco.org/en/glossary/information-and-communication-technologies-ict>). *Site: UNESCO’s Institutut International for Educational Pllaning*

Utilizarea termenului „noi” în expresia „noile tehnologii informaționale”, în opinia noastră, nu se referă exclusiv la apariția recentă a unei tehnologii, ci mai degrabă la stadiul actual de dezvoltare, integrare și aplicare a acestora în procesul educațional, reflectând capacitatea sa de a răspunde cerințelor pedagogice. În literatura de specialitate, TIC este recunoscut ca un domeniu dinamic, caracterizat prin inovație continuă și convergență tehnologică, în care chiar și tehnologiile consacrate, precum limbajele de programare C++ sau Pascal, platformele educaționale (ex. Moodle, Google Classroom) și softurile matematice (ex. Maple, MATLAB), își păstrează relevanța prin actualizări, adaptări și integrarea în ecosisteme digitale moderne.

În procesul educațional, „noile tehnologii informaționale”, în viziunea noastră, ar trebui definite în funcție de capacitatea lor de a facilita metode pedagogice moderne, precum învățarea bazată pe competențe, colaborarea digitală și accesul universal la resurse educaționale [53, UNESCO, 2023].

Cercetarea surselor bibliografice a permis identificarea doar a unei singure teze de doctor cu titlul: „Активизация учебной деятельности студентов на основе применения информационных технологий (на примере изучения теории графов)”, autor Соседко О.А., publicat în Новосибирск, anul 1999 [168]. Lucrarea dată este structurată în două capitole: 1. Fundamentele teoretice pentru îmbunătățirea învățării, ținând cont de aspectele psihologice și

pedagogice ale funcționării calculatorului (Теоретические основы активизации обучения с учетом психологических и педагогических аспектов работы ЭВМ) și 2. Implementarea experimentului pedagogic și analiza rezultatelor de cercetare (Реализация педагогического эксперимента и анализ результатов исследования).

Această lucrare explorează modalitățile de utilizare a aplicației Maple (Maple V Release 3 for Microsoft Windows 1994) pentru a îmbunătăți activitatea de învățare a studenților în domeniul teoriei grafurilor. Prin intermediul utilizării instrumentelor și resurselor digitale, autorul încearcă să promoveze o învățare mai interactivă și eficientă. Lucrarea oferă exemple și studii de caz privind aplicarea acestor concepte în contextul studiului teoriei grafurilor. Această lucrare a fost publicată într-o perioadă în care tehnologia informației începea să aibă un impact semnificativ asupra învățământului și se concentrează pe cum aceasta poate fi integrată în procesul educațional pentru a spori angajamentul și rezultatele studenților în învățarea teoriei grafurilor.

Cursul *Teoria grafurilor* este inclusă în planurile de studii pentru următoarele domenii: Științe ale educației (Informatică, Matematică, Fizică), Dezvoltarea produselor program și aplicațiilor, Proiectarea și administrarea sistemelor informaționale, Electronică și automatizări, Inginerie electronică, Telecomunicații și Tehnologii informaționale și altele. Trebuie remarcat faptul că pentru aceste domenii, *Teoria grafurilor* are o importanță practică deosebită, deoarece algoritmi teoriei grafurilor sunt în prezent un instrument simplu, accesibil și puternic pentru rezolvarea problemelor legate de o gamă largă de diferite domenii și permit programarea de o serie de sarcini din domenii de prelucrare a informațiilor, automatizare a managementului producției, economie, teoria cozilor de așteptare, chimie computerizată, logistică etc.

În mod tradițional, cursul universitar Teoria Grafurilor, predat, în mod special, în universitățile cu profil pedagogic, se studiază utilizându-se un număr restrâns de instrumente didactice cu implementarea limitată a tehnologiilor informaționale. Eficiența procesului de predare-învățare-evaluare poate să crească continuu, doar introducând și perfecționând noi instrumente didactice, în conexiune strânsă cu implementarea noilor tehnologii informaționale [157-159]. În acest fel, în instituțiile de învățământ superior, profesorii se bazează pe utilizarea limbajelor de programare Pascal, C/C++, Java etc. (în curriculum disciplinar TG este specificat doar utilizarea limbajelor de programare). Totodată, cu dezvoltarea progresului tehnologiilor informaționale în domeniul educației, acestea pot fi implementate (suplimentar, eficient) în procesul de studiere a teoriei grafurilor atât în cadrul orelor teoretice cât și celor de seminar/laborator, de exemplu: tabla interactivă, aplicația Maple, platforme educaționale online.

Pentru utilizarea eficientă a tehnologiilor informaționale în educație, este necesar să se cunoască proprietățile și funcțiile acestora pentru a determina în mod clar pentru ce sarcini didactice este recomandabil (din punct de vedere al pedagogiei și psihologiei) să se utilizeze una sau alta dintre ele. Alegerea unei anumite metode sau mijloc de predare este determinată, pe de o parte, de specificul disciplinei educaționale, sarcina didactică specifică ce urmează a fi soluționată, pe de altă parte, de proprietățile didactice ale instrumentelor specifice de învățare. Tehnologiile informaționale sunt considerate tocmai ca un mijloc de organizare a activității cognitive a studenților.

După cum se știe, didactica este o teorie a învățării care arată modele, principii de învățare, sarcini, conținutul educațional, forme și metode de predare și învățare, stimulare și control în procesul educațional, caracteristică a tuturor disciplinelor educaționale, în toate etapele de vârstă ale educației.

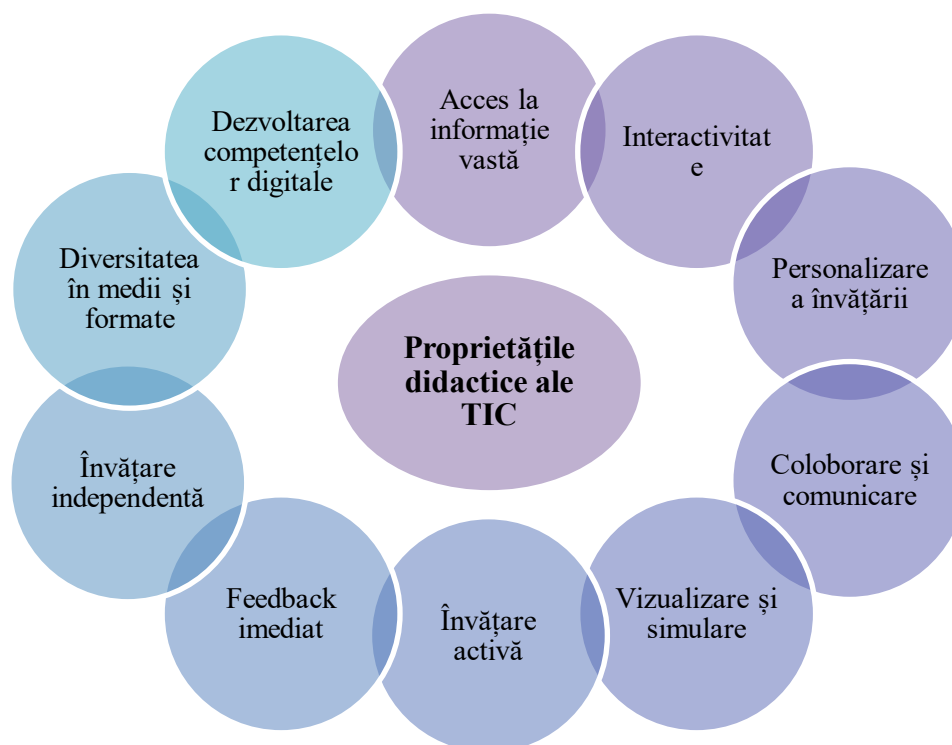
Proprietățile didactice ale unui anumit mijloc de predare, inclusiv ale tehnologiilor informaționale, sunt înțelese ca calitățile naturale, tehnice, tehnologice ale obiectului, acele aspecte, care pot fi utilizate în scopuri didactice în procesul educațional.

În ultimii ani, au apărut numeroase lucrări metodologice în care autorii au luat în considerare dezvoltarea și implementarea TIC în procesul educațional. Sunt luate în considerare proprietățile și funcțiile didactice ale tehnologiilor moderne de informare și comunicare. Autorii: Chiriac L. [19, 75, 76, 77, 78, 79], Braicov A. [22, 169], Chiriac T. [23,81], Globa A. [24, 53], Gremalschi A. [46, 47, 72], Pavel M. [48, 49], Globa A., Gasnaș A. [170], Popov L.[171], Bogdanova V., Chiriac L. [172], Popov L., Evdochimov R. [173], Gonciar M., Bocancea V. [174], menționează că proprietățile didactice ale TIC au un impact semnificativ asupra procesului de predare-învățare-evaluare. Aceste proprietăți susțin dezvoltarea abilităților cognitive și competențelor digitale ale elevilor/studenților, oferind noi modalități de a accesa, interacționa și gestiona informația. Putem evidenția următoarele activități didactice ale TIC (Figura 2.2):

- **Acces la informație vastă** – TIC permit accesul rapid și ușor la o gamă largă de informații și resurse online, inclusiv texte, imagini, videoclipuri, prezentări și materiale de învățare interactive. Acest lucru sporește posibilitățile de cercetare și învățare autodirijată;

- **Interactivitate** – Multe aplicații și platforme TIC oferă interactivitate, ceea ce înseamnă că studenții pot interacționa direct cu conținutul și pot lua parte activă la procesul de învățare prin exerciții, simulări și activități practice;

– **Personalizarea învățării** – TIC permit adaptarea conținutului și nivelului dificultății în funcție de nevoile individuale ale studenților. Astfel, învățarea devine mai personalizată și se poate adapta ritmului și stilului de învățare al fiecărui elev;



– **Figura 2.2. Proprietățile didactice ale TIC**

– **Colaborare și comunicare** – Utilizarea TIC facilitează colaborarea și comunicarea între studenți și profesori, precum și între studenți. Platformele online permit partajarea de resurse, discuții în grup, proiecte colaborative și feedback în timp real;

– **Vizualizare și simulare** – TIC oferă posibilitatea de a vizualiza concepte abstracte, procese complexe și fenomene dificil de reprezentat în mod tradițional. Utilizarea graficelor, animațiilor și simulărilor poate îmbunătăți înțelegerea și retenția informațiilor;

– **Învățare activă** – TIC încurajează studenții să fie activi și să își asume rolul de constructor ai propriului lor învățător. Prin intermediul aplicațiilor, ei pot explora, descoperi și rezolva probleme, ceea ce îi ajută să își dezvolte gândirea critică și abilitățile de rezolvare a problemelor;

– **Feedback imediat** – Datorită TIC, studenții pot primi feedback imediat asupra performanțelor lor prin teste online sau evaluări interactive. Acest feedback rapid permite identificarea erorilor și îmbunătățirea continuă;

– **Învățare independentă** – TIC oferă resurse și instrumente pentru învățarea autodirijată. Studenții pot explora subiectele de interes, pot să urmeze cursuri online și să-și dezvolte abilitățile în afara mediului școlar tradițional;

– **Diversitate de medii și formate** – TIC permit diversificarea modalităților de prezentare a informației, astfel încât să răspundă diferitelor stiluri de învățare și preferințelor studenților. Aceasta poate include texte, imagini, videoclipuri, podcast-uri și multe altele;

– **Dezvoltarea competențelor digitale** – Utilizarea TIC în educație contribuie la dezvoltarea competențelor digitale ale studenților, pregătindu-i pentru societatea tehnologică actuală și viitoare.

În ansamblu, TIC aduc o serie de proprietăți didactice care îmbunătățesc procesul de învățare, stimulează angajamentul elevilor și le oferă instrumentele necesare pentru a deveni învățători eficienți și gânditori critici în lumea digitală.

2.2. Elaborarea modelului pedagogic de studiere a Teoriei Grafurilor din perspectiva implementării TI

Implementarea modelării pedagogice, ca metoda fundamentală de cercetare a fenomenelor educaționale, este recunoscută de numeroși cercetători drept un proces complex caracterizat prin planificarea, implementarea și evaluarea activităților didactice, cu scopul de a crea un mediu de învățare eficient și eficace pentru studenți. Această activitate implică o serie de aspecte, cum ar fi identificarea obiectivelor de învățare, selectarea strategiilor de predare potrivite, alegerea resurselor și a materialelor didactice adecvate, evaluarea performanțelor studenților și revizuirea tehnologiilor și a metodelor de predare în funcție de rezultate. „Prin modelare pedagogul-cercetător percepe, înțelege și pătrunde mai profund în realitatea fenomenelor educaționale.”[173, p. 35]. Modelarea pedagogică reprezintă, de asemenea, un proces dinamic, care necesită abilități și competențe în comunicare, managementul clasei, relaționare, adaptabilitate și creativitate. Astfel, procesul de modelare pedagogică presupune o înțelegere profundă a nevoilor și caracteristicilor studenților, pentru a asigura fiecărui student oportunitatea de a învăța în modul cel mai eficient și adaptat stilului său de învățare.

„O metodă fundamentală de cercetare a fenomenelor educaționale reprezintă modelarea pedagogică. Rezultatul/produsul modelării îl reprezintă modelul pedagogic” [173, p.32]. În continuare se va descrie modelul pedagogic elaborat în scopul cercetării, cu titlul „Modelul pedagogic de implementare a noilor tehnologii informaționale în procesul de studiere a disciplinei universitare „Teoria grafurilor” (abreviat - MPINTI TG sau cu titlul prescurtat, după caz, Modelul pedagogic, Figura 2.3).

În Recomandarea Consiliului UE din 22 mai 2018 privind competențele-cheie pentru învățarea pe tot parcursul vieții sunt punctate 8 competențe cheie [6]: „(1) competențe de alfabetizare; (2) competențe multilingvistice; (3) **competențe în domeniul științei, tehnologiei, ingineriei și matematicii**; (4) competențe digitale; (5) competențe personale, sociale și de a învăța

să înveți; (6) competențe cetățenești; (7) competențe antreprenoriale; (8) competențe de sensibilizare și expresie culturală”. În acest sens, dezvoltarea competențelor (3) în **domeniul științei, tehnologiei, ingineriei și matematicii** se realizează reușit și eficient și prin educația STEM. Astfel, în documentul respectiv [6] se menționează: „*Competențele în domeniul matematicii sunt definite drept capacitatea de a dezvolta și de a folosi gândirea și raționamentul matematic pentru a rezolva o serie de probleme în situații de zi cu zi. Competențele în știință, tehnologie și inginerie implică înțelegerea schimbărilor cauzate de activitatea umană și a responsabilității fiecărui cetățean.*”

Totodată, remarcăm faptul că în Codul Educației a Republicii Moldova, din cele 9 competențe-cheie menționate (inclusiv competențe în matematică, științe și tehnologie), lipsește ingineria. Acest fapt ar trebui de compensat prin intermediul implementării activităților/proiectelor STEM în conformitate cu tezele menționate în Recomandarea Consiliului UE[6].

Modelul pedagogic elaborat conține patru componente de bază, interconectate, având drept scop funcționarea eficientă a modelului. Astfel, componentele centrale, *cu varia raporturi variabile* între ele, sunt: **documentele directive, dezvoltarea cursului, realizarea cursului, monitorizare și evaluarea finalităților**. Modelul pedagogic elaborat dezvoltă metodologia, abordările și condițiile pedagogice care determină activitățile didactice ce conduc la **implementarea eficientă a tehnologiilor informaționale și de internet în procesul de studiere a unității de curs „Teoria grafurilor”**.

În Modelul elaborat, performanțele studenților sunt reprezentate de finalitățile programelor de studii. Așa cum, *Teoria grafurilor* se predă la mai multe programe de studii, finalitățile sunt specifice fiecărui program, presupunând dezvoltarea competențelor de specialitate:

Finalitățile TG programului de studii Informatică:

- Însușirea de cunoștințe fundamentale în teoria grafurilor;
- Însușirea de către studenți a cunoștințelor de bază privind teoria grafurilor, a unor algoritmi specifici din teoria grafurilor și formarea de deprinderi pentru rezolvarea de probleme modelate prin grafuri;
- Dobândirea de către studenți a noțiunilor teoretice de bază din domeniul teoriei grafurilor; Însușirea și programarea unor algoritmi din teoria grafurilor; Utilizarea tehnicilor de programare în implementarea algoritmilor specifici grafurilor; Modelarea problemelor din diferite domenii, folosind grafuri;
- Cunoașterea tipurilor de structuri de date - grafuri, a operațiilor specifice și a tipurilor de prelucrare a acestora. Dobândirea abilităților de a utiliza grafurile ca structuri de date;

- Analiza, proiectarea și implementarea algoritmilor teoriei grafurilor în diverse contexte aplicative, având în vedere cerințe de performanță și constrângeri impuse;
- Aplicarea Teoriei grafurilor la rezolvarea problemelor practice;
- Integrarea inter/transdisciplinară elementelor și algoritmilor Teoriei grafurilor prin proiecte STEM.

De asemenea, *competențele studenților*, sunt raportate la finalitățile programelor de studii. În cazul cercetării efectuate, vor fi prezentate competențele care urmează să fie dezvoltate în cadrul cursului universitar *Teoria grafurilor*. Înainte de a dezvolta un model pedagogic universitar, este important să se identifice scopul, competențele specifice și finalitățile programului de studiu. Acestea ar trebui să includă atât cunoștințele și abilitățile specifice domeniului de studiu, cât și dezvoltarea unor abilități generale, cum ar fi gândirea critică, comunicarea și colaborarea.

Cercetătorii din întreaga lume au abordat conceptul de competență din diverse perspective, adaptând definiția la contexte specifice.

Analizând mai multe definiții, pentru nevoile cercetării noastre s-a ales următoare definiție a competenței: „o structură dinamică, formată în rezultatul învățării, activității profesionale și practicii trăite, care organizează activitatea unei persoane, plasate într-o situație, într-un context determinat, prin alegerea, mobilizarea și coordonarea unui ansamblu diversificat de resurse pentru tratarea reușită a situației” [176].

Cursul TG nu doar oferă o bază teoretică solidă, ci și contribuie la dezvoltarea de competențe practice și interpersonale esențiale pentru o carieră de succes în diverse domenii STEM. Abordarea interactivă și aplicată a cursului permite studenților să dobândească abilități de analiză, rezolvare a problemelor, comunicare și colaborare, care îi vor ajuta să devină specialiști competenți și adaptabili.

Competențe dezvoltate în cadrul cursului:

- **în plan teoretic:** însușirea și înțelegerea noțiunilor, conceptelor și rezultatelor științifice de bază care țin de TG; structurarea cunoștințelor științifice; sistematizarea metodelor de reprezentare, parcurgere și soluționarea a problemelor de optimizare;
- **în plan operațional:** formarea și dezvoltarea priceperilor, deprinderilor și abilităților de a aplica metodele de reprezentare, parcurgere și soluționarea a problemelor de optimizare; formarea gândirii critice și abilităților practice de proiectare a algoritmilor și de rezolvare a problemelor specifice care țin de grafuri.
- **Competențe cognitive:** de căutare, de explorare, de aplicare și analiză critică a informației din diferite surse în scopul extinderii și aprofundării cunoștințelor și deprinderilor practice din TG;

- **Competențe de învățare:** de formulare de obiective cognitive și de alegere a modalităților de atingere a lor; de autoreglare a propriului demers instructiv-educativ; de autoevaluare a propriului nivel de competențe și a rezultatelor academice înregistrate;
- **Competențe aplicative:** de a implementa cunoștințele teoretice și abilitățile practice la elaborarea algoritmilor și soluționarea problemelor de optimizare, utilizând grafurile ca limbaj de modelare formală; rezolvarea problemelor care țin de parcurgerea grafurilor neorientate și orientate;
- **Competențe de analiză:** de a identifica metode adecvate de rezolvare a problemelor de parcurgere și optimizare; de a compara algoritmi de bază pentru problemele clasice pe grafuri; de a evalua și a selecta resursele și instrumentele digitale adecvate pentru ilustrarea, reprezentarea, parcurgerea grafurilor și determinarea complexității de calcul a problemelor de optimizare;
- **Competențe de comunicare:** competență lingvistică proprie de comunicare personală și interactivă; competențe de a formula clar, exact, atât verbal cât și în scris, cunoștințele din domeniu dat.

După cum s-a menționat anterior, universitățile din Republica Moldova unde se studiază TG sunt: USM, UTM, ASEM, USARB, UST(UPSC), UPSC.

Necesitatea studierii TG este condiționată de aplicarea într-o varietate de domenii, oferă un set de instrumente pentru a analiza și rezolvarea problemelor legate de conexiuni și relații între obiecte. Prin urmare, după o analiză detaliată a necesității și cerințelor de implementarea a TIC în formarea competențelor digitale a specialiștilor din domeniul STEM, a fost dezvoltat modelul pedagogic de implementare a tehnologiilor informaționale și internetului la studierea ***Teoriei grafurilor, conform modelului MPINTI TG*** (Figura 2.3), bazat pe următoarele documente strategice: Recomandarea Consiliului UE din 2018 privind competențele cheie pe tot parcursul vieții[6]; Codul Educației 2014 și Strategia de dezvoltare „Educația 2030”[2]; Cadrul național al calificărilor.

Dimensiunea **DEZVOLTAREA CURSULUI** din model este completată de următoarele componente(influențată de mai mulți factori), care asigură partea epistemologică a cercetării:

- 1) Cerințele pieței muncii;
- 2) Experiența națională și internațională;
- 3) Conceptul STEM;
- 4) Mediul educațional digital;
- 5) Designul cursului;
- 6) Principii didactice.

Astfel, examinăm componentele menționate:

1. Cerințele pieței muncii reflectă detaliile despre locurile de muncă „din trecut până în prezent, și oferă estimări pentru viitor. Informațiile privind piața muncii identifică în mod clar sectoarele în care oportunitățile de muncă sunt în creștere sau descreștere, ce profesii sunt disponibile, ce studii trebuie să urmezi pentru a putea practica profesia respectivă, de ce ai nevoie pentru a lucra într-o anumită profesie, cum îți poți găsi un loc de muncă, cum îți poți schimba locul de muncă sau cum îți poți dezvolta cariera profesională”[177].

2. Experiența națională și internațională în MPINTI TG constituie o bază importantă pentru asigurarea condițiilor de predare a cursului TG. Experiența acumulată în urma analizei situației și a studiului universităților din Moldova, România, Germania, Federația Rusă și SUA au contribuit la sporirea calității cunoștințelor și calității necesare pentru procesul de proiectarea și realizare a unității de curs TG.

3. Conceptul STEM (Știința, Tehnologia, Ingineria și Matematică). Conexiunea dintre conceptul STEM și TG poate fi observată prin aplicarea conceptelor și algoritmilor TG în domenii interdisciplinare și creative [99-102]. De exemplu:

- **proiectarea rețelelor și a sistemelor:** TG oferă un cadru conceptual pentru modelarea și analizarea rețelelor complexe, cum ar fi rețelele sociale, rețele de comunicații, rețele de transport și multe altele. În domeniul ingineriei și tehnologiei, TG poate fi folosită pentru a proiecta și optimiza infrastructura rețelelor, rutelor de transport sau schemelor de comunicații;

- **optimizarea și planificarea:** TG oferă algoritmi și tehnici pentru optimizarea problemelor complexe, cum ar fi planificarea resurselor, programarea sarcinilor sau proiectarea/simularea circuitelor. Aceste concepte sunt relevante în domeniul ingineriei și tehnologiei, unde eficiența optimizării eficienței și planificarea strategică sunt esențiale;

- **arhitectura și designul:** TG poate fi aplicată în procesul de proiectare arhitecturală și design. De exemplu, în planificarea spațială și urbană, conceptele de conectivitate și trasee pot fi modelate utilizând grafuri pentru a optimiza utilizarea spațiului și circulația;

- **analiza datelor și vizualizarea:** analiza datelor și vizualizarea informațiilor reprezintă componente esențiale ale STEM. TG poate fi utilizată pentru a reprezenta și analiza relațiile și interconexiunile într-un set de date complex. Grafurile oferă o modalitate vizuală eficientă de a înțelege și comunica informațiile într-un mod interactiv și captivant;

- **jocurile și simulările:** TG poate fi aplicată în dezvoltarea jocurilor și simulărilor computaționale. Prin utilizarea grafurilor, se pot modela structurile de joc, interacțiunile între personaje sau elementele de mediu, permițând dezvoltarea unor experiențe interactive și captivante. Este important să înțelegem că STEM este un domeniu vast și divers, iar aplicarea TG poate varia în funcție de contextul specific și de creativitatea cercetătorilor și practicienilor din diferite domenii.

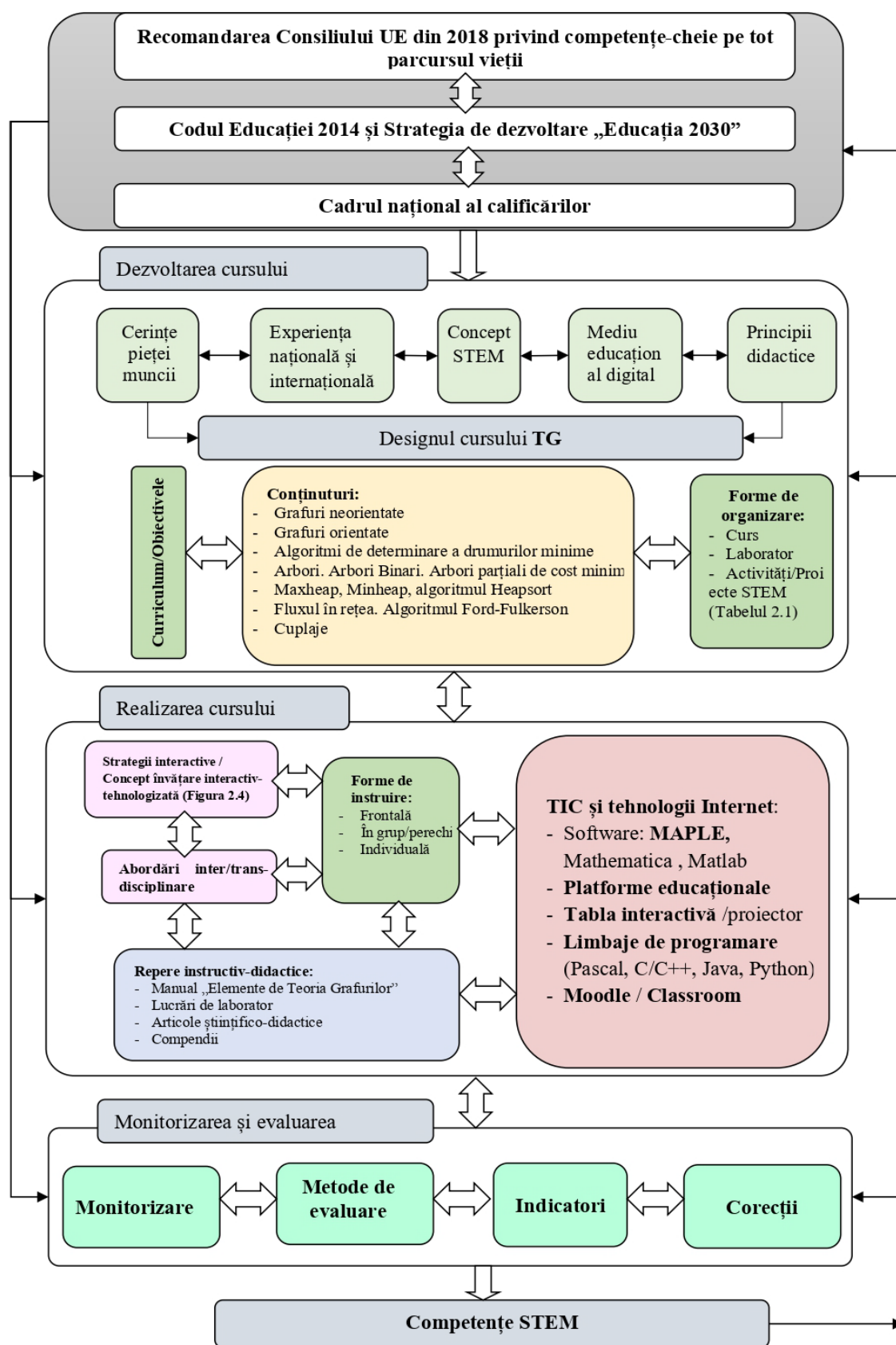


Figura 2.3. Modelul pedagogic de implementare a tehnologiilor informaționale și Internet în procesul de studiere a unității de curs Teoria grafurilor (MPINTI TG) completat și de Figura 2.4. și Tabelul 2.1.

Metodologia implementării conceptului STEM este arătată în **2.4. Aplicarea conceptului STEM la studierea Teoriei Grafurilor. Conceptul învățării interactiv-tehnologizat.**

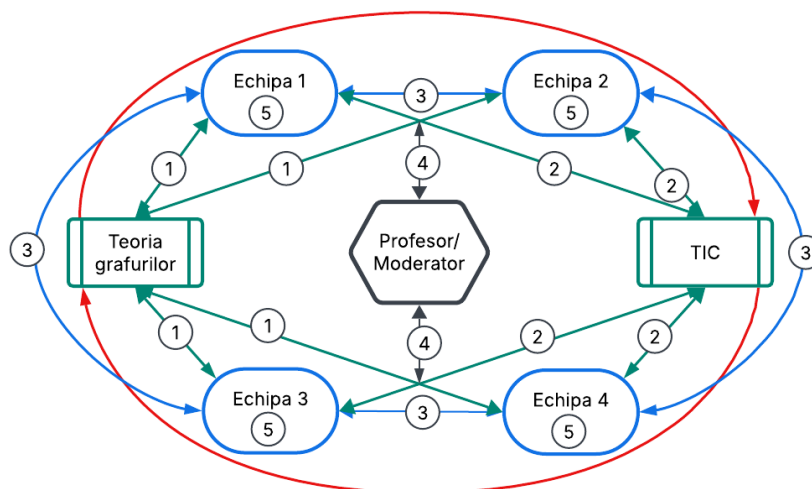


Figura 2.4. Modelul conceptului învățării interactiv-tehnologizată

- (1) Interacțiune intermaterială student – materia de studiu.
- (2) Interacțiune intermaterială student – tehnologie informațională.
- (3) Interacțiune colegială pe orizontală student – echipă.
- (4) Interacțiune colegială pe verticală student – profesor.
- (5) Interacțiune colegială student – student.

Funcționarea modelului este descrisă în 2.4.2 și 2.4.3

4. Mediul educațional digital bine conceput poate facilita semnificativ învățarea TG la universitate. Acesta integrează software-uri (Maple, Mathematica, MATLAB, etc), platforme online specializate, limbaje de programare, platforme de învățare (Classroom, Moodle), resurse digitale și altele, pentru a crea o experiență de învățare interactivă, captivantă și personalizată. Mediul educațional digital oferă o experiență de învățare interactivă, personalizată, accesibilă, colaborativă și motivantă, care poate îmbunătăți semnificativ înțelegerea a TG și contribuie la dezvoltarea competențelor necesare aplicării TG în diverse domenii. Așa dar, ce înțelegem prin mediul educațional digital?

Conform cercetătorilor, N. Y. Yehorchenkova, Iu. M. Teslia, Iu. L. Khlevna, și O. M. Kychan: „Mediul educațional digital reprezintă un set de instrumente, resurse și servicii de rețele informaționale și de comunicații care asigură comunicarea, interacțiunea, învățarea, participarea la comunități virtuale de învățare pentru a forma competențele relevante ale studenților” (N. Y. Yehorchenkova, Iu. M. Teslia, Iu. L. Khlevna, and O. M. Kychan. 2020. Methodological aspects of creating a digital university. *Bulletin of the National Technical*

University “KhPI”. Series: Strategic management, portfolio, program and project management1 (2020), 31–36).

Medial educațional digital contribuie la trecerea de la activități reproductive la activități creative și consultative oferind: *acumularea și procesarea unor cantități semnificative de date digitale, formarea și utilizarea bazelor de date și sistemelor electronice de informații, în special a bibliotecilor științifice și a bazelor de date; dezvoltarea tehnologiilor cloud computing și virtualizare, a infrastructurilor TIC; progresul roboticii, al sistemelor tehnice robotizate, în special al imprimantelor 3D și al scanerelor 3D; acces liber la resurse educaționale electronice, etc.*

5. Design-ul cursului. În viziunea noastră, designul unui curs într-un anumit domeniu (în cazul nostru unitatea de curs TG) reprezintă procesul de dezvoltare a unor materiale și medii de învățare eficiente, care să stimulează studenții să studieze domeniu respectiv dezvoltându-și competențele și cunoștințele. Dezvoltarea design-ului cursului TG s-a realizat mizând pe următoarele componente esențiale: *Cerințele pieței muncii; Experiența națională și internațională; Conceptul STEM; Mediul educațional digital; Principii didactice de utilizare TIC cât și stabilirea obiectivelor cursului și formele de organizare a procesului de studiu.*

Considerăm că designul unui curs de calitate ar trebui să îmbine idei și propuneri privind crearea de materiale de învățare cu medii care implică activ studenții, oferindu-le experiențe de învățare teoretice și practice. La etapa de realizare a unității de curs se propune dezvoltarea de materiale de învățare și predare care să includă: *conținut de învățare, module de învățare, resurse de învățare, manuale, teste și criterii de performanță etc.*

6. Principiile didactice de utilizare TIC care asigură formarea/dezvoltarea competențelor studenților prin intermediul cursului TG, sunt particularizate pe baza principiilor generale [178, p.25]. Totodată, este necesar de menționat că *autorul este de acord cu cele șapte principii didactice de utilizare a TIC* în procesul de predare-învățare a informaticii, care reflectă particularitățile învățării cu utilizarea TIC, propuse de Sofronova N.V. [179]:

- **Principiul înțelegerii problemelor aplicative.** Acest principiu permite studenților înțelegerea analizării problemelor aplicative în scopul soluționării unor probleme practice;

- **Principiul universalității** (generalității) – presupune că pentru orice date de intrare specifice problemei examinate, indiferent de softurile aplicate, rezultatele obținute la ieșire, sunt aceleași. Astfel, de exemplu, indiferent de softurile utilizate MAPLE, MATHEMATICA etc, la soluționarea problemei privind determinarea drumurilor minime, rezultatele trebuie să fie similare. Acest principiu presupune înțelegerea de către studenți a mecanismelor și posibilităților de utilizare a softurilor.

– **Principiul aplicării optime a aplicațiilor soft în procesul de soluționare a problemelor didactice la diverse discipline.** La studierea *modelării computaționale*, de exemplu, trebuie și este necesar de construit modelele obiectelor și proceselor de diversă natură - fizice, chimice, biologice utilizând aplicații textuale, grafice, calcul tabelar, baze de date;

– **Principiul aplicării softurilor pentru dezvoltarea creativității la studenți.**

– În prezent, softurile existente permit stimularea creativității la studenți în procesul de studiere ori rezolvare a unor probleme practice. De exemplu, examinarea probelemei drumului minim prin intermediul softului MAPLE permite soluționarea prin mai multe modalități, datorită funcțiilor sale avansate și a interfeței intuitive: *DijkstrasAlgorithm, ShortestPath, AllPairsDistance, BellmanFordAlgorithm*;

– **Principiul aplicării complexe a softurilor în procesul didactic.** Acest principiu permite să se obțină o învățare efectivă prin utilizarea complexă a diverselor mijloace didactice;

– **Principiul aplicării optime a mijloacelor programării în scopul elaborării softurilor educaționale.** În anumite situații didactice, pentru a eficientiza procesul de studiere a unor compartimente, profesorii își propun crearea unui soft educațional propriu. Procesul de elaborarea unui soft educațional complex și eficient solicită diverse resurse: timp, cunoștințe inter/trnasdiscinare, colaborare fructuoasă între diverși actori implicați (programatori implicați, profesori, psihologi, etc), contribuții financiare, etc. În contextul dat, majoritatea programatorilor cad în capcana de a încerca să implementeze din start toate funcționalitățile. Pe arcurs, se adeverește că multe din funcționalități devin inutile. Astfel, se recomandă ca dezvoltatorii de software să înceapă doar cu câteva funcționalități. Pe măsură ce proiectul începe să prindă contur și apar noi cerințe, pot fi adăugate mai multe funcționalități. În acest fel, se respectă principiul aplicării optime a mijloacelor programării. Acest principiu contribuie la economisirea de timp, efort și cheltuieli. În caz contrarcare, când nu se respectă acest pricipiu, reursrsele respective sunt irosite fără rost.

– **Principiul interactivității.** Principiul interactivității a devenit un principiu euristic al instruirii asistate de calculator, deoarece este legat de niște caracteristici fundamentale ale procesului de instruire: interacțiunea și influența reciprocă a instruitului și a celui ce instruieste. În general, existența feedback-ului este o trăsătură caracteristică a oricărui program computațional calitativ.

Condițiile pedagogice se referă la stabilirea unui mediu de instruire favorabil: mediu în care studenții să se simtă confortabil și încurajați să participe activ la procesul de învățare. Acest lucru poate fi realizat prin intermediul unui design adecvat al sălii de clasă, prin asigurarea unor resurse educaționale adecvate și prin crearea unui cadru de învățare sigur și non-judecat.

Curriculum și obiectivele cursului include curriculum dezvoltat (Anexa 1)

Obiectivele cursului vizează atât dobândirea de cunoștințelor teoretice fundamentale, cât și dezvoltarea de abilităților analitice, digitale, de rezolvare a problemelor, de comunicare și de colaborare. Abordarea interactivă și aplicată a cursului permite studenților să aplice TG la probleme din diverse domenii și să dezvolte competențele necesare penru o carieră de succes în domeniile STEM.

Conținuturile, formele de organizare a procesului de învățământ și a cursului TG sunt valorificate în conformitate cu structura designului Modelului pedagogic MPINTI TG. Aspectele specifice cursului TG, reflectate prin Modelul Pedagogic includ de următoarele:

- **Conținuturi:** Conținuturile sunt selectate în corelație cu standardele internaționale, standarde acceptate în universitățile europene: *Grafuri neorientate; Grafuri orientate; Algoritmi pentru determinarea drumurilor minime în grafuri; Arbori. Arbori Binari. Arbori parțiali de cost minim; Maxheap, Minheap, algoritmul Heapsort; Fluxul în rețea. Algoritmul Ford-Fulkerson; Cuplaje.* Unele aspecte didactice de studiere conținuturilor menționate mai sus sunt reflectate în lucrările publicate [180-188];

- **Forme de organizare** a procesului de învățământ: curs, laborator, activități individuale, proiecte, tutoriale, video-uri, consultații etc.

Dimensiunea **REALIZAREA CURSULUI** în Modelul pedagogic MPINTI TG de implementare TIC în procesul de studiere a disciplinei universitare TG este completată de următoarele componente, care asigură partea tehnologică a cercetării:

- **Strategii interactive / Concept învățare ineractiv-tehnologizată;**
- **Abordări inter/transdisciplinare;**
- **Forme de instruire:** frontală, în grup/perechi, individuală;
- **TIC și tehnologii Internet;**
- **Repere instructiv-didactice.**

În prezent, **tehnologiile informaționale și de internet** pot fi aplicate la procesul de studiere și pentru a oferi studenților acces la informații și resurse suplimentare. Aceasta poate include utilizarea platformelor de învățare online, a materialelor didactice digitale și a instrumentelor de colaborare și comunicare.

Selectarea strategiilor și metodelor de predare adecvate: odată ce s-au identificat obiectivele educaționale, se pot alege metodele de predare adecvate pentru atingerea acestora, care trebuie să fie adaptate nevoilor și stilurilor de învățare ale studenților și pot include, de exemplu, predarea interactivă, studiul de caz, seminarele, atelierile practice și cercetarea independentă. În modelul pedagogic MPINTI TG sunt incluse următoarele **metode didactice:** *problematizarea,*

algoritmizarea, învățare prin descoperire, modelarea, studiul de caz, metode euristice etc. Totodată, este lansat, dezvoltat și aplicat conceptul de **învățare interactiv-tehnologizată**.

Abordări inter/transdisciplinare reprezintă un element cheie în modelul pedagogic prezentat. Acestea se referă la integrarea cunoștințelor și metodelor din diverse discipline; dezvoltarea unei înțelegeri mai profunde și mai aplicabile; stimularea gândirii critice și a creativității; precum și relevanța pentru problemele din lumea reală.

Componenta TI și tehnologii de Internet în model este dezvoltată prin aplicarea următoarelor mijloace specifice disciplinei universitare TG:

- *Software MAPLE* (versiunile 18, 21, 24), *Mathematica*, *Matlab*;
- *Platforme educaționale: campion.edu.ro, graphonline.ru, [graph_redactor](#);*
- *Limbaje de programare (Pascal, C/C++, Java, Python);*
- *Platforme de învățare Moodle/Classroom;*
- *Tabla interactivă/proiector.*

Nemijlocit, implementarea TI și tehnologiilor internet este argumentată și demonstrată în: 2.3 Metodologia implementării modelului pedagogic. Astfel:

În 2.3.1 Exemplu de implementare. Problema drumurilor minime

(A1). Determinarea drumurilor de cost minim de la un vârf fixat până la toate celelalte vârfuri.

- **Metoda 2. Rezolvare în aplicația Maple 21.**
- **Metoda 3. Rezolvare în limbajul de programul Pascal / C++.**

(A2). Abordări didactice privind implementarea Algoritmului Roy-Floyd

- **Metoda 2. Soluționarea problemei 2 în Maple 18.**
- **Metoda 3. Metoda 3. Rezolvare în programul Pascal / C++.**

În 2.3.2 Exemplu de implementare. Algoritmul Heap-Sort

- **Metoda 2. Soluționarea prin intermediul programelor Pascal și C++.**
- **Platformele on line, p.100-101.** Studenții au posibilitatea de a verifica și analiza vizibilitatea algoritmului de sortare HeapSort pentru valorile introduse sau cele generate pe platformele indicate.

În Capitolul 8. Fluxul maxim în rețea, Algoritmul Ford-Fulkerson, din manual, este demonstrată aplicarea softului MAPLE la determinarea fluxului maxim în rețea.

În manual „Elemente de TG”[86], la toate compartimentele examinate sunt arătate modele de implementarea a softului MAPLE și a limbajelor de programare C/C++.

Totdoată, la paginile 247-258, în Anexa 10, sunt demonstrate diverse exemple de implementare a sistemelor soft matematice (Mathematica, MatLab etc) și platformelor online cu acces liber, la studierea Teoriei Grafurilor.

Componenta Repere instructiv-didactice contribuie semnificativ la modernizarea predării și învățării disciplinei universitare TG prin elaborarea și dezvoltarea materialelor științifico-didactice: Manual „Elemente de Teoria Grafurilor”[86], lucrări de laborator, articole științifico-didactice, teste electronice și tradiționale, compendii.

Manualul „Elemente de Teoria Grafurilor”, reprezintă unul dintre instrumentele principale de lucru a studenților, care expune și tratează sistematic conținuturile recomandate de Curriculum. Manualul elaborat „Elemente de Teoria Grafurilor” conține următoarele compartimente de bază: *Grafuri neorientate; Grafuri orientate; Algoritmi pentru determinarea drumurilor minime în grafuri; Arbori. Arbori binari, arbori parțiali de cost minim; Maxheap, Minheap, Algoritmi heap-sort; Fluxul maxim în rețea, Algoritmul Ford-Fulkerson; Cuplaje.* Manualul „Elemente de Teoria Grafurilor” îndeplinește următoarele patru funcții centrale:

- **Funcția de informare.** Conținuturile fiind selectate, în cadrul manualului, sunt prezentate astfel încât studenții să poată fi informați cu cele mai relevante și actuale cunoștințe, concepte, noțiuni, algoritmi despre știința TG.
- **Funcția de organizare și structurare a materiei de studiu.** Materia de studiu este organizată și structurată astfel, încât facilitează procesul de studiere a TG respectând principiile de bază: de la simplu la compus, de la general la particular, de la particular la general, de la teorie la practică etc. În felul acesta procesul de asimilare a cunoștințelor devine organizat și direcționat spre realizarea obiectivelor propuse.
- **Funcția de îndrumare a studiului.** Prin intermediul manualului respectiv studenții sunt consultați și îndrumați să parcurgă materia de studiu conform principiilor didactice. Totodată pentru autoverificarea nivelului cunoștințelor acumulate sunt propuse diverse teste pentru fiecare temă studiată.
- **Funcția de consolidare a cunoștințelor inter/transdisciplinare.** În cadrul manualului, pentru a explica anumite legături, sunt identificate și explicate conexiunile existente între diferite științe, inclusiv prin modele și exemple. În așa fel, studenții sunt ajutați să înțeleagă importanța inter/transdisciplinarității în modelarea lumii reale.

Dimensiunea **MONITORIZAREA ȘI EVALUAREA CURSULUI** în Modelul pedagogic de implementare a noilor tehnologii informaționale în procesul de studiere a disciplinei universitare TG este completată de următoarele componente:

– **Monitorizarea riguroasă a cursului** permite profesorilor să asigure prin utilizarea TIC îmbunătățirea experienței de învățare a studenților și contribuie la atingerea obiectivelor cursului TG. Monitorizarea continuă a procesului de învățare include monitorizarea progresului studenților, identificarea dificultăților (de înțelegere, în realizarea sarcinilor, etc.), adaptarea/ajustarea metodelor și strategiilor de predare, motivarea studenților; evaluarea eficienței cursului;

– **Metode de evaluare:** orale, scrise, practice, asistate de calculator, proiecte. Metodele trebuie să se realizeze în funcție de *tipul de evaluare*: inițială, formativă, autoevaluare, sumativă, finală; *obiectivele de învățare*; *TIC și tehnologii Internet* și nevoile și stilurile de învățare ale studenților;

– **Indicatorii dimensiunii Monitorizarea și evaluarea cursului** sunt esențiale pentru evaluarea eficacității modelului pedagogic și pentru a-l îmbunătăți continuu: nivelul de învățare (rezultatele obținute la teste și alte forme de evaluare), grad de satisfacție a studenților (sondaje, chestionare, nivelul de implicare a studenților în activități), dezvoltarea abilităților (abilitatea de a utiliza softuri specializate, platforme educaționale interactive și de învățare, instrumente digitale, gândire critică, rezolvarea de probleme și abilități de programare), eficiența modelului (implementarea metodelor statistice). Feedback-ul primit de la studenți și care didactice permite adaptarea modelului la nevoile specific și contribuie la promovarea unei învățări eficiente și de calitate;

– **Corecții** la nivelul de: conținuturi; strategii, metode și tehnologii didactice; tehnologii informaționale.

Suplimentar la cele menționate anterior referitor la finalitățile de studii se cere:

- Să explice conceptele și rezultatele științifice fundamentale din cursul studiat;
- Să cunoască principalele compartimente din domeniu dat;
- Să analizeze diverse metode de rezolvare a diferitor tipuri a problemelor de optimizare;
- Să aplice metodele adecvate de rezolvare a problemelor din cursul respectiv;
- Să demonstreze atitudine de conștientizare a rolului dezvoltării capacităților proprii de rezolvare a problemelor tipice din cursul dat;
- Să transpună o problemă din limbaj natural în limbaj de grafuri, folosind corect terminologia specifică;
- Să analizeze o problemă în scopul identificării datelor necesare și alegerea modalităților adecvate de structurare a datelor care intervin în situația examinată;
- Să elaboreze modele matematice utilizând limbajul grafurilor la soluționarea problemelor practice;
- Să elaboreze și să aplice algoritmi la calculator în procesul de soluționare a problemelor

de optimizare.

Evaluarea procesului de învățare: evaluarea ar trebui să fie continuă și să fie realizată prin intermediul unor instrumente de evaluare adecvate, cum ar fi teste, lucrări scrise, proiecte și prezentări. Evaluarea poate fi utilizată pentru a identifica punctele tari și cele slabe ale procesului de învățare și pentru a îmbunătăți performanța și îndeplinirea obiectivelor educaționale. Acest lucru poate include ajustarea metodelor de predare, a instrumentelor de evaluare sau a obiectivelor educaționale pentru a asigura îndeplinirea cu succes a acestora.

Modelele pedagogice elaborate și prezentate în tezele de doctor M. Pavel [48], L. Mihălache [52], A. Globa [53], Osipov V. [66], L. Popov [171] și altele privind integrarea tehnologiilor informaționale în procesul educațional vizează îmbunătățirea calității învățării prin strategii diverse, de la instrucțiuni multimedia interactive la simulări virtuale și platforme de colaborare online, adaptate nevoilor specifice ale studenților și contextului educațional.

Modelul pedagogic elaborat MPINTI TG îl face distinct de alte modele cunoscute prin următoarele aspecte:

1) Studiarea Teoriei Grafurilor se realizează din perspectiva implementării softului MAPLE, platformelor educaționale/interactive și a conceptului STEM. În acest scop a fost propusă elaborarea Hărții Tehnologice privind implementarea activităților/ proiectelor STEM la TG.

2) A fost conceput și aplicat conceptul: învățare interactiv-tehnologizată care conduce la creșterea eficienței studierii TG prin intermediul softului MAPLE aplicat în corespundere cu principiile didactice de utilizare TIC, particularități ale didacticii generale.

3) conținuturile dezvoltate și incluse în MPINTI TG corespund cu cerințele existente pe piața muncii, competențele învățării pe tot parcursul vieții și competențele STEM.

În general, modelul pedagogic universitar elaborat este flexibil și adaptabil la nevoile și stilurile de învățare ale studenților și la evoluția continuă a tehnologiei și a cunoștințelor din domeniu.

2.3. Metodologia implementării modelului pedagogic

Implementarea modelului pedagogic implică aplicarea principiilor și tehnicilor pedagogice într-un mediu educațional specific, cum ar fi o clasă, o școală sau o universitate. Implementarea poate varia în funcție de contextul educațional și de obiectivele specifice ale procesului de învățare. Pentru a implementa modelul pedagogic, se pot respecta următoarele etape:

Stabilirea obiectivelor educaționale: Profesorii și alți educatori ar trebui să își stabilească obiectivele educaționale clare și relevante pentru procesul de învățare, astfel încât să poată crea un plan de acțiune bine definit.

Selectarea metodologiilor pedagogice adecvate: După ce s-au stabilit obiectivele, se pot alege metodele pedagogice adecvate pentru a atinge acele obiective. Acestea pot include, de exemplu, predarea interactivă, studiul de caz, lucrul în grup sau în echipă, jocurile de rol și proiectele practice.

Crearea unui mediu de învățare favorabil, mediu în care studenții să se simtă confortabil și încurajați să participe activ la procesul de învățare. Acest lucru poate fi realizat prin intermediul unui design adecvat al sălii de clasă, prin asigurarea unor resurse educaționale adecvate și prin crearea unui cadru de învățare sigur și non-judecat.

Evaluarea procesului de învățare: Profesorii și educatorii ar trebui să evalueze progresul studenților în mod regulat, prin intermediul instrumentelor de evaluare, cum ar fi teste, lucrări scrise, proiecte și prezentări. Evaluarea poate fi utilizată pentru a identifica punctele tari și cele slabe ale procesului de învățare și pentru a îmbunătăți performanța și îndeplinirea obiectivelor educaționale.

Adaptarea procesului de învățare: Implementarea modelului pedagogic este un proces continuu și, prin urmare, este important să ajusteze procesul de învățare în funcție de feedback-ul studenților și de performanțele lor. Acest lucru poate include ajustarea metodelor de predare, a instrumentelor de evaluare sau a obiectivelor educaționale, pentru a asigura îndeplinirea cu succes a acestora.

Mai departe vom descrie unele exemple de implementare a modelului pedagogic elaborat MPINTI TG în cadrul cursului universitar *TG*:

- Problema drumurilor minime;
- Algoritmul HeapSort;
- Algoritmul Ford-Fulkerson. Fluxul maxim în rețea.

Toate aceste lucrări sunt publicate în manualul „Elemente de Teoria Grafurilor” [86].

2.3.1. Exemplu de implementare. Problema drumurilor minime

Algoritmii pentru determinarea drumurilor minime au multiple aplicații practice și reprezintă clasa de algoritmi pe grafuri cea mai des utilizată. Mai jos vom examina problema respectivă luând în considerare lucrările publicate [180, 181]:

- Rutare în cadrul unei rețele (de calculatoare, telefonice etc.);
- Determinarea drumului minim dintre două locații (Google Maps, GPS etc.);
- Stabilirea unei agende de zbor în vederea asigurării unor conexiuni optime;
- Asignarea unui peer/server de fișiere în funcție de metricile definite pe fiecare linie de comunicație.

Problema drumurilor minime este aplicată în diferite domenii ca problema determinării distanței minime între obiecte și este folosită aproape peste tot, la determinarea traseului optim între două obiecte de pe teren (de exemplu, cel mai scurt drum de acasă până la școală).

Unele dintre cele mai populare metode de a găsi cele mai scurte distanțe sunt algoritmi **Dijkstra** și **Roy-Floyd**. Algoritmul Dijkstra permite determinarea drumului minim de la un vârf fixat până la toate celelalte și algoritmul **Roy-Floyd** permite identificarea celei mai scurte căi între toate perechile de vârfuri.

Mai jos vom examina unele aspecte didactice referitor la implementarea tehnologiilor informaționale în predarea algoritmilor respectivi.

Finalitatea studierii cursului TG ține de formarea competențelor specialistului în domeniul STEM, care va utiliza algoritmi pentru determinarea drumurilor minime, precum au fost menționate anterior (*rutare în cadrul unei rețele (de calculatoare, telefonice etc.); determinarea drumului minim dintre două locații (Google Maps, GPS etc.); stabilirea unei agende de zbor în vederea asigurării unor conexiuni optime; asignarea unui peer/server de fișiere în funcție de metricile definite pe fiecare linie de comunicație*).

Vom prezenta în continuare metodologia implementării modelului pedagogic (MPINTI TG) la nivelul competențelor cursului soluționând „**Problema drumurilor minime în grafuri**”.

Competențe specifice:

- Cunoașterea conceptelor fundamentale din TG;
- Abilitatea de a modela problemele din viața reală folosind conceptele de grafuri și algoritmilor reprezentați;
- Cunoașterea algoritmilor de căutare a drumurilor minime: algoritmul lui Dijkstra și algoritmul Roy-Floyd;
- Abilitatea de a analiza și a implementa acești algoritmi pentru a găsi drumurile minime în grafuri.
- Implementarea algoritmilor reprezentați într-un limbaj de programare (Pascal, C/C++, Java, Python);
- Cunoașterea tehnologiilor și a instrumentelor pentru vizualizarea și analiza grafurilor;
- Capacitatea de a interpreta și de a prezenta rezultatele obținute într-un mod accesibil și clar utilizând soft-ul Maple și platformele educaționale online.

Metode: explicația, dialogul, problematizarea, algoritmizarea, exercițiul, rezolvarea problemelor, „peer instruction” - învățarea reciprocă.

Forme de instruire: frontală, individuală, colaborativă, adaptivă.

Mijloace:

- *Software MAPLE*;
- *Platforme interactive: campion.edu.ro: teoria_grafurilor, drumuri_minime; graphonline.ru*;
- *Limbaje de programare (Pascal, C/C++, Java, Python)*;
- *Platforme educaționale Moodle / Classroom*;
- *Tabla interactivă / proiector*.

Demersul didactic

Pentru un graf orientat $G=(V, A)$, unde V mulțimea nodurilor și A – mulțimea muchiilor grafului G , notăm prin a_{ij} – costul (lungimea) drumului între orice două noduri $(i, j) \in A$. Pentru drumul final $(v_1, v_2, \dots, v_k)$, lungimea poate fi exprimată prin suma: $a_{ij} = \sum_{i=1}^{k-1} a_{v_i v_{i+1}}$. Drumul se numește minimal dacă lungimea acestuia este minimală dintre toate drumurile determinate pentru nodurile i și j . Problema drumului minim include în sine căutarea drumurilor de lungime minimă între perechi de noduri inițiale.

Diversitatea aspectelor drumurilor minime, poate fi examinată prin prisma următoarelor două probleme:

Problema 1. Determinarea drumului minim de la un nod considerat sursă până la fiecare dintre celelalte noduri ale grafului.

Problema 2. Determinarea drumurilor minime între toate perechile de vârfuri.

În rezolvarea problemei drumurilor minime, pentru a simplifica calculele, vom considera grafuri orientate și costul drumului între două noduri a_{ij} un număr întreg pozitiv.

A1. Utilizarea algoritmului Dijkstra la soluționarea Problemei 1.

Algoritmul Dijkstra a fost descoperit de Edger W. Dijkstra, informatician olandez, în 1959 și publicat 3 ani mai târziu [189]. Algoritmul **Dijkstra** determină câte un drum de cost minim de la vârful sursă, la fiecare dintre celelalte vârfuri ale grafului. La momentul inițial singurul vârf pentru care drumul de cost minim este cunoscut reprezintă vârful inițial. Astfel vom utiliza următoarele structuri:

- Un vector a cărui dimensiune este dată de numărul de noduri din graf și care memorează costul drumului de cost minim de la nodul de start spre un nod oarecare, drum care trece doar prin vârfuri din mulțimea vârfurilor selectate;
- Un vector care va reține vârfurile pentru care drumul de cost minim este deja calculat;
- Un vector care reține pentru fiecare vârf din graf vârful care îl precedă pe drumul de cost minim.

Mai detaliat: considerăm graful orientat $G=(V, A)$. Prin matricea ponderilor memorăm informația despre graf. Este necesar să determinăm pentru $r \in V$ fixat, lungimea minimă a drumului de la r la oricare element $y \in V$.

Algoritmul Dijkstra selectează nodurile grafului, în ordinea crescătoare a costului drumului de la nodul r la ele, unul câte unul, într-o mulțime S , care inițial conține numai nodul r . Vom folosi 3 vectori, care tradițional, în literatura de specialitate, se notează: D (lungimea drumului), T (drumurile identificate) și S (nodurile selectate, unul câte unul). Astfel pentru o mai bună înțelegere de către studenți a celor menționate mai sus, este necesar să se explice următoarele:

- Vectorul D este vectorul lungimii drumurilor de la vârful r la toate celelalte noduri. Prin intermediul $D[i]$, unde $i \in (1, \dots, v)$, se va indica costul drumului găsit la un moment dat, între vârfurile r și i ;

- Vectorul T arată drumurile găsite între nodul r și celelalte noduri. Pentru aceasta se utilizează o memorare specială a drumurilor, în care pentru nodul i se reține nodul precedent pe unde trece drumul de la r la i . Pentru r se ia valoarea 0;

- Vectorul S , conține mulțimea nodurilor selectate: $S[i] = 0$, dacă nodul i este neselectat și $S[i] = 1$ dacă nodul i este selectat. Vectorul S se mai numește și vector caracteristic.

Evidențiem următorii pași care se referă la realizarea algoritmului:

Pasul 1. Inițial mulțimea S se consideră vidă. Nodul r este adăugat mulțimii S și, în felul acesta, avem $S[r] = 1$. Astfel:

1.1. În vectorul D , de pe linia r a matricei A , se trec toate costurile drumurilor de la vârful r până la fiecare vârf i al grafului;

1.2. Se atribuie $T(i) = r$, pentru toate nodurile i , având un cost al drumului de la r la ele, finit.

Pasul 2. Secvența se execută de $n-1$ ori, realizând următoarele:

2.1. Se examinează nodurile neselectate. Se găsește nodul aflat la distanța minimă în raport cu r . Acest nod se selectează și se include în mulțimea S . Notăm acest vârf prin intermediul poz .

2.2. În vectorul D , se actualizează costul drumurilor de la r până la nodurile neselectate, j , utilizând, în acest scop, ca nod intermediar, nodul selectat, poz , procedând în felul următor:

a) se compară costul existent în vectorul $D[j]$, cu suma dintre costul existent $D[poz]$ și nodul selectat $A[poz, j]$.

b) în cazul în care suma este mai mică, elementul din D corespunzător nodului pentru care se face actualizarea, j , reține suma calculată conform relației: $D[j] = D[poz] + A[poz, j]$.

c) simultan, dacă suma calculată este mai mică, comparativ cu costul existent, valoarea din T corespunzător aceluiași vârf, ia valoarea vârfului selectat: $T[j] = poz$. Acest fapt înseamnă că drumul trece prin acest vârf.

Pasul 3. Cu excepția lui r , pentru fiecare vârf al grafului, se trasează drumul de la r la vârful respectiv.

Să examinăm cum se aplică algoritmul respectiv la soluționarea unei probleme concrete.

Problema 1. (A1) Determinarea drumurilor de cost minim de la un vârf fixat până la toate celelalte vârfuri.

În orașul Chișinău există una dintre cele mai dinamice companii de transport aerian „Chișinău Air” din Sud-Estul Europei. Din Chișinău, unde se află sediul central, zboară zilnic avioane cu marfă la Roma, Londra și Lisabona. Deoarece cheltuielile erau mari, administrația companiei aeriene a decis să reducă din cheltuieli identificând cele mai economice rute din Chișinău către fiecare din celelalte orașe.

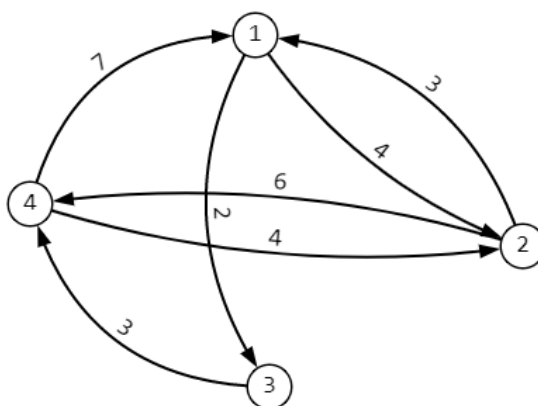


Figura 2.5. Graful orientat cu 4 noduri și 7 arce din Problema 1

Un absolvent al facultății FMTI de la Universitatea de Stat Tiraspol, Mihai Fluturașu, care a fost angajat recent la companie, a primit drept sarcină să găsească soluție la problema respectivă. În acest scop administrația companiei ia pus la dispoziție o hartă pe care sunt marcate orașele respective Chișinău (1), Roma (2), Londra (3) și Lisabona (4). De asemenea pe hartă sunt marcate prin săgeți cursele aeriene existente între orașe. Sensul săgeții indică sensul de zbor, iar numărul specificat pe săgeată reprezintă costul zborului.

Tânărul absolvent trebuie să elaboreze un algoritm care să determine pentru fiecare din orașele Roma (2), Londra (3) și Lisabona (4) costul minim pentru a transporta mărfuri de la sediul central din Chișinău, precum și o rută de transport pentru care se obține costul minim.

Soluție. Deoarece Mihai Fluturașu a studiat la universitate cu pasiune TG a elaborat modelul matematic și ulterior a aplicat algoritmul lui Dijkstra ca să determine drumurile de cost minim de la nodul 1 până la toate celelalte noduri: 2, 3, și 4. Astfel, Mihai, pentru ca să verifice

soluția identificată de el, a propus administrației companiei câteva metode de rezolvare a problemei formulate. Să le urmărim:

Metoda 1. Soluția manuală.

Pentru graful dat a fost construită matricea ponderilor: $A_0 = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 2 & \infty \\ 3 & 0 & \infty & 6 \\ \infty & \infty & 0 & 3 \\ 7 & 4 & \infty & 0 \end{pmatrix}$.

Pasul 1. Completăm tabelul (D,S,T) cu valorile inițiale: D – lungimea drumului de la vârful 1 până la 2, 3, 4; S – mulțimea nodurilor selectate $r=1$; T – drumurile găsite de la vârful 1 la celelalte vârfuri (notăm 1 sau 0).

	1	2	3	4
D	0	4	2	∞
S	1	0	0	0
T	0	1	1	0

Pasul 2. Căutăm cel mai apropiat nod de la vârful 1. Este nodul 3 cu $D[3] = 2$. Notăm: $poz = 3$. Examinăm drumurile de la vârful 1 până la vârfurile $j = 2, 4$, luând în considerație tabelul precedent prin formulă: $D[j] \leftarrow D[poz] + A[poz, j]$, dacă $D[j] > D[poz] + A[poz, j]$ și $T[j] = poz$. Obținem:

$$j=2: \quad D[2] = 4 < D[3] + A[3,2] = 2 + \infty = \infty$$

Nu se schimbă nimic.

$$j=4: \quad D[4] = \infty > D[3] + A[3,4] = 2 + 3 = 5$$

Deci, se modifică $D[4] = 5$ și $T[4] = 3$.

	1	2	3	4
D	0	4	2	5
S	1	0	1	0
T	0	1	1	3

Pasul 3. După nodul 3, cel mai apropiat nod este nodul 2, unde $D[2] = 4$.

Notăm: $poz = 2$ și examinăm drumurile până la nodurile $j = 3, 4$.

Obținem:

$$j=3: \quad D[3] = 2 < D[2] + A[2,3] = 4 + \infty = \infty$$

Nu se schimbă nimic.

$$j=4: \quad D[4] = 5 < D[2] + A[2,4] = 4 + 6 = 10$$

Nu se schimbă nimic

	1	2	3	4
D	0	4	2	5
S	1	1	1	0
T	0	1	1	3

Pasul 4. După nodurile 3 și 2, cel mai apropiat nod de la vârful 1 este nodul 4 cu

$$D[4] = 5.$$

Notăm: $poz = 4$ și examinăm drumurile până la nodurile $j = 2, 3$. Obținem:

j=2:	$D[2] = 4 < D[4] + A[4,2] = 5 + 4 = 9$
	Nu se schimbă nimic.
j=3:	$D[3] = 2 < D[4] + A[4,3] = 5 + \infty = \infty$
	Nu se schimbă nimic.

Observăm că nu s-a făcut nici o îmbunătățire.

	1	2	3	4
D	0	4	2	5
S	1	1	1	1
T	0	1	1	3

Astfel, am obținut distanțe minime de la vârful 1 până la celelalte vârfuri cu drumurile respective pentru graful inițial.

	Distanța	Drumul
1 → 2	$D[2]=4$	Deoarece $T[2] = 1$, obținem $T[1]=0$ și drumul $\Rightarrow 1 \rightarrow 2$.
1 → 3	$D[3]=2$	Deoarece $T[3] = 1$, obținem $T[1]=0$ și drumul $\Rightarrow 1 \rightarrow 3$
1 → 4	$D[4]=5$	Deoarece $T[4] = 3$, obținem $T[3] = 1, T[1]=0$ și drumul care trece prin vârful 3 este: $\Rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 4$

În aceste condiții putem construi graful îmbunătățit:

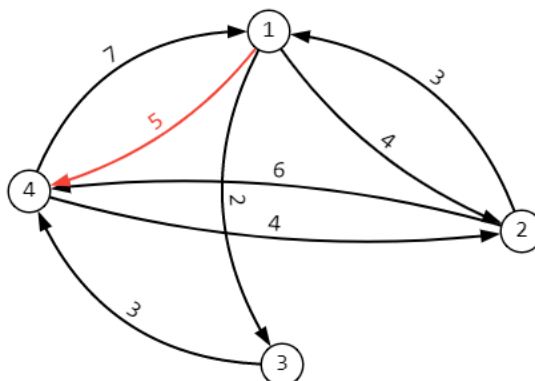


Figura 2.6. Graful orientat îmbunătățit

Răspuns. Astfel, costul minim pentru a transporta mărfuri de la sediul central din Chișinău până la Roma (nodul 2) este de 4 (unități), ruta de transport este zborul direct 1→2. De la Chișinău până la Londra (nodul 3) este de 2 (unități), ruta de transport la fel este zborul direct 1→3. Și de la Chișinău până la Lisabona (nodul 4) este de 5(unități), ruta de transport trece prin nodul intermediar 3 (orașul Londra): 1→3→4.

Metoda 2. Rezolvare în aplicația Maple 21

Se apelează pachetul **GraphTheory**:

with(GraphTheory)

Se definește graful cu 4 noduri și costurile date:

$G4 := \text{Graph}(4, \{[[1, 2], 4], [[1, 3], 2], [[2, 1], 3], [[2, 4], 6], [[3, 4], 3], [[4, 1], 7], [[4, 2], 4]\})$

G4 := Graph 1: a directed weighted graph with 4 vertices and 7 arc(s)

Se construiește graful definit:

DrawGraph(G4, layout=circle)

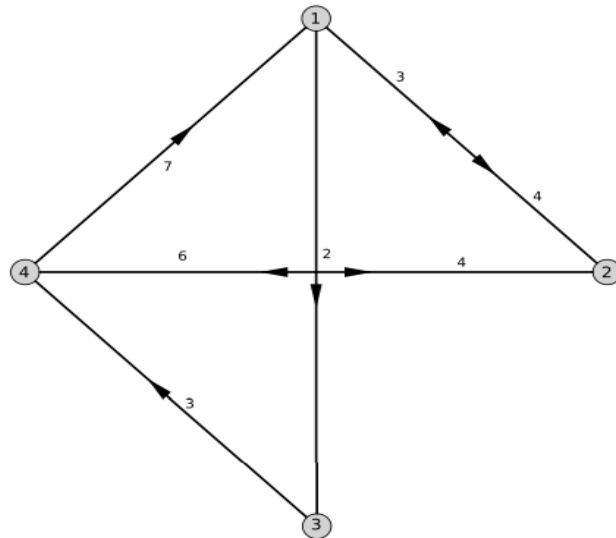


Figura 2.7. Graful orientat G4 în Maple 21

Apelăm procedura **DijkstraAlgorithm** pentru aflarea drumurilor de cost minim de la vârful 1 până la celelalte:

DijkstrasAlgorithm(G4, 1, 2)

[[1, 2], 4]

DijkstrasAlgorithm(G4, 1, 3)

[[1, 3], 2]

DijkstrasAlgorithm(G4, 1, 4)

[[1, 3, 4], 5]

DijkstrasAlgorithm(G4, 1)

[[[1], 0], [[1, 2], 4], [[1, 3], 2], [[1, 3, 4], 5]]

Observăm că obținem aceleași costuri minime:

De la nodul Chișinău la nodul Roma costul este de 4 (unități); de la Chișinău la Londra costul este de 2 (unități); de la Chișinău la Lisabona costul este de 5 (unități).

Apelăm procedura **Distance (G4, s, t)** pentru a returna numărul de muchii din cel mai scurt drum de la nodul *s* la nodul *t*.

Distance(G4, 1, 2)

1

A fost returnat numărul de muchii din cel mai scurt drum de la 1 la 2 care este de 1. Altfel spus este rută directă de la Chișinău la Roma.

Distance(G4, 1, 3) 1

A fost returnat numărul de muchii din cel mai scurt drum de la 1 la 3 care este de 1. Altfel spus, este rută directă de la Chișinău la Londra.

Distance(G4, 1, 4) 2

A fost returnat numărul de muchii din cel mai scurt drum de la 1 la 4 care este de 2. Ruta directă de la Chișinău la Lisabona nu există. După cum s-a menționat anterior la Lisabona se poate de ajuns doar prin orașul intermediar Londra (nodul 3).

Metoda 3. Rezolvare în limbajul de programul Pascal / C++:

Programul în limbajul Pascal a fost realizat în aplicația PascalABC.NET 3.8.2 și în limbajul C++ în aplicația-compiler online Programiz.com (<https://www.programiz.com/cpp-programming/online-compiler/>).

Pascal	C++
<pre> Program Alg_Dijkstra; Const nrmax=20; infinit=maxint div 2; Var c:array[1..nrmax,1..nrmax] of integer; k,i,j,Arcul,m,n,x,y,z,x1: integer; s,d,preced:array[1..nrmax]of integer; t: boolean; Procedure Minim(var k:integer); var m,i:integer; Begin m:=infinit*2; For i:=1 to n do If (s[i]=0) and (d[i]<m) then Begin m:=d[i]; k:=i; end; end; Procedure Drumul(i:integer); Begin If i<>0 then begin Drumul(preced[i]); write(i:2);end else writeln; end; Begin write('Nr de noduri:'); readln(n); For i:=1 to n do For j:=1 to n do c[i,j]:=infinit; For i:=1 to n do c[i,i]:=0; write('Nr de arce:'); readln(Arcul); For i:=1 to Arcul do begin </pre>	<pre> #include <iostream> #include <math.h> using namespace std; int a[50][50],d[50],costul; int s[50],t[50],n,m,i,j,x,y,r1,p; int drumul(int i) {if (t[i] > 0) cout<<i<<" "; return 0;} int main() {int min; cout<<"Nr de noduri:"; cin>>n; cout<<"Nr de arce:";cin>>m; for(i=1;i<=n;i++) for(j=1;j<=n;j++) if(i==j) a[i][j]=0; else a[i][j]=10000; for(i=1;i<=m;i++) {cout<<"Arcul: "<<i<<" si ponderea: "; cin>>x>>y>>costul; a[x][y]=costul; } cout<<"Nodul sursa:"; cin>>r1; s[r1]=1; for (i=1;i<=n;i++) { d[i]=a[r1][i]; if (i!=r1) if (d[i]<10000) t[i]=r1; } for (i=1;i<=n-1;i++) { min=10000; for(j=1; j<=n; j++) </pre>

```

write('Arcul ',i,' si ponderea:');
readln(x,y,z); c[x,y]:=z;
end;
write('Nodul sursa:'); read(x1);
For i:=1 to n do
begin
d[i]:=c[x1,i]; s[i]:=0;
If c[x1,i]<infinite then
preced[i]:=x1 else preced[i]:=0;
end;
s[x1]:=1; preced[x1]:=0;
t:=true; x:=0;
repeat
minim(k); x:=x+1;
If (d[k]=infinite) or (x=n) then
t:=false else begin s[k]:=1;
For j:=1 to n do
If (s[j]=0) and
(d[j]>d[k]+c[k,j]) then begin
d[j]:=d[k]+c[k,j]; preced[j]:=k;
end; end;
until not(t);
For i:=1 to n do If i<>x1 then
If d[i]=infinite then begin
write('Nu exista drumul de la ',
x1,' la',i); writeln;
end else begin
write('Drumul minimal de la
',x1,' la', i,':'); drumul(i);
writeln;
end; end.

```

```

if (s[j]==0)
if (d[j]<min)
{ min=d[j]; p=j;
}
s[p]=1;
for (j=1; j<=n; j++)
if (s[j]==0)
if (d[j]>d[p]+a[p][j])
{
d[j]=d[p]+a[p][j];
t[j]=p;
}
}
for (i=1; i<=n; i++)
if (i!=r1)
{cout<<"Drumul minimal de la "<<r1
<<" la "<<i<<" este "<<d[i]<<endl;
if (t[i] > drumul(t[i]))
cout<<i<<" "; cout<<endl;
}
else cout<<"Nu exista drumul de
la nodul"<<r1<<" la nodul
"<<i<<endl;
return 0;
}

```

Soluțiile obținute pot fi vizualizate mai jos:

Pascal	C++
<pre> Nr de noduri:4 Nr de arce:7 Arcul 1 si ponderea:1 2 4 Arcul 2 si ponderea:1 3 2 Arcul 3 si ponderea:2 1 3 Arcul 4 si ponderea:2 4 6 Arcul 5 si ponderea:3 4 3 Arcul 6 si ponderea:4 1 7 Arcul 7 si ponderea:4 2 4 Nodul sursa:1 Drumul minimal de la 1 la2: 1 2 Drumul minimal de la 1 la3: 1 3 Drumul minimal de la 1 la4: 1 3 4 </pre>	<pre> Nr de noduri:4 Nr de arce:7 Arcul: 1 si ponderea:1 2 4 Arcul: 2 si ponderea:1 3 2 Arcul: 3 si ponderea:2 1 3 Arcul: 4 si ponderea:2 4 6 Arcul: 5 si ponderea:3 4 3 Arcul: 6 si ponderea:4 1 7 Arcul: 7 si ponderea:4 2 4 Nodul sursa: 1 Nu exista drumul de la nodul1 la nodul 1 Drumul minimal de la 1 la 2 este 4 2 Drumul minimal de la 1 la 3 este 2 3 Drumul minimal de la 1 la 4 este 5 3 4 </pre>

Sesizăm că se obțin același rezultat.

În continuare vom aborda metodologia rezolvării Problemei 2, menționată mai sus, aplicând Algoritmul Roy-Floyd.

A2. Abordări didactice privind implementarea Algoritmului Roy-Floyd

Algoritmul a fost publicat sub forma recunoscută în prezent de către Robert Floyd în anul 1962. În principiu, este asemănător algoritmului publicat de către Bernard Roy în 1959 [190]. Reamintim problema formulată:

Problema 2. Determinarea drumurilor minime între toate perechile de vârfuri

Stephen Warshall a avut, de asemenea, o contribuție importantă în dezvoltarea algoritmului privind determinarea drumurilor minime între orice două vârfuri ale grafurilor, dezvoltând algoritmul Floyd-Warshall.

Mai jos prezentăm algoritmul respectiv.

Fie $G = (V, A)$ un graf orientat. Atașăm fiecărui arc $(x, y) \in A$ o pondere (un cost): $c_{x,y} > 0$. Definim pe mulțimea $V \times V$ o funcție, astfel:

$$f: V \times V \rightarrow R_+, \quad f((x, y)) = \begin{cases} c_{x,y} & x \neq y, (x, y) \in A \\ \infty & x \neq y, (x, y) \notin A \\ 0 & x = y \end{cases}$$

Funcția este reținută de o matrice, numită matricea ponderilor forma 1.

Problema 2 (în termenii teoriei grafurilor). Fiind dat un graf orientat $G = (V, A)$, memorat prin matricea ponderilor în forma 1, se cere să se determine, pentru orice $x, y \in X$, lungimea minimă a drumului de la nodul x la nodul y . Prin lungimea unui drum înțelegem suma costurilor arcelor care-l alcătuiesc.

Soluție. Pentru a rezolva problema respectivă vom lua în considerație următoarele:

- În matricea ponderilor vor fi incluse numai lungimile drumurilor directe între două noduri. Nu este permis ca un drum între două noduri să treacă printr-un alt nod;
- Pentru arce inexistente se reține valoarea $+\infty$, (o valoare considerată foarte mare);
- Matricea inițială a ponderilor în forma 1, o vom nota prin A_0 .

Descrierea algoritmului Roy-Floyd:

Scopul algoritmului este să construim matricele ponderilor $A_0, A_1, A_2, \dots, A_n$.

După fiecare pas, matricele vor reține lungimea optimă a drumurilor între oricare două noduri, drumuri care pot trece prin nodurile intermediare 1, 2, ..., n. Algoritmul continuă în acest mod, prin eventuale îmbunătățiri succesive ale lungimii.

În final, Matricea A_n va conține costul drumurilor optime între oricare două vârfuri. Pentru a obține acest rezultat vom aplica relația:

$$A_k(i, j) = \min(A_{k-1}(i, j), A_{k-1}(i, k) + A_{k-1}(k, j),$$

$k = 1, 2, \dots, n$, unde n – dimensiunea matricei, și oricare două vârfuri $i, j \in V$.

Pasul 1. La această etapă, obținem drumuri mai scurte, între oricare două vârfuri $i, j \in V$, permițând ca acestea să poată trece prin nodul 1. Aceasta înseamnă că pentru $\forall i, j \in V$ se verifică comparația: $A(i, j) > A(i, 1) + A(1, j)$.

Astfel, pentru nodul intermediar $k=1$, examinăm toate drumurile de tipul: $i \rightarrow 1 \rightarrow j$.

Efectuând operațiile:

$$A_1(i, j) = \min(A_0(i, j), A_0(i, 1) + A_0(1, j)),$$

construim matricea nouă A_1 .

După acest pas, în matrice se înscrie lungimea optimă a drumurilor, care pot trece prin nodul 1, între oricare două noduri.

Pasul 2. În continuare vom obține drumuri mai scurte, între oricare două noduri $i, j \in V$, care pot să treacă și prin nodul intermediar 2. Astfel, pentru nodul intermediar $k=2$, identificăm drumurile de tipul: $i \rightarrow 2 \rightarrow j$, și examinăm relația:

$$A_2(i, j) = \min(A_1(i, j), A_1(i, 2) + A_1(2, j)),$$

În așa mod vom construi matricea nouă A_2 .

După acest pas, în matrice se înscrie lungimea optimă a drumurilor între oricare două noduri, care trec prin nodurile intermediare 1 și 2. Algoritmul continuă cu îmbunătățiri la fiecare pas.

Pasul 3. Evident, după n pași, matricea ponderilor va reține costurile drumurilor optime de la i la j , $i, j \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$ drumuri care pot trece prin n noduri, adică, va reține drumurile optime pe ansamblul grafului orientat.

Notă. Aplicând algoritmul descris mai sus, aflăm costul drumurilor optime între oricare două vârfuri. Dar, în contextul respectiv, este necesar să cunoaștem și pe unde trece un astfel de drum. Astfel, se pune următoarea problemă: fiind dată matricea drumurilor optime și fiind date două vârfuri i și j , se cere să se reconstituie nodurile prin care trece unul din drumurile optime între i și j (pot exista mai multe de aceeași lungime, minimă).

Dacă drumul optim între i și j trece prin nodul intermediar k , atunci:

$$A(i, j) = A(i, k + 1) + A(k + 1, j)$$

Dacă există vârful k astfel încât $A(i, j) = A(i, k + 1) + A(k + 1, j)$, atunci k se găsește pe unul din drumurile optime de la i la j .

Problema 2. A2 Determinarea drumurilor de cost minim între oricare două vârfuri.

Mihai Fluturașu, absolventul facultății FMTI de la Universitatea de Stat Tiraspol, este cunoscut de către companiile mari de transport din Chișinău ca un bun informatician care poate determina cu exactitate costul minim al rutelor pentru a transporta mărfurile. Grație acestei

reputații, Mihai a fost angajat la aeroportul din Chișinău. Lui Mihai i s-a pus la dispoziție o hartă pe care sunt marcate aeroporturile din orașele Chișinău (1), Roma (2), Londra (3) și Lisabona (4). De asemenea pe hartă sunt marcate prin săgeți cursele aeriene existente între orașe. Sensul săgeții indică sensul de zbor, iar numărul specificat pe săgeată reprezintă costul zborului.

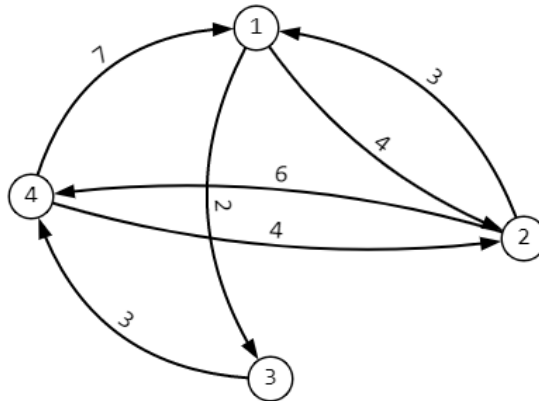


Figura 2.8. Graful orientat cu 4 noduri și 7 arce

Tânărului absolvent i s-a cerut să elaboreze un algoritm de găsire a drumurilor de cost minim între oricare două aeroporturi menționate mai sus, precum și rutele de transport pentru care se obține costul minim.

Soluție. Tânărul absolvent a elaborat modelul matematic și ulterior a aplicat algoritmul lui **Roy-Floyd** ca să determine drumurile de cost minim între oarecare două noduri. Mihai, pentru ca să verifice soluția identificată, a propus administrației aeroportului câteva metode de rezolvare a problemei formulate. Să le examinăm:

Metoda 1. Soluția manuală.

Alcătuiim matricea ponderilor de forma 1, conform relației:

$$A_0 = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 2 & \infty \\ 3 & 0 & \infty & 6 \\ \infty & \infty & 0 & 3 \\ 7 & 4 & \infty & 0 \end{pmatrix}.$$

Construim matricea ulterioară aplicând relația:

$A_k(i, j) = \min(A_{k-1}(i, j), A_{k-1}(i, k) + A_{k-1}(k, j))$, $k = 1, 2, \dots, n$, unde n – dimensiunea matricei.

Vom examina toate drumurile care trec prin nodurile intermediare: $k = 1, 2, 3, 4$.

Pasul 1. Fie nodul intermediar $k = 1$.

Examinăm toate drumurile de tipul: $i \rightarrow 1 \rightarrow j$.

Astfel avem : $2 \rightarrow 1 \rightarrow 3$, $4 \rightarrow 1 \rightarrow 2$, $4 \rightarrow 1 \rightarrow 3$.

$$a_1(2,3) = \min(a_0(2,3), a_0(2,1) + a_0(1,3)) = \min(\infty, 3+2) = 5 \Rightarrow a(2,3) = 5.$$

$$a_1(4,2) = \min(a_0(4,2), a_0(4,1) + a_0(1,2)) = \min(4, 7+4) = 4. \text{ Nu se schimbă nimic.}$$

$a_1(4,3)=\min(a_0(4,3), a_0(4,1)+a_0(1,3))=\min(\infty, 7+2)=9$. Deci, $a_1(4,3)=9$.

Am obținut matricea $A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 2 & \infty \\ 3 & 0 & 5 & 6 \\ \infty & \infty & 0 & 3 \\ 7 & 4 & 9 & 0 \end{pmatrix}$.

Pasul 2. Considerăm nodul intermediar $k = 2$.

Identificăm drumurile de tipul: $i \rightarrow 2 \rightarrow j$.

Astfel, vom examina drumurile: $1 \rightarrow 2 \rightarrow 4$; $4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$; $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$; $4 \rightarrow 2 \rightarrow 3$.

$a_2(1,4)=\min(a_1(1,4), a_1(1,2)+a_1(2,4))=\min(\infty, 4+6)=10$. Deci, $a_2(1,4)=10$.

$a_2(4,1)=\min(a_1(4,1), a_1(4,2)+a_1(2,1))=\min(7, 7)=7$. Nu se schimbă nimic.

$a_2(1,3)=\min(a_1(1,3), a_1(1,2)+a_1(2,3))=\min(2, 4+5)=2$. Nu se schimbă nimic.

$a_2(4,3)=\min(a_1(4,3), a_1(4,2)+a_1(2,3))=\min(9, 4+5)=9$. Nu se schimbă nimic.

Obținem matricea $A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 2 & 10 \\ 3 & 0 & 5 & 6 \\ \infty & \infty & 0 & 3 \\ 7 & 4 & 9 & 0 \end{pmatrix}$.

Pasul 3. Considerăm nodul intermediar $k = 3$.

Găsim drumurile care trec prin vârful 3: $i \rightarrow 3 \rightarrow j$.

Astfel, avem drumurile: $1 \rightarrow 3 \rightarrow 4$ și $2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$.

Deci, $a_3(1,4)=\min(a_2(1,4), a_2(1,3)+a_2(3,4))=\min(10, 2+3)=5$. Deci $a_3(1,4)=5$.

$a_3(2,4)=\min(a_2(2,4), a_2(2,3)+a_2(3,4))=\min(6, 5+3)=6$. Nu se schimbă nimic.

Obținem matricea $A_3 = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 2 & 5 \\ 3 & 0 & 5 & 6 \\ \infty & \infty & 0 & 3 \\ 7 & 4 & 9 & 0 \end{pmatrix}$.

Pasul 4. Considerăm nodul intermediar $k = 4$.

Examinăm drumurile care trec prin vârful 4: $i \rightarrow 4 \rightarrow j$.

Astfel, vom cerceta: $2 \rightarrow 4 \rightarrow 3$; $1 \rightarrow 4 \rightarrow 3$; $3 \rightarrow 4 \rightarrow 2$; $3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$.

În acest caz, avem:

$a_4(3,2)=\min(a_3(3,2), a_3(3,4)+a_3(4,2))=\min(\infty, 3+4)=7$; $a_4(3,2)=7$.

$a_4(3,1)=\min(a_3(3,1), a_3(3,4)+a_3(4,1))=\min(\infty, 3+7)=10$; $a_4(3,1)=10$.

$a_4(1,3)=\min(a_3(1,3), a_3(1,4)+a_3(4,3))=\min(2, 2+9)=2$; Nu se îmbunătățește nimic.

$a_4(2,3)=\min(a_3(2,3), a_3(2,4)+a_3(4,3))=\min(6, 6+9)=6$; Nu se îmbunătățește nimic.

Obținem matricea $A_4 = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 2 & 5 \\ 3 & 0 & 5 & 6 \\ 10 & 7 & 0 & 3 \\ 7 & 4 & 9 & 0 \end{pmatrix}$.

În baza matricei A_4 construim graful îmbunătățit:

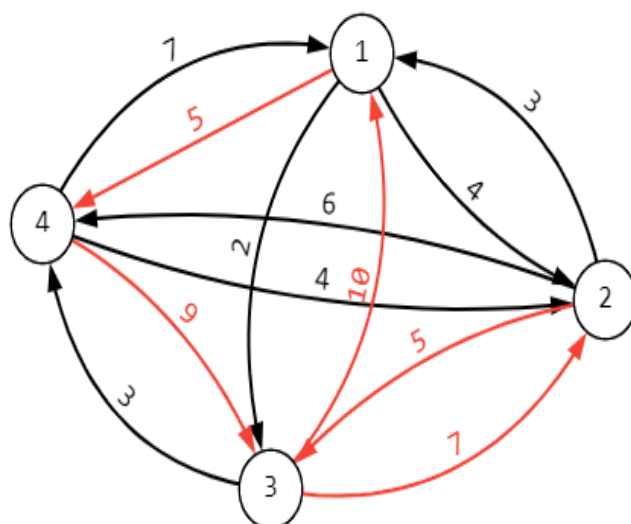


Figura 2.9. Graful orientat îmbunătățit

Răspuns. Luând în considerare matricea A_4 și graful îmbunătățit putem scrie următoarele răspunsuri privind drumurilor de cost minim între oricare două aeroporturi menționate mai sus, precum și rutele de transport pentru care se obține costul minim.

	Chișinău (1)	Roma (2)	Londra (3)	Lisabona (4)
Chișinău (1)	0	4 (unități) Drumul 1→2	2 (unități) Drumul 1→3	5 (unități) Drumul 1→3→4
Roma (2)	3 (unități) Drumul 1→2	0	5 (unități) Drumul 2→1→3	6 (unități) Drumul 2→4
Londra (3)	10 (unități) Drumul 3→4→1	7 (unități) Drumul 3→4→2	0	3 (unități) Drumul 3→4
Lisabona (4)	7 (unități) Drumul 4→1	4 (unități) Drumul 4→2	9 (unități) Drumul 4→1→3	0

Observație. Astfel, costurile minime pentru a transporta mărfuri de la aeroportul din Chișinău până la Roma (nodul 2) este 4 (unități), Londra (nodul 3) este 2 (unități), Lisabona (nodul 4) este 5 (unități), coincid cu răspunsurile obținute la soluționarea Problemei 1.

Metoda 2. Soluționarea problemei 2 în Maple 18.

Se apelează pachetul **GraphTheory**: `with(GraphTheory)`.

Se definește graful:

```
G4 := Graph({[[1, 2], 4], [[1, 3], 2], [[2, 1], 3], [[2, 4], 6], [[3, 4], 3], [[4, 1], 7], [[4, 2], 4]})
```

Graph 1: a directed weighted graph with 4 vertices and 7 arc(s)

Se construiește graful definit cu ajutorul comenzii **DrawGraph**:

```
DrawGraph(G4);
```

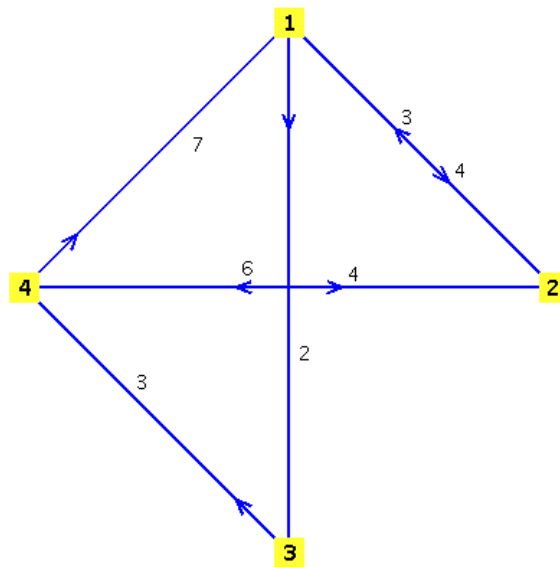



Figura 2.10. Graful orientat G4

Se aplică comanda **AllPairsDistance** pentru a obține valorile costurilor a tuturor drumurilor:

AllPairsDistance(G4)

$$\begin{bmatrix} 0 & 4 & 2 & 5 \\ 3 & 0 & 5 & 6 \\ 10 & 7 & 0 & 3 \\ 7 & 4 & 9 & 0 \end{bmatrix}$$

Se construiește graful pentru nouă matricea obținută

DrawGraph(G4);

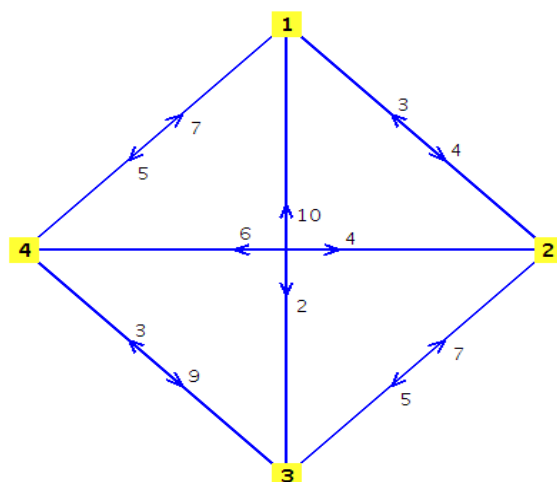


Figura 2.11. Graful orientat G4 îmbunătățit

Metoda 3. Rezolvare în programul Pascal / C++:

Pascal	C++
<pre> Program Alg_Roy_Floyd; const maxV = 1000; type matricea = array [1..maxV, 1..maxV] of integer; var i, j, n, m, x, y, z, infinit: integer; a: matricea; Procedure AlgRF (D: matricea; V: integer); var k,i,j: integer; begin for i:= 1 to V do D [i, i]:= 0; for k:= 1 to V do for i:= 1 to V do for j:= 1 to V do if (D[i,k]<>0) and (D[k,j]<>0) and (i<>j) then if (D[i,k] + D[k,j] <D[i,j]) then D[i,j]:= D[i,k] + D[k,j]; for i:= 1 to V do begin for j:=1 to V do write(D[i,j]:4); writeln; end; end; Begin infinit:= 10000; write('Nr de noduri: '); readln(n); For i:=1 to n do For j:=1 to n do a[i,j]:=infinit; For i:=1 to n do a[i,i]:=0; write ('Nr de arce: '); readln(m); For i:=1 to m do begin write('Arcul ',i,' si ponderea: '); readln(x,y,z); a[x,y]:=z; end; writeln('Matricea initiala:'); For i:=1 to n do begin For j:=1 to n do if a[i,j]=infinit then write('-':3) else write(a[i,j]:3); writeln; end; writeln('Matricea drumurilor minime:'); AlgRF (a, n); end. </pre>	<pre> #include <iostream> using namespace std; int a[20][20],n,m; void citire() { int i,j,x,y,cost; cout<<"Nr de noduri:"; cin>>n; cout<<"Nr de arce:"; cin>>m; for(i=1;i<=n;i++) for(j=1;j<=n;j++) if(i==j) a[i][j]=0; else a[i][j]=10000; for(i=1;i<=m;i++) {cout<<"Arcul: "<<i<<" si ponderea: "; cin>>x>>y>>cost; a[x][y]=cost; } } void AlgRF() { int i,j,k; for(k=1;k<=n;k++) for(i=1;i<=n;i++) for(j=1;j<=n;j++) if(a[i][j]>a[i][k]+a[k][j]) a[i][j]=a[i][k]+a[k][j]; } void afis() { int i,j; for(i=1;i<=n;i++) { for(j=1;j<=n;j++) if(a[i][j]==10000) cout<<"- "; else cout<<a[i][j]<<" "; cout<<endl; } } int main() { citire(); cout<<"Matricea ponderilor:"<<endl; afis(); AlgRF(); cout<<"Matricea drumurilor minime:"<<endl; afis(); } </pre>

Soluțiile obținute pot fi vizualizate mai jos:

Pascal	C++
<pre> Nr de noduri: 4 Nr de arce: 7 Arcul 1 si ponderea: 1 2 4 Arcul 2 si ponderea: 1 3 2 Arcul 3 si ponderea: 2 1 3 Arcul 4 si ponderea: 2 4 6 Arcul 5 si ponderea: 3 4 3 Arcul 6 si ponderea: 4 1 7 Arcul 7 si ponderea: 4 2 4 Matricea initiala: 0 4 2 - 3 0 - 6 - - 0 3 7 4 - 0 Matricea drumurilor minime: 0 4 2 5 3 0 5 6 10 7 0 3 7 4 9 0 </pre>	<pre> Nr de noduri:4 Nr de arce:7 Arcul: 1 si ponderea: 1 2 4 Arcul: 2 si ponderea: 1 3 2 Arcul: 3 si ponderea: 2 1 3 Arcul: 4 si ponderea: 2 4 6 Arcul: 5 si ponderea: 3 4 3 Arcul: 6 si ponderea: 4 1 7 Arcul: 7 si ponderea: 4 2 4 Matricea ponderilor: 0 4 2 - 3 0 - 6 - - 0 3 7 4 - 0 Matricea drumurilor minime: 0 4 2 5 3 0 5 6 10 7 0 3 7 4 9 0 </pre>

Observăm că obținem aceleași rezultate. Deci, metodele au fost aplicate corect.

Probleme propuse studenților pentru rezolvare suplimentară.

Problema 1. În imperiu „Țară fără drumuri” există 5 orașe, așa cum se vede în Figura 2.12; între unele orașe există un drum direct și din orice oraș se poate ajunge în toate celelalte. Noul împărat vrea să își instaleze curtea în unul dintre orașe astfel încât el să poată ajunge la fiecare dintre celelalte pe drumurile cele mai scurte. El vrea ca aceste drumuri să fie pietruite și, bineînțeles costul total al acestei lucrări sa fie minim. Ajutați împăratul să poată determina costul minim pentru pietruire între oricare două orașe.

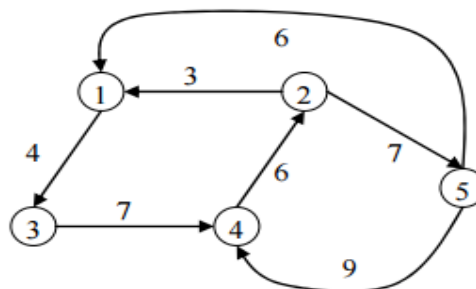


Figura 2.12. Graful drumurilor din imperiu „Țară fără drumuri”

Problema 2. Între 4 stații spațiale se stabilesc trasee, după cum se vede în Figura 2.13. Se cunosc traseele directe între unele stații și distanța dintre ele. Se cere să se determine drumul minim între oricare două stații din figură. Să se afișeze drumul între stații.

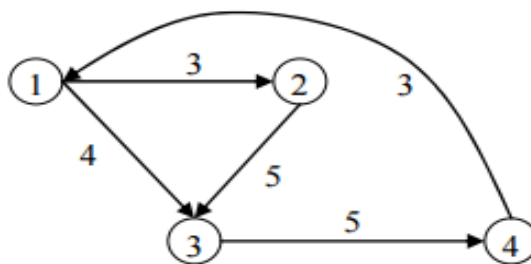


Figura 2.13. Graful traseelor între stațiile spațiale

2.3.2. Exemplu de implementare. Algoritmul Heap-Sort

Algoritmul Heap-Sort are mai multe aplicații practice în domeniul informaticii și în alte domenii. Acesta este un algoritm eficient de sortare și este utilizat în situații în care performanța și timpul de execuție sunt esențiale. Algoritmul Heap-Sort este folosit pentru a sorta volume mari de date într-un timp rezonabil. Datorită complexității sale $O(n \times \log_2 n)$, acesta poate fi preferat în situații în care trebuie sortat un număr mare de elemente, cum ar fi în baze de date, liste de priorități sau sisteme de gestionare a fișierelor. Heap-Sort este adesea utilizat pentru implementarea cozilor de priorități în algoritmi și aplicații. Cozile de priorități sunt utilizate pentru a organiza și gestiona elemente în funcție de prioritatea lor. De exemplu, în algoritmul Dijkstra pentru găsirea celor mai scurte căi într-un graf, Heap-Sort poate fi utilizat pentru a menține o coadă de priorități pentru nodurile care urmează să fie procesate. Datorită faptului că Heap-Sort poate extrage rapid cel mai mic sau cel mai mare element dintr-un set de date (heap), acesta poate fi folosit pentru selecția rapidă a elementelor într-o listă.

De exemplu, poate fi utilizat Heap-Sort pentru a găsi cele mai mari sau cele mai mici elemente dintr-o listă fără a sorta întreaga listă. În anumite situații, algoritmul Heap-Sort poate fi folosit pentru a adăuga stabilitate în algoritmi de sortare care nu sunt stabili în mod nativ. Stabilitatea înseamnă că elementele cu aceeași valoare relativă înainte de sortare vor păstra aceeași ordine relativă și după sortare. Prin utilizarea unui criteriu suplimentar de sortare (de exemplu, indicele original al elementelor), Heap-Sort poate menține stabilitatea în algoritmii care altfel nu ar fi stabili, cum ar fi *Sortarea rapidă* (QuickSort) sau *Sortarea prin selecție* (SelectionSort). Algoritmul Heap-Sort poate fi folosit pentru a gestiona și sorta evenimente în ordinea în care trebuie să fie procesate în jocuri video sau simulări. De exemplu, într-un joc de strategie în timp real, Heap-Sort poate fi folosit pentru a organiza și gestiona evenimente precum mișcarea unităților, construirea clădirilor și alte acțiuni. În sistemele de operare, Heap-Sort poate fi folosit pentru gestionarea proceselor sau a sarcinilor sistemului, în funcție de priorități. De exemplu, planificatorul proceselor poate utiliza un heap pentru a determina ordinea de execuție a

proceselor în funcție de priorități și timpul alocat. Flexibilitatea și eficiența acestui algoritm îl fac util într-o gamă largă de domenii în care trebuie să se facă sortări sau prioritizări eficiente.

Mai jos vom examina unele aspecte didactice referitor la implementarea tehnologiilor informaționale în predarea algoritmului Heap-Sort.

Finalitatea studierii cursului TG ține de formarea competențelor specialistului în informatică, care va utiliza algoritmul de sortare Heap-Sort, precum a fost menționat mai sus: *sortare eficientă, selecția rapidă a elementelor, cozi de priorități, stabilitate în algoritmi de sortare, simularea evenimentelor în jocuri și simulări, sisteme de operare.*

Vom prezenta în continuare metodologia implementării modelului pedagogic MPINTI TG la nivelul competențelor cursului „TG”.

Competențe specifice:

- Cunoașterea conceptelor fundamentale din TG;
- Cunoaștere structurilor de date arbori binari, în special a heap-urilor (MaxHeap și MinHeap);
- Abilitatea de a analiza structura unui arbore pentru determinarea dacă este heap;
- Cunoașterea algoritmilor de bază: inserarea/extragerea elementelor într-un heap, construirea unui heap (MaxHeap sau MinHeap);
- Aplicarea algoritmului Heap-Sort;
- Implementarea algoritmului prezentat în limbajul de programare (Pascal, C/C++, Java, Python);
- Cunoașterea tehnologiilor și a instrumentelor pentru vizualizarea și analiza grafurilor.

Metode: explicația, dialog, problematizarea, algoritmizarea, exercițiul, rezolvarea problemelor.

Forme de instruire: frontală, individuală, colaborativă, adaptivă.

Mijloace:

- *Platforme educaționale: campion.edu.ro: teoria_grafurilor, heapuri; graphonline.ru;*
- *Limbaje de programare (Pascal, C/C++, Java, Python);*
- *Platforme educaționale Moodle/Classroom;*
- *Tabla interactivă/proiector.*

Demersul didactic. Reamintim, că un **arbore binar** este un arbore în care fiecare nod are cel mult doi succesori. Succesorii se numesc „nodul stânga” și „nodul dreapta”. Menționăm că arborele plin și arborele binar complet au o importanță majoră la examinarea algoritmului MaxHeap și Heap-Sort. În acest context vom examina mai detaliat aceste noțiuni.

Definiția 1. Se numește **arbore binar plin**, un arbore binar unde pe fiecare nivel $i \in \{0, 1, 2, \dots, h\}$, (h este înălțimea arborelui) sunt exact 2^i noduri.

În figura 2.14, pe nivelul 0, este doar un singur nod $2^0 = 1$, pe nivelul 1 sunt exact două noduri $2^1 = 2$, iar pe nivelul 2 sunt exact patru noduri $2^2 = 4$.

Definiția 2. Un **arbore binar complet** este un arbore binar în care toate nivelurile, cu excepția ultimului sunt ocupate în întregime. În general, deși nu este obligatoriu, toate nodurile de pe ultimul nivel sunt grupate în partea stângă a acestuia.

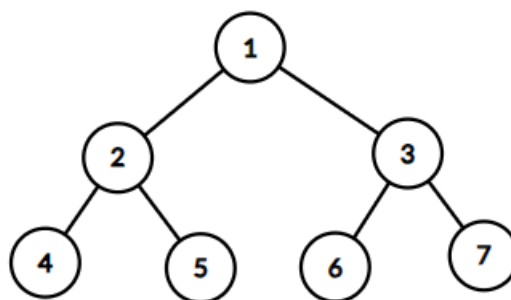


Figura 2.14. Arbore binar plin

Definiția 3. Un **Heap** este un arbore binar complet, cu următoarea proprietate, numită proprietate de heap: nodurile acestuia sunt poziționate într-o anumită ordine.

Definiția 4. Un **MaxHeap** este un arbore binar complet în care valoarea memorată în orice nod al său este mai mare sau egală decât valorile memorate în nodurile fii ai acestuia.

Definiția 5. Un **MinHeap** este un arbore binar complet în care valoarea memorată în orice nod al său este mai mică sau egală decât valorile memorate în nodurile fii ai acestuia.

Figura 2.15 prezintă un exemplu de minheap.

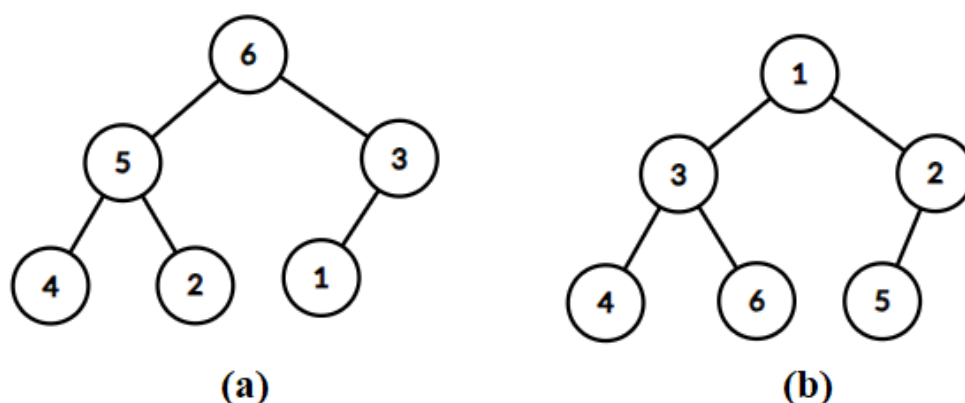


Figura 2.15. Exemplu de MaxHeap (a) și MinHeap (b)

Fiind un arbore binar complet, reprezentarea cea mai adecvată a unui Heap este prezentarea secvențială. Dacă Heap-ul are n noduri numerotate de la 1 la n , este suficient să reținem valorile nodurilor într-un vector cu n elemente.

Utilizând reprezentarea secvențială, definițiile de MaxHeap și MinHeap pot fi reformulate:

- Vectorul H_n formează un MaxHeap dacă $H[i] \leq H\left[\frac{i}{2}\right], i = 1, 2, \dots, n$;
- Vectorul H_n formează un MinHeap $H[i] \geq H\left[\frac{i}{2}\right], i = 1, 2, \dots, n$;
- Pentru heap-urile din figura 2.14, (a) și (b) se construiesc vectorii: $H_1 = \{6, 5, 3, 4, 2, 1\}$ și respectiv $H_2 = \{1, 3, 2, 4, 6, 5\}$.
- Vectorii heap au cel puțin două utilizări importante:
 - 1) (Max-Heap) o metodă eficientă de sortare „HeapSort”;
 - 2) (Min-Heap) o implementare eficientă pentru tipul „Coadă cu priorități”.

Proprietățile Heap-urilor sunt tratate în [186]. Pe parcursul realizării Heap-Sort-ului se va utiliza algoritmul de filtrare și algoritmul de constituire a unui vector Max-Heap.

Studentii au posibilitate să înțeleagă mai bine noțiunile și algoritmi de bază așa ca heap, MaxHeap/ MinHeap, algoritmul de filtrare, construirea unui vector MaxHeap/ MinHeap, inserarea și extragerea unui element din Heap, pe platforma interactivă online campion.edu.ro/heapinteractiv [191]. Aplicația oferă în mod interactiv construcția unui MaxHeap/ MinHeap, inserarea și ștergerea unui element în/din Heap.

Realizarea algoritmului Heap-Sort. Algoritmul Heap-Sort poate fi utilizat direct doar în cazul când vectorul examinat este deja Min-Heap ori Max-Heap. Altfel spus, vectorul examinat trebuie să fie deja vector Heap. În ceea ce urmează vom examina tehnicile de aplicare a Algoritmului Heap-Sort în două cazuri diferite:

Cazul 1. Vectorul examinat este organizat ca vector Heap (Max-Heap ori Min-Heap).

În acest caz putem aplica direct Algoritmul Heap-Sort.

Cazul 2. Vectorul examinat nu este vector Heap. În acest caz:

- vectorul examinat trebuie transformat în arbore binar complet;
- vectorul examinat trebuie transformat în vector Heap;
- și ulterior se poate aplica direct Algoritmului Heap-Sort.

În continuare se vor examina aceste cazuri:

Cazul 1. Vectorul examinat este organizat ca vector Heap (Max-Heap ori Min-Heap).

În acest caz putem aplica direct Algoritmul Heap-Sort.

Aplicarea Algoritmului Heap-Sort presupune realizarea următorilor pași:

Pasul 1. Vectorul examinat, de dimensiunea n , este vector Max-Heap.

Pasul 2. Se extrage maximul din rădăcina heap-ului (*poziția 0* din vector) și se face o interschimbare între poziția maximului și ultima poziție din vector. Acum maximul se află pe ultima poziție (*poziția n*) din vector.

Pasul 3. Elementul maxim de pe ultima poziție a vectorului se exclude și în felul acesta se reduce cu 1 numărul de elemente, și se obține un nou vector cu dimensiunea mai mică cu 1.

Pasul 4. Se reface forma de Heap a noului vector.

– Se interschimbă primul element (prima poziție) din vector cu următorul element maximal (după cel eliminat) din vector;

– Dacă subarborele stâng ori drept nu este Heap, se reface prin intermediul interschimburilor subarborele stâng și drept în Heap;

– Se interschimbă primul element (care este deja elementul maximal) din vector cu elementul de pe poziția $n-1$. Maximul se află pe ultima poziție (*poziția $n-1$*) din vector.

Pasul 5. Se trece la realizarea **Pasului 3**, până când va fi eliminat ultimul element din vector.

Problema 1. Este dat vectorul MaxHeap $H = \{10, 8, 9, 5, 3, 4\}$. Aplicând algoritmul Heap-Sort să se ordoneze crescător vectorul H.

Soluție. Se aplică direct algoritmul Heap-Sort. În tabelul de mai jos se efectuează **Pașii 2-5** în conformitate cu algoritmul descris mai sus.

Vector Heap	Inter schimbare	Elementul care se elimină (maximal)	Vectorul sortat	Comentarii
10, 8, 9, 5, 3, 4	10↔4			Avem heap
4, 8, 9, 5, 3, 10		10		Eliminăm el.10
4, 8, 9, 5, 3	4↔9		10	
9 , 8, 4, 5, 3	3↔9		10	Avem heap
3 , 8, 4, 5, 9		9	10	Eliminăm el.9
3 , 8, 4, 5	3↔8		9, 10	
8 , 3, 4, 5	3↔5		9, 10	Subarborele stâng nu este Heap
8 , 5, 4, 3	8↔3		9, 10	Avem heap
3 , 5, 4, 8		8	9, 10	Eliminăm el.8
3 , 5, 4	3↔5		8, 9, 10	
5 , 3, 4	5↔4		8, 9, 10	Avem heap
3 , 4, 5		5	8, 9, 10	Eliminăm el.5
3 , 4	3↔4		5, 8, 9, 10	
4 , 3	4↔3		5, 8, 9, 10	Avem heap
3 , 4		4	5, 8, 9, 10	Eliminăm el.4
3		3	4, 5, 8, 9, 10	Eliminăm el.1
			3, 4, 5, 8, 9, 10	Vector ordonat

Cazul 2. Vectorul examinat nu este vector Heap. Se presupunem că vectorul examinat formează un arbore binar, fiecare poziție din vector reprezentând un nod, cu **rădăcina** pe poziția **0 (zero)** și cu fiecare **nod k** având fiii **$2k+1$** și **$2k+2$** ;

În acest caz:

- vectorul examinat trebuie transformat în arbore binar complet;
- vectorul examinat trebuie transformat în vector Heap;
- și ulterior se poate aplica direct Algoritmului Heap-Sort.

Aplicarea Algoritmului Heap-Sort, în acest caz, cu excepția Pasului 0 și Pasului 1, presupune realizarea Pașilor 2-5 examinați în cazul 1.

Pasul 0. Vectorul examinat, de dimensiunea n , se organizează ca vector binar complet.

Pasul 1. Ulterior vectorul binar complet se transformă ca Max-Heap cu aceeași reprezentare pe vector, fără a construi altă structură pentru noduri.

Pasul 2. Se extrage maximul din rădăcina heap-ului (poziția 0 din vector) și se face o interschimbare între poziția maximului și ultima poziție din vector. Acum maximul se află pe ultima poziție (**poziția n**) din vector.

Pasul 3. Elementul maxim de pe ultima poziție a vectorului se exclude și în felul acesta se reduce cu 1 numărul de elemente, și se obține un nou vector cu dimensiunea mai mică cu 1.

Pasul 4. Se reface forma de Heap al noului vector.

- Se interschimbă primul element (prima poziție) din vector cu următorul element maximal (după cel eliminat) din vector;
- Dacă subarborele stâng ori drept nu este Heap, se reface prin intermediul interschimbărilor subarborele stâng și drept în Heap.
- Se interschimbă primul element (care este deja elementul maximal) din vector cu elementul de pe poziția $n-1$. Maximul se află pe ultima poziție (**poziția $n-1$**) din vector.

Pasul 5. Se trece la realizarea **Pasului 3**, până când va fi eliminat ultimul element din vector.

Să examinăm următoarea problemă:

Problema 2. Se dă un vector de numere întregi: $H = \{1, 12, 9, 5, 6, 10\}$. Se cere de construit un vector maxheap și ulterior de ordonat crescător cu ajutorul algoritmului heapsort.

Rezolvare. În continuare se va examina soluționarea unui exemplu prin două metode: lucrat manual și elaborând programe în Pascal și C++.

Metoda 1. Se va identifica soluția lucrând manual exemplul conform algoritmului descris mai sus.

Pasul 0. Se organizează elementele din vectorul H într-un arbore binar complet, așa cum este arătat în figura de mai jos:

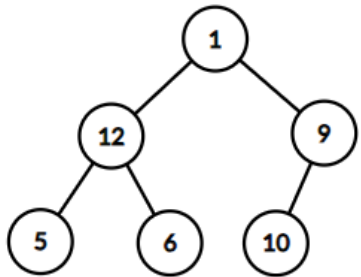
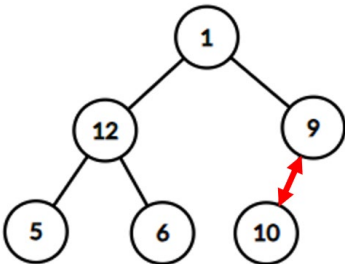
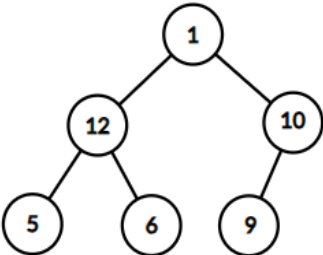
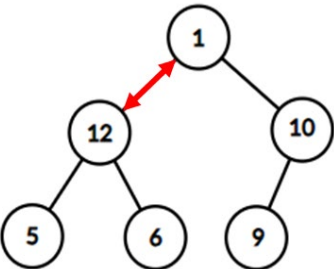
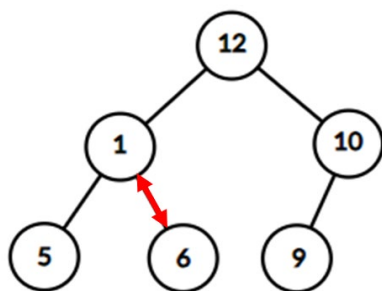


Figura 2.16. Arborele binar complet pentru vectorul H

Pasul 1. Formăm un maxheap prin interschimbarea elementelor:

Arborele binar	Vectorul H														
	Se analizează elementele subarborescilor: <table><tr><th>i</th><th>0</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th></tr><tr><td>H[i]</td><td>1</td><td>12</td><td>9</td><td>5</td><td>6</td><td>10</td></tr></table> Elementul de pe ultima poziție 5, se conține în subarboarele drept și este H[5]=10. Deoarece valoarea nodului fiu H[5]=10 este mai mare ca valoarea nodului părinte H[2]=9, se face interschimbarea H[5] ↔ H[2].	i	0	1	2	3	4	5	H[i]	1	12	9	5	6	10
i	0	1	2	3	4	5									
H[i]	1	12	9	5	6	10									
	Se obține un nou vector <table><tr><th>i</th><th>0</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th></tr><tr><td>H[i]</td><td>1</td><td>12</td><td>10</td><td>5</td><td>6</td><td>9</td></tr></table> În subarboarele drept nu mai este nimic de schimbat. Subarboarele drept este acum un Heap.	i	0	1	2	3	4	5	H[i]	1	12	10	5	6	9
i	0	1	2	3	4	5									
H[i]	1	12	10	5	6	9									
	Se examinează subarboarele stâng din arborele binar complet. Subarboarele stâng este un Heap. Se compară valoarea nodului rădăcină 1, valoarea nodului fiu stânga 12, și valoarea nodului fiu dreapta 10. <table><tr><th>i</th><th>0</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th></tr><tr><td>H[i]</td><td>1</td><td>12</td><td>10</td><td>5</td><td>6</td><td>9</td></tr></table> Deoarece valoarea nodului fiu H[1]=12 este	i	0	1	2	3	4	5	H[i]	1	12	10	5	6	9
i	0	1	2	3	4	5									
H[i]	1	12	10	5	6	9									

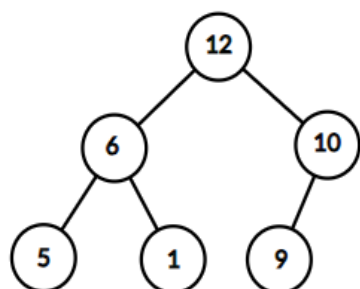
mai mare ca valoarea nodului rădăcină $H[0]=1$, se face interschimbarea $H[0] \leftrightarrow H[1]$.



Se obține un nou vector:

i	0	1	2	3	4	5
H[i]	12	1	10	5	6	9

Deoarece valoarea nodului fiu $H[4]=6$ este mai mare ca valoarea nodului părinte $H[1]=1$, se face interschimbarea $S H[4] \leftrightarrow H[1]$.



Se obține un nou vector, la care subarborele stâng este Heap și subarborele drept este Heap.

i	0	1	2	3	4	5
H[i]	12	6	10	5	1	9

Vectorul respectiv păstrează structura de ordine și deci este Heap.

În final s-a obținut un maxheap $H=\{12, 6, 10, 5, 1, 9\}$.

Pașii 2-5. Se sortează elementele vectorului maxheap H obținut utilizând algoritmul heapsort:

Vector Heap	Interschimbare	Elementul care se elimină (maximal)	Vectorul sortat	Comentarii
12, 6, 10, 5, 1, 9	$12 \leftrightarrow 9$			Avem heap
9, 6, 10, 5, 1, 12		12		Eliminăm el.12
9, 6, 10, 5, 1	$9 \leftrightarrow 10$		12	
10, 6, 9, 5, 1	$10 \leftrightarrow 1$		12	Avem heap
1, 6, 9, 5, 10		10	12	Eliminăm el.10
1, 6, 9, 5	$1 \leftrightarrow 9$		10, 12	
9, 6, 1, 5	$9 \leftrightarrow 5$		10, 12	Avem heap
5, 6, 1, 9		9	10, 12	Eliminăm el.9
5, 6, 1	$5 \leftrightarrow 6$		9, 10, 12	
6, 5, 1	$6 \leftrightarrow 1$		9, 10, 12	Avem heap
1, 5, 6		6	9, 10, 12	Eliminăm el.6
1, 5	$1 \leftrightarrow 5$		6, 9, 10, 12	
5, 1	$5 \leftrightarrow 1$		6, 9, 10, 12	Avem heap
1, 5		5	6, 9, 10, 12	Eliminăm el.5
1		1	5, 6, 9, 10, 12	Eliminăm el.1
			1, 5, 6, 9, 10, 12	

Astfel, având vectorul inițial $H = \{1, 12, 9, 5, 6, 10\}$ s-a obținut:

- Vectorul MaxHeap $H=\{12, 6, 10, 5, 1, 9\}$;
- Vectorul sortat $H_s = \{1, 5, 6, 9, 10, 12\}$.

Metoda 2. Soluționarea prin intermediul programelor Pascal și C++

Pascal	C++
<pre> Program HeapSort; type Vector = array of integer; var i, nr: integer; A: Vector; procedure schimb(var a, b: integer); var z: integer; begin z:=a; a:=b; b:=z; end; procedure VectHeap(var A: Vector; s1,t: integer); //restabilirea proprietății heap var r,c: integer; begin r:=s1; while (r*2+1<=t) do begin c:=r*2+1; if (c<t) and (A[c]<A[c+1]) then c:=c+1; if (A[r]<A[c]) then begin schimb(A[r],A[c]); r:=c; end else break; end; end; procedure HS(var A:Vector; k:integer); //Formarea unui heap var s1: integer; begin s1:= (k - 1) div 2; while (s1>= 0) do begin VectHeap(A,s1,k-1); s1:=s1-1; end; end; procedure HS(var A: Vector;n:integer); //Algoritmul Sortare Heap var t: integer; begin HeapS(A, n); t := n - 1; while (t> 0) do begin schimb(A[t],A[0]); t:=t-1; VectHeap(A,0,t); end; end; Begin write ('Numarul de elemente: '); readln (nr); SetLength (A, nr); for i := 0 to nr-1 do begin write('A[' ,i, ']='); readln(A[i]); end; writeln('Vectorul initial:'); for i := 0 to nr-1 do begin write (A[i]); write (' '); end; writeln; writeln('Vectorul sortat:'); // sortare HS(A,nr); for i:=0 to nr-1 do begin write (A[i]); write (' '); end; writeln; readln; end. </pre>	<pre> #include <iostream> using namespace std; void HeapS(int a[], int n, int i) { int max = i; int l = 2*i + 1; int r = 2*i + 2; if (l < n && a[l] > a[max]) max = l; if (r < n && a[r] > a[max]) max = r; if (max != i) { swap(a[i], a[max]); HeapS(a, n, max); } } // Algoritmul HeapSort void HS(int a[], int n) { for (int i=n/2 - 1; i >= 0; i--) HeapS(a, n, i); for (int i=n-1; i>=0; i--) { swap(a[0], a[i]); HeapS(a, i, 0); } } void AfisVect(int a[], int n) { for (int i=0; i<n; ++i) cout << a[i] << " "; cout << "\n"; } int main() { int m; cout << "Numarul de elemente: "; cin >> m; int a[m]; for(int i = 0; i < m; i++) { cout<<"A["<<i<<"]="; cin >> a[i]; } cout << "Vectorul initial: \n"; AfisVect(a, m); int n = sizeof(a)/sizeof(a[0]); HS(a, n); cout << "Vectorul sortat: \n"; AfisVect(a, n); } </pre>

Soluțiile obținute pot fi vizualizate mai jos:

```
Numarul de elemente: 6
A[0]=12
A[1]=6
A[2]=10
A[3]=5
A[4]=1
A[5]=9
Vectorul initial:
12 6 10 5 1 9
Vectorul sortat:
1 5 6 9 10 12
```

```
Numarul de elemente: 6
A[0]=12
A[1]=6
A[2]=10
A[3]=5
A[4]=1
A[5]=9
Vectorul initial:
12 6 10 5 1 9
Vectorul sortat:
1 5 6 9 10 12
```

De asemenea studenții au posibilitatea de a verifica și analiza vizibilitatea algoritmului de sortare HeapSort pentru valorile introduse sau cele generate pe următoarele site-uri:

- <https://algostructure.com/sorting/heapsort.php> [192] – oferă posibilitatea pentru utilizatori de a insera valorile dorite (maximum 63 valori) sau pot fi generate 10 valori aleatorii, după apăsarea butonului *Sort*, din valorile introduse se construiește un arbore binar și în mod interactiv se prezintă procesul de sortare, în final se obține un vector sortat din valorile inițiale. Procesul poate fi oprit la pauză, rulat din nou. Tot o dată platforma conține și alți algoritmi de sortare;

- <https://visualgo.net/en/heap> [193] - conceput inițial în 2011 de profesorul asociat Steven Halim, VisuAlgo și-a propus să faciliteze o înțelegere mai profundă a structurilor de date și a algoritmilor pentru studenții săi, oferind o platformă de învățare interactivă, cu ritm propriu. Aplicația conține două moduri de utilizare: modul de explorare și modul educațional cu materiale teoretice explicative;

- <https://www.cs.usfca.edu/~galles/visualization/HeapSort.html> [194] - site-ul aparține Universității din San Francisco, pe ecran pot fi generate 31 de valori într-un vector nesortat, la apăsarea butonului *HeapSort* se construiește un arbore binar și în partea jos a ecranului sunt afișate elemente de control pentru a vizualiza în mod interactiv algoritmul de sortare HeapSort;

- <https://opensa-server.cs.vt.edu/ODSA/Books/CS3/html/Heapsort.html> [195] – proiectul OpenDSA reprezintă un soft de tip OpenSource și este absolut gratuit. Conține materiale din Structuri de date și algoritmi, printre care se regăsește și sortarea HeapSort. În afară de teoria explicativă disponibilă și codurile scrise în limbajele de programare C++ și Java, soft-ul oferă partea practică pentru a implementa algoritmul studiat pentru un vector propus;

- <https://www.mimuw.edu.pl/~erykk/algovis/heapsort.html> [196] – aparține facultății de Matematică, Informatică și Mecanică a Universității din Varșovia, unde utilizatorii pot insera

valorile unui vector (minimum 3 valori), care automat sunt organizate într-o arbore binar și poate vizualiza etapele sortării pentru un vector sortat crescător.

2.3.3. Algoritmul Ford-Fulkerson. Fluxul maxim în rețea

În lucrarea lor din 1956, Ford și Fulkerson au scris că problema lui Harris și Ross este formulată după cum urmează: „Luați în considerare o rețea feroviară care conectează două orașe prin intermediul unui număr de orașe intermediare, în care fiecare legătură a rețelei are un număr atribuit care reprezintă capacitatea sa. Presupunând o stare de echilibru, găsiți un flux maxim dintr-un oraș dat în celălalt.”

Pe parcursul mai multor ani, au fost descoperite diverse soluții îmbunătățite la problema debitului maxim, în special cel mai succint algoritm a lui Edmonds și Karp și în mod independent Dinits; algoritmul de blocare a fluxului din Dinits; algoritmul Push-relabel de Tarjan și Goldberg; algoritmul de flux de blocare binar al Goldberg și Rao; algoritmii lui Sherman și Kelner, Lee, Orecchia

Studiul acestor probleme practice conduce la teoria fluxurilor în rețele. Această teorie dezvoltă soluții la o problemă generală numită problema fluxului optim. Vom lua în considerare un caz particular al acestei probleme, care este esențială pentru soluționarea problemelor practice, și anume problema determinării valorii maxime a debitului.

Probleme de flux maxim apar în multe domenii, precum curgerea lichidelor, linii de asamblare, transportul curentului prin rețele de curent electric, cercetări operaționale, ș.a.

Problemele examinate pot fi modelate ca probleme de flux maxim. Rețelele vor fi modelate ca un graf orientat, în care conductele (drumurile) vor fi muchiile, iar punctele în care se intersectează conductele (drumurile) vor fi nodurile grafului.

Vom prezenta în continuare metodologia implementării modelului pedagogic MPINTI TG la nivelul competențelor cursului „TG”.

Competențe specifice:

- Cunoașterea conceptelor fundamentale ale fluxului în rețea;
- Familiarizarea cu principiile algoritmului Ford-Fulkerson pentru găsirea fluxului maxim în rețele;
- Implementarea algoritmului Ford Fulkerson într-un limbaj de programare (Pascal, C/C++, Java, Python);
- Cunoașterea și implementarea funcțiilor specifice algoritmului Ford-Fulkerson în aplicația Maple;
- Abilitatea de a identifica și soluționa problemele prin intermediul platformelor online.

Metode: explicația, dialog, problematizarea, algoritmizarea, exercițiul, rezolvarea problemelor.

Forme de instruire: frontală, individuală, colaborativă, adaptivă.

Mijloace:

- Software MAPLE;
- Platforme educaționale Moodle / Classroom;
- Limbaje de programare (Pascal, C/C++, Java, Python);
- Tabla interactivă / proiector;
- Platforme educaționale: campion.edu.ro:

<https://visualgo.net/en/maxflow?slide=1>, https://algorithms.discrete.ma.tum.de/graph-algorithms/flow-ford-fulkerson/index_en.html,

Demersul didactic

Examinăm următoarele noțiuni fundamentale .

Definiția 1. Fie $G=(V, E)$ un graf neorientat și $c: E \rightarrow \mathbf{R}_+$ o funcție de cost definită pe mulțimea muchiilor grafului. Vom nota cu $n=|V|$ și cu $m=|E|$. Numim **tăietura (cut)** în graful G o partiție a mulțimii V în două submulțimi nevide (X, Y) .

Definiția 2. Spunem că o muchie (x, y) **traversează tăietura (crossedge)** dacă x aparține mulțimii X , iar y aparține mulțimii Y .

Definiția 3. **Costul** unei tăieturi este egal cu **suma costurilor muchiilor** care traversează tăietura.

Definiția 4. Fie s și t două vârfuri din V . Numim **s - t tăietura (s - t cut)** o tăietură (X, Y) pentru care s aparține lui X , iar t aparține lui Y .

Definiția 5. Numim **s - t tăietura minimă (minimum s - t cut)** o s - t tăietură de cost minim.

Definiția 6. Numim tăietură **minimă** o s - t tăietură de cost minim, pentru orice s și t vârfuri din graf.

Are loc următoarea:

Teorema Ford-Fulkerson. Fie $G = (V, E, c)$ o rețea de transport în care vârful s este sursa și vârful t este destinația. Valoarea fluxului maxim în rețea de la s la t este egală cu costul s - t tăieturii de cost minim.

Teorema **Ford-Fulkerson** sugerează o metodă clasică de construcție a unui flux maxim într-o rețea de flux, numita metoda Ford-Fulkerson. Aceasta metoda este descrisă mai jos.

Pentru a determina fluxul maxim conform algoritmului Ford-Fulkerson se realizează următorii pași:

Pasul 1. Se evidențiază (se caută) toate lanțurile (căile, drumurile) de la sursa s a rețelei examinate la destinația t ;

Pasul 2. În mod arbitrar se alege un lanț (drum) de la s la t (găsit la Pasul 1) și se identifică arcul cu capacitatea (ponderea) cea mai mică c . Lățimea de bandă al lanțului respectiv este egal cu minimumul tuturor capacităților arcurilor incluse în acesta, adică cu ponderea cea mai mică găsită c ;

Pasul 3. Fiecărui arc din lanțul examinat lanț (drum) i se atribuie capacitatea cea mai mică de la sursă la destinație (îl scriem printr-o fracțiune cu ponderea arcului); în acest caz, fluxul (debitul) nu poate depăși ponderea arcului, dar poate fi egal cu acesta;

Pasul 4. Se reduce (se scade) debitul arcurilor lanțului examinat cu capacitatea minimală identificată c , iar arcul la care debitul este egal cu zero devine arc saturat și se marchează. Deci, dacă fluxul devine egal cu ponderea arcului, atunci acest arc este saturat, adică este imposibil să treacă un flux prin acest arc atunci când se iau în considerare alte circuite din graf;

Pasul 5. Se examinează toate lanțurile identificate la **Pasul 1**, realizând **Pașii 2, 3 și 4**. Astfel, se aleg toate circuitele posibile de la sursa s la destinația t , identificând arcurile saturate, până când devine imposibil să ajungem de la sursă la destinație;

Pasul 6. Fluxul maximal în rețea va fi egal cu suma fluxurilor tuturor arcurilor saturate identificate la fluxul grafului.

Pasul 7. Se construiește s - t tăietura rețelei examinate, utilizând procedura „etichetarea nodurilor”, și se determină fluxul maximal al s - t tăieturii (care ar trebui să coincidă cu fluxul maximal determinat la **Pasul 6**).

Algoritmul construcției s - t tăieturii minime a rețelei examinate, aplicând procedura „etichetării nodurilor” constă în următoarele:

Step 1. Considerăm la etapa inițială că nici un nod al rețelei nu este etichetat.

Step 2. Etichetăm nodul inițial $s=1$. Notăm $x_0 = s = I^+$.

Step 3. Tuturor nodurilor x_i din rețeaua examinată pentru care arcul (x_0, x_i) nu este saturat li se atribuie o etichetă oarecare: x_i^+ . Deci, avem nodurile etichetate: $1^+, x_i^+$, unde $i = 1, \dots, r$.

Step 4. Determinăm arcurile s - t tăieturii minime. Aceste sunt arcurile la care nodurile inițiale sunt în vârfurile etichetate: $1^+, x_i^+$, unde $i = 1, \dots, r$ iar nodurile finale sunt vârfurile neetichetate ale arcurilor respective. În așa mod am determinat s - t tăietura minimă T , formată din arcurile respective.

Step 5. Fluxul maximal F al tăieturii respective este compus din suma capacităților inițiale ale arcurilor din s - t tăietura găsită T .

Aplicarea algoritmului Ford-Fulkerson la rezolvarea problemelor

Exemplu 1. Să examinăm o rețea de conducte prin care curge apă. Țevile prin care curge apă au o capacitate ce determină cantitatea maximă de apă ce trece prin țava respectivă într-o unitate de timp. Considerând că este o sursă de unde se pompează apă $s=1$ și o destinație $t=8$ unde trebuie să ajungă apă. Care este debitul maxim (cantitatea de apă pe unitatea de timp) ce poate să ajungă de la sursa s la destinația t utilizând rețeaua de țevi (conducte) reflectată în figura de mai jos?

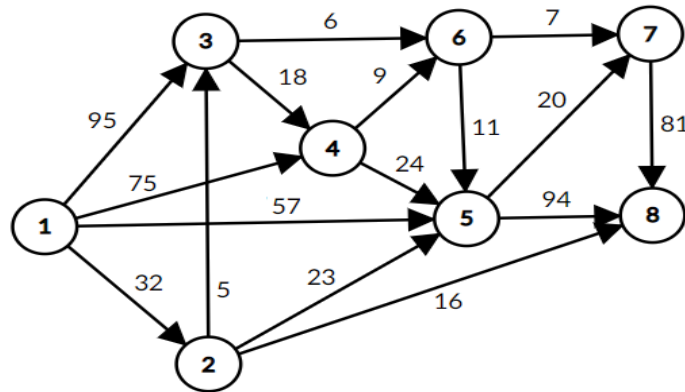


Figura 2.17. Rețea de conducte

Soluție. Folosind algoritmul Ford-Fulkerson, se cere de găsit cel mai mare flux de la 1 la 8. Vom soluționa Problema respectivă prin două metode: aplicând rezolvarea manuală și utilizând Maple.

Metoda 1. Rezolvare manuală

Pasul 1. Evidențiem toate drumurile posibile de la 1 la 8, marcând în paranteze ponderea arcurilor.

- 1) 1-(95)-3-(6)-6-(7)-7-(81)- 8.
- 2) 1-4-5-8.
- 3) 1-5-8.
- 4) 1-2-8.
- 5) 1-2-5-8.
- 6) 1-2-5-7-8.
- 7) 1-4-6-7-8.
- 8) 1-4-6-5-7-8.

Pasul 2. Selectăm un flux arbitrar, de exemplu Drumul 1, 1-(95)-3-(6)-6-(7)-7-(81)- 8. Lățimea sa de bandă este egal cu minimumul tuturor capacităților arcurilor incluse în acesta, adică 6. Reducem debitul arcurilor acestui flux cu 6, arcul saturat (3,6) se marchează.

1-(95)-3-(6)-6-(7)-7-(81)- 8.

1-(95/6)-3-(6/6)-6-(7/6)-7-(81/6)- 8.

1-(89)-3-(0)-6-(1)-7-(75)- 8. Obținem $S_1=6$ și arcul (3,6).

Pasul 3. Alegem un flux arbitrar, de exemplu Drumul 2, 1-(75)-4-(24)-5-(94)-8. Lățimea sa de bandă este egal cu minimumul tuturor capacităților arcurilor incluse în acesta, adică 24. Reducem debitul arcurilor acestui flux cu 24, arcul saturat (4,5) se marchează.

1-(75)-4-(24)-5-(94)-8.

1-(75/24)-4-(24/24)-5-(94/24)-8.

1-(51)-4-(0)-5-(70)-8. Obținem $S_2=6+24$ și arcul (4,5).

Pasul 4. Alegem un flux arbitrar, de exemplu Drumul 3, 1-(57)-5-(70)-8. Lățimea sa de bandă este egal cu minimumul tuturor capacităților arcurilor incluse în acesta, adică 57. Reducem debitul arcurilor acestui flux cu 57, arc saturat (1,5) se marchează.

1-(57)-5-(70)-8.

1-(57/57)-5-(70/57)-8.

1-(0)-5-(13)-8. Și $S_3=6+24+57$ iar arcul (1,5) – saturat.

Pasul 5. Alegem un flux arbitrar, de exemplu Drumul 4, 1-(32)-2- (16)- 8. Lățimea sa de bandă este egal cu minimumul tuturor capacităților arcurilor incluse în acesta, adică 16. Reducem debitul arcurilor acestui flux cu 16, arcul saturat (2,8) se marchează.

1-(32)-2- (16)- 8.

1-(32/16)- 2- (16/16)- 8.

1-(16)- 2- (0)- 8. Obținem $S_4=6+24+57+16$ și arcul saturat este (2,8).

Pasul 6. Selectăm un flux arbitrar, de exemplu Drumul 5, 1-(16)-2-(23)-5-(13)-8. Lățimea sa de bandă este egal cu minimumul tuturor capacităților arcurilor incluse în acesta, adică 13. Reducem debitul arcurilor acestui flux cu 13, arcul saturat (5,8) se marchează.

1-(16)-2-(23)-5-(13)-8.

1-(16/13)-2-(23/13)-5-(13/13)-8.

1-(3)-2-(10)-5-(0)-8. Obținem $S_5=6+24+57+16+13$ iar arcul (5,8) – saturat.

Pasul 7. Selectăm fluxul arbitrar, determinat de exemplu Drumul 6, 1-(3)-2-(10)-5-(20)-7-(75)-8. Lățimea sa de bandă este egal cu minimumul tuturor capacităților arcurilor incluse în acesta, adică 3. Reducem debitul arcurilor acestui flux cu 3, arc saturat (1,2) se marchează.

1-(3)-2-(10)-5-(20)-7-(75)-8.

1-(3/3)-2-(10/3)-5-(20/3)-7-(75/3)-8.

1-(0)-2-(7)-5-(17)-7-(72)-8. Obținem, $S_6=30+57+16+13+3$ și arcul saturat este (2,8).

Pasul 8. Alegem un flux, de exemplu Drumul 7, 1-(51)-4-(9)-6-(1)-7-(72)-8.

Lăţimea sa de bandă este egal cu minimul tuturor capacităţilor arcurilor incluse în acesta, adică 1. Reducem debitul arcurilor acestui flux cu 1, arcul saturat (6,7) se marchează.

1-(51)-4-(9)-6-(1)-7-(72)-8.

1-(51/1)-4-(9/1)-6-(1/1)-7-(72/1)-8.

1-(50)-4-(8)-6-(0)-7-(71)-8. Obţinem, $S_7=87+16+13+3+1$ şi arcul saturat este (6,7).

Pasul 9. Selectăm un flux arbitrar, de exemplu Drumul 8, 1-(50)-4-(8)-6-(11)-5-(17)-7-(71)-8. Lăţimea sa de bandă este egală cu minimul capacităţii arcurilor incluse în ea, adică 8. Reduceţi debitul arcurilor acestui flux cu 8, arcul saturat (4,6) se marchează. Nu mai există căi de la sursa s la destinaţia t.

1-(50/8)-4-(8/8)-6-(11/8)-5-(17/8)-7-(71/8)-8.

1-(42)-4-(0)-6-(3)-5-(9)-7-(63)-8.

Debit total $S_8=87+16+13+3+1+8=128$ şi arcul saturat este (4,6). În graful de mai jos arcurile saturate sunt marcate cu culoarea albastră.

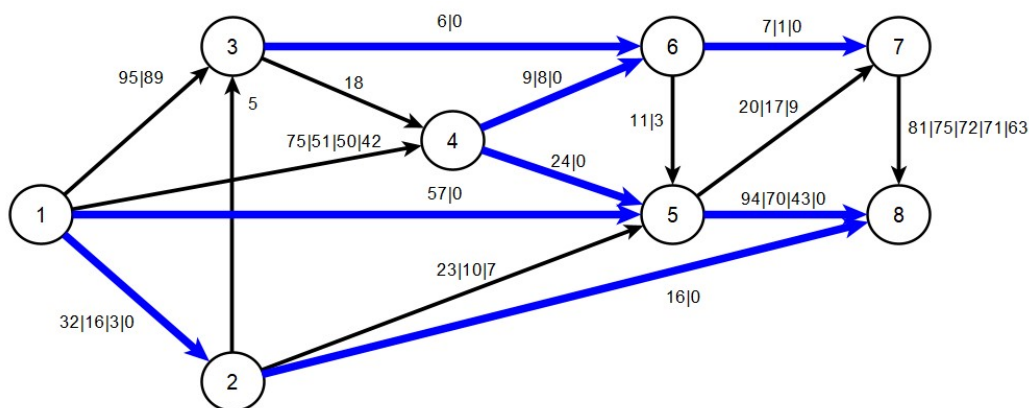


Figura 2.18. Graful cu arcurile saturate

Pasul 10. Construim s-t tăietura minima a reţelei examinate, aplicând procedura „etichetării nodurilor”.

Step 1. Considerăm la etapa iniţială că nici un nod al reţelei nu este etichetat.

Step 2. Etichetăm nodul iniţial $s=1$. Notăm $x_0 = s = I^+$.

Step 3. Tuturor nodurilor x_i din reţeaua examinată pentru care arcul (x_0, x_i) nu este saturat li se atribuie o etichetă oarecare. Astfel, deoarece doar arcurile: (1,3) şi (1,4) sunt nesaturate putem eticheta nodurile (culoarea roşie): 3^+ , 4^+ .

Deci, avem nodurile etichetate: 1^+ , 3^+ , 4^+ .

Step 4. Determinăm arcurile s-t tăieturii minime. Aceste sunt arcurile la care nodurile iniţiale sunt în vârfurile etichetate: 1^+ , 3^+ , 4^+ , iar nodurile finale sunt vârfurile neetichetate. Astfel, avem arcurile: $(1^+, 2)$, $(1^+, 5)$, $(3^+, 6)$, $(4^+, 5)$, $(4^+, 6)$. În așa mod am determinat s-t tăietura minimă, formată din arcurile respective

$$T = ((1^+, 2), (1^+, 5), (3^+, 6), (4^+, 5), (4^+, 6)).$$

Step 5. Fluxul maximal al tăieturii respective este compus din suma capacităților inițiale ale arcurilor din tăietura găsită:

$$F = c(1^+, 2) + c(1^+, 5) + c(3^+, 6) + c(4^+, 5) + c(4^+, 6) = 32 + 57 + 6 + 24 + 9 = 128.$$

Răspuns. Fluxul maximal este 128.

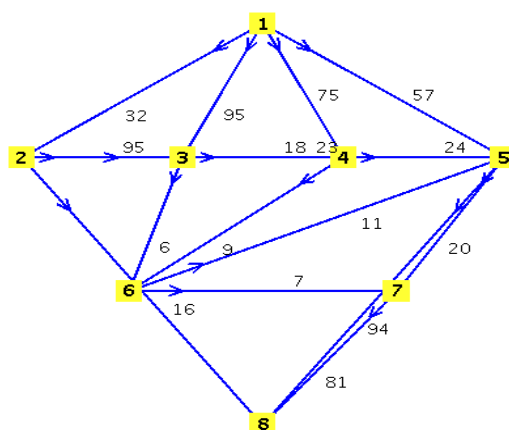
Metoda 2. Rezolvarea în aplicația Maple 18

Soluția 1.

```
restart : with(networks) :
new(G) : v := $1..8 :
addvertex([v], G);
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8
v1 := 1 :#sursa
v2 := 8 :#destinatia
E := [[1, 2], [1, 3], [1, 4], [1, 5], [2, 3], [2, 5], [2, 8], [3, 4], [3,
6], [4, 5], [4, 6], [5, 7], [5, 8], [6, 5], [6, 7], [7, 8]]
[[1, 2], [1, 3], [1, 4], [1, 5], [2, 3], [2, 5], [2, 8], [3, 4], [3, 6],
[4, 5], [4, 6], [5, 7], [5, 8], [6, 5], [6, 7], [7, 8]]
#Pondere
w := [32, 95, 75, 57, 5, 23, 16, 18, 6, 24, 9, 20, 94, 11, 7, 81]
[32, 95, 75, 57, 5, 23, 16, 18, 6, 24, 9, 20, 94, 11, 7, 81]
addege(E, weights = w, G) :
flux = flow(G, v1, v2, ed)
flux = 128
```

Soluția 2.

```
with(GraphTheory) :
> G := Digraph({[[1, 2], 32], [[1, 3], 95], [[1, 4], 75], [[1, 5],
57], [[2, 3], 95], [[2, 5], 23], [[2, 8], 16], [[3, 4], 18], [[3,
6], 6], [[4, 5], 24], [[4, 6], 9], [[5, 7], 20], [[5, 8], 94], [[6,
5], 11], [[6, 7], 7], [[7, 8], 81]})
G := Graph 6: a directed weighted graph with 8 vertices and 16 arc(s)
> IsNetwork(G)
{1}, {8}
> DrawNetwork(G)
```



$MaxFlow(G, 1, 8)$

$$128, \begin{bmatrix} 0 & 32 & 24 & 15 & 57 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 23 & 0 & 0 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 18 & 0 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 24 & 9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 20 & 92 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8 & 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 27 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Răspuns. Fluxul maximal aplicând Metoda 2 este 128 care coincide cu răspunsul obținut prin intermediul Metodei 1.

2.4. Aplicarea conceptului STEM în studierea Teoriei Grafurilor. Conceptul învățării interactiv-tehnologizat

2.4.1. Teoria Grafurilor – știința cu aplicații inter/transdisciplinare

Avantajele cele mai semnificative ale educației STEM țin de implicarea directă a elevilor/studentilor în procesul de studiere a unor fenomene prin soluționarea problemelor practice inspirate din viața reală, identificând în așa mod legăturile existente între teorie și practică, înțelegând necesitatea dezvoltării competențelor necesare viitorilor specialiști care vor activa în domeniile STEM.

În acest context TG, fiind o ramură a matematicii, prin intermediul noțiunilor, conceptelor și teoremelor fundamentale, poate asigura modelarea matematică a multor fenomene din lumea reală. În pofida faptului că TG este o știință interdisciplinară, în procesul de studiere a cursului respectiv, nu întotdeauna se acordă atenție rezolvării problemelor care vin din viața reală și care ar presupune elaborarea modelului matematic și identificarea soluțiilor în cheia educației STEM. Din această perspectivă propunem o nouă abordare în procesul de învățare a TG.

Mai jos punctăm unele aplicații a TG în diverse domenii.

a) **Aplicații în transport, curgerea lichidelor, etc.** Determinarea fuxului maxim în rețea prin intermediul algoritmului Ford-Fulkerson. Probleme de flux maxim apar în multe domenii,

precum transportul curentului prin rețele de curent electric, curgerea lichidelor, linii de asamblare, cercetări operaționale, ș.a.

b) **Aplicații în management.** Un cerc larg de probleme care vin din domeniul managementului privind distribuirea ori repartitia sarcinilor, reprezintă problemele în care se urmărește cuplarea a p subiecți cu q subiecți. Rezolvarea problemelor de repartitie de acest tip constă în determinarea cuplajului maxim care se poate face prin mai multe metode, inclusiv și prin intermediul *metodei construirii lanțurilor alternante*.

c) **Aplicații în business.** În foarte multe situații practice se impune selectarea dintr-o mulțime dinamică de valori a unora care satisfac anumitor criterii ori condiții. O companie, de exemplu, care are de onorat sute de comenzi trebuie să știe să aleagă comenzile cele mai rentabile din punct de vedere financiar. Facilitarea de prelucrare a volumului respectiv de date este oferit de un tip de arbori binari cu proprietăți speciale cunoscuți în TG și **sub numele de Heap-uri**.

d) **Aplicații în inginerie, proiectare.** Determinarea traseelor optime de la punct fix (depozit) către alte k puncte (puncte de distribuire), astfel încât distanța totală care va fi parcursă pentru distribuirea produselor în toate celelalte k puncte să fie minimă. Probleme respective se reduc la construcția arborelui partial de cost minim prin intermediul Algoritmului lui Kruskal și Prim.

e) **Aplicații în determinarea traseelor de cost minim între oricare două localități.** Astfel de probleme se reduc la elaborarea unui algoritm de găsire a drumurilor de cost minim între oricare două localități, precum și la identificarea rutelor de transport pentru care se obține costul minim. Se aplică algoritmul Dijkstra ori Roy-Floyd pentru a determina drumurile de cost minim între oricare două vârfuri ale grafului.

2.4.2. Aplicarea Strategiilor didactice interactive

Există diferite definiții ale cercetătorilor în domeniu ale strategiilor didactice. Astfel, de exemplu, cercetătorii I. Albușescu, M. Albușescu susțin că „*strategia didactică reprezintă modul de abordare și rezolvare a sarcinilor concrete de instruire*” [197, p.10].

Iar Strategiile Didactice Interactive de grup [198, p.9] reprezintă „*modalitățile de organizare a activității prin care se favorizează schimburile inter-relaționare între participanți la activitate prin procese interumane de cooperare și competiție constructivă (educați – educați, educați – profesori, educați – grup), stimulând activismul subiectului în interacțiunea sa, nu numai cu ceilalți, ci și cu materialul de studiu (educați – conținut), prin procese de acțiune și transformare a informației.*”

În procesul de studiere a TG, profesorul caută permanent să găsească răspuns la următoarele întrebări: „În ce situații și condiții studiul materiei este mai eficient: când studenții lucrează în grup sau când învață fiecare independent? Ce metode didactice sunt cele mai potrivite pentru fiecare situație?” Pe baza observațiilor proprii și în funcție de subiectele studiate, considerăm **că pot fi aplicate următoarele două abordări didactice:**

În cazul în care subiectele abordate sunt de complexitate medie și nu necesită explicații suplimentare multilaterale, atunci, evident, fiecare student învață mai eficient în mod independent. Ritmul învățării și al înțelegerii materiei studiate de către fiecare student depinde de nivelul său de pregătire și capacitatea de a asimila lucruri noi. În acest caz, nu poate fi exclusă competiția dintre studenți. Competiția, în linii mari, are aspecte pozitive, dar, în același timp, poate ține în umbră studenții cu o pregătire academică mai slabă, care nu reușesc de fiecare dată să înțeleagă esența materialului studiat comparativ cu colegii mai bine pregătiți în acest domeniu;

În situația în care subiectele abordate sunt de complexitate avansată, eficiența studierii materialului este mai mare când procesul de învățare este organizat în echipă. În aceste condiții, rolul profesorului constă în primul rând în bună organizare a mediului de relaționare interactivă între studenți-studenți și studenți-profesori. Anume în aceste condiții, aplicarea strategiilor didactice interactive oferă randament maxim, deoarece amplifică procesul de învățare activă (realizarea unui experiment, soluționarea de probleme, descoperirea/reinterpretarea de lucruri și fenomene noi etc.). În așa mod, lecția se transformă într-un proces dinamic, în care se stimulează creativitatea și implicarea studenților. Prin urmare, strategiile didactice interactive (implementate prin diverse metode, precum problematizare, metode euristice, experimentele etc.) contribuie la redimensionarea relațiilor dintre student-profesor, student-student, student-materia de studiu, dezvoltând/promovând lucrul în echipă, dialogul, negocierea și cooperarea eficientă.

Totodată, în scopul realizării finalităților educaționale, în opinia noastră, considerăm necesară îmbinarea rațională a activităților în echipă, care stimulează competiția intergrupală, interpersonală și intragrupală, cu lucrul individual care stimulează competiția interindividuală. Astfel, pot fi atinse eficient finalitățile educaționale. În același timp, considerăm că realizarea activităților/proiectelor STEM presupune și implementarea reușită a strategiilor didactice interactive, prin îmbinarea eficientă a lucrului în grup cu efortul individual al fiecărui student.

2.4.3. Conceptul de învățare interactiv-tehnologizată

De ce a fost necesară introducerea conceptului de învățare interactiv-tehnologizată. În acest sens punctăm următoarele argumente:

1) Experiența demonstrează că studentul nu poate să avanseze în direcția înțelegerii și aplicării tehnologiilor informaționale în procesul de studiere a TG dacă nu cunoaște conceptele și algoritmi de bază din această disciplină. În MAPLE, pachetul `with(GraphTheory)`, versiunea 18 conține 166 de comenzi disponibile iar versiunea 24 conține 220 de comenzi, care se referă la operarea cu Grafurile neorientate și orientate precum și la implementarea diversilor algoritmi. În afară de comenzi de bază pachetul dispune și de subpachete: `RandomGraphs` în Maple 18 dispune de 8 comenzi iar Maple 24 dispune de 13 comenzi; `SpecialGraphs`: Maple 18 conține 46 comenzi, Maple 24 conține 138 comenzi; `GeometricGraphs`: doar în Maple 24 sunt 11 comenzi. Compararea dată evidențiază o extindere considerabilă a bibliotecii de grafuri oferite de acest soft.

În acest sens, studentul trebuie să posede minimul necesar de cunoștințe teoretice pentru ca să poată utiliza cu succes tehnologiile informaționale la soluționarea problemelor concrete.

2) Pe de altă parte, studentul chiar dacă are cunoștințe teoretice și cunoaște algoritmi clasici din TG încă nu înseamnă că cunoaște și poate aplica direct softurile specializate pentru a rezolva diferite probleme practice. Din această perspectivă, este necesar de schimbat paradigma demersului didactic. În acest context, se propune organizarea lucrului în grupuri mici cu studenții și desfășurarea procesului didactic astfel încât eforturile individuale și de echipă, comunicarea, colaborarea și schimbul de opinii și informații să fie direcționate spre creșterea eficienței următoarelor cinci dimensiuni privind interacțiunile din Figura 2.4:

- (1) Interacțiune inter-materială student – materia de studiu;
- (2) Interacțiune inter-materială student – tehnologie informațională;
- (3) Interacțiune colegială pe orizontală student – echipă;
- (4) Interacțiune colegială pe verticală student – profesor;
- (5) Interacțiune interumană student – student.

Astfel, interactivitatea este definită și produsă prin intermediul interacțiunii și interrelaționării eficiente. Fiecare din cele 5 tipuri de componente (interacțiuni menționate) are un rol semnificativ în demersul didactic.

3) În acest sens, prin aplicarea conceptului de învățare interactiv-tehnologizată din perspectiva explorării tehnologiilor informaționale, este stimulat lucru în echipă și colaborarea dintre studenți, privind achiziționarea de noi cunoștințe, abilități, competențe, contribuind astfel la realizarea eficientă a obiectivelor didactice.

Aplicarea conceptului de învățare interactiv-tehnologizată propus are în opinia noastră un impact semnificativ asupra procesului de studiere a TG prin intermediul tehnologiilor, inclusiv a softului MAPLE, Wolfram Mathematica și a platformelor internet. Conceptul respectiv se

implementează în raport cu cele 5 tipuri de interacțiuni (student-student, student-echipă, student-profesor, student-materia de studiu, student-tehnologie informațională) și se dezvoltă în primul rând datorită eforturilor de echipă, fără a diminua rolul eforturilor individuale ale fiecărui student. În acest context ținem să evidențiem următoarele aspecte:

- Orice tehnologie nouă trezește un interes major a tinerilor (studenților) în raport cu posibilitățile de gestionare, aplicare și utilizare. În această situație crește interesul studenților pentru eventualele noilor impresii, percepții și descoperiri privind înțelegerea funcționării a tehnologiei de ultima oră;

- Tehnologiile noi pot fi studiate, însușite atât individual cât și în grupuri mici. Evident profesorul facilitează procesul dar, oricum, în procesul de rezolvare a unei probleme prin intermediul tehnologiilor informaționale rămân multe lucruri, aspecte neelucidate care ar trebui clarificate și prin implicarea nemijlocită a studenților. În acest sens, studenții în procesul de învățare pot face schimb de opinii, informații și impresii, pot discuta și veni cu sugestii și recomandări în cadrul echipei de lucru ori în contextul conversațiilor individuale. Astfel, prin intermediul descoperirii posibilităților, avantajelor tehnologice noi care țin de softul respectiv, prin explorare, analize și deducție, se contribuie semnificativ la elucidarea problemei examinate;

- Procesul privind utilizarea eficientă a tehnologiilor informaționale și internet stimulează creșterea încrederii în forțele proprii, în forțele echipei, generează dorințe și aspirații de a se implica ulterior și în descoperirea și explorarea altor tehnologii performante și platforme on line atractive, demonstrând astfel potențialul creator a studenților și forța grupului de a depăși barierele existente;

- Simulările unor fenomene reale reflectate pe ecran prin intermediul tehnologiei aplicate pot avea rezultate convingătoare și efecte multiple asupra echipei de studenți care au generat acest efect, contribuind astfel la o mai bună înțelegere a materiei studiate și, tot odată, scoate în evidență situațiile, aspectele care ar trebui îmbunătățite. În cazul aplicării softului MAPLE, reflectarea grafurilor pe ecran a procesului examinat demonstrează eficiența și rapiditatea cu care poate fi construit modelul matematic al fenomenului cercetat permițând studierea lui din mai multe perspective;

- MAPLE este un soft de matematică cu o interfață prietenoasă și accesibilă care permite analizarea, explorarea, vizualizarea și rezolvarea problemelor matematice practic din orice compartiment al matematicii. În acest sens, în contextul problemei examinate, studentul având o cooperare strânsă cu colegii din echipă și interacționând cu tehnologia respectivă (explorând, descoperind și reflectând), participă interactiv la propria formare ca specialist, conștientizând totodată și propriile neajunsuri și lacune;

– Rezultatele finale obținute în urma soluționării problemei prin aplicarea tehnologiilor informaționale generează sentimente de satisfacție față de lucrul realizat și consolidează încrederea în echipă și forțele proprii. Astfel se îmbunătățește motivația și crește dorința de a îndeplini împreună noi sarcini.

Astfel, sintetizând cele menționate, aplicarea conceptului de învățare interactiv-tehnologizată, are următoarele avantaje:

- încurajează cooperarea și intercomunicarea între studenți;
- intensifică sprijinul și ajutorul reciproc;
- cultivă toleranță în raport cu alte abordări și păreri;
- dezvoltă responsabilitatea colectivă dar și individuală;
- fiecare etapă realizată în procesul de soluționare a problemei cultivă încrederea în forțele proprii;
- este dezvoltată atitudinea și gândirea auto-critică în raport cu rezultatele obținute.

Atât experiența proprie cât și o serie de studii în domeniu demonstrează că strategiile didactice interactive cooperante sunt mai eficiente comparativ cu cele care pun accent pe abordările individuale, rămânând în același timp ambele abordări utile și trebuincioase. În acest context conceptul de învățare interactiv-tehnologizată se integrează eficient în dezvoltarea și aplicarea strategiilor didactice cooperante și educația STEM. Mai jos în Tabelul 2.1 venim cu recomandări privind implementarea **activităților/proiectelor STEM și utilizarea conceptului de învățare interactiv-tehnologizată la TG.**

Tabelul 2.1. Recomandări didactice privind implementarea activităților/proiectelor STEM și utilizarea conceptului de învățare interactiv-tehnologizată la Teoria Grafurilor

Nr. d/o	Compartimente	Activități/Proiecte STEM Recomandări de teme
1.	Grafuri neorientate. Introducere	Parcurgerea Grafurilor. grafuri eulerien și hamiltoniene.
2.	Grafuri orientate.	Aplicarea Algoritmului Kosaraju. Colorarea vârfurilor și nodurilor. Colorarea Hărții în 4 culori.
3.	Algoritmi pentru determinarea drumurilor minime în grafuri	Determinarea drumului de cost minim. Aplicarea Algoritmului Dijkstra și Roy-Floyd.
4.	Arbori, arbori binari, arbori parțiali de cost minim	Determinarea arborilor parțial de cost minim. Algoritmul Kruskal și Prim.
5.	Maxheap, Minheap, algoritmi heap-sort	Construcția unui MaxHeap(MinHeap). Aplicarea algoritmului de HeapSort.
6.	Algoritmul Ford-Fulkerson, fluxul în rețea	Determinarea fluxului maxim în rețea. Aplicarea Algoritmului Ford-Fulkerson.
7.	Cuplaje	Soluționarea problemelor de management prin distribuirea sarcinilor.

Sursa: Informație prelucrată de autor

2.4.4. Abordări metodice privind soluționarea unor probleme practice din Teoria Grafurilor prin aplicarea conceptului STEM și elaborarea Hărții Tehnologice

Luând în considerare experiența acumulată pe parcursul anilor, pentru soluționarea unor probleme practice care țin de TG, aplicând tehnologiile informaționale și de internet, este rațional ca studenții să fie implicați în realizarea activităților de tip STEM ori desfășurarea proiectelor în cheia STEM. Activitățile de tip STEM pot fi desfășurate în cadrul orelor practice (de laborator). Iar proiectele STEM sunt realizate de studenți pe parcursul mai multor zile ori săptămâni.

Pentru soluționarea unor astfel de probleme se recomandă elaborarea Hărții Tehnologice a activității/proiectului STEM (termen introdus de Profesorul Ion Achiri [199]).

Harta Tehnologică a activităților/proiectelor STEM la TG în opinia noastră ar trebui să conțină următoarele Etape:

1) Formularea și explicarea problemei care urmează să fie rezolvată. Stabilirea obiectivelor

Problema, inclusiv activitate/proiect STEM, propusă pentru realizare este formulată și explicată cu atenție fie de profesor, fie de liderul echipei. Se recomandă ca condițiile problemei să fie discutate împreună cu toate echipele implicate. Discuțiile se stopează atunci există certitudinea că toți membrii echipelor au înțeles condițiile problemei și au clarificat ce trebuie de aflat, de găsit, de rezolvat.

După ce problema, în cooperare cu profesorul, a fost clarificată și înțeleasă de către studenți, sunt stabilite foarte clar obiectivele, adică ceea ce ar trebui de îndelinit, realizat. Se recomandă ca obiectivele să fie SMART. Acronimul SMART denotă: Specific (clar, simplu, semnificativ); Măsurabil (cuantificabil, dispune de indiciatori de progres); Accesibil (în sens de realizabil); Realist (relevant, direcționat spre scop); Timp (obiectivele trebuie să fie realizate într-o perioadă de timp clar definită).

2) Analiza problemei, stabilirea sarcinilor și planificarea

Analiza problemei examinate se face din multe perspective. Se clarifică ce compartimente studiate la teorie pot fi utilizate? Care algoritmi examinați pot fi aplicați? Cum construim modelul matematic? Majoritatea problemelor, inclusiv activitățile/proiectele STEM, la TG, după construcția modelului matematic, pot fi rezolvate (realizate) cel puțin prin trei metode principale: metodă manuală, metoda programării, metoda aplicării softului MAPLE. Se recomandă ca sarcinile pentru fiecare echipă implicată în realizarea activităților/proiectelor STEM să fie repartizate în funcție de metodele respective.

Ulterior procesul de realizarea și de distribuție a sarcinilor, inclusiv din perspectiva complexității și a timpului, pentru fiecare membru al echipei, este planificat în cadrul echipelor stabilite.

3) Realizarea sarcinilor planificate

Echipele implicate în proces având obiectivele bine stabilite pentru fiecare sarcină trec nemijlocit la realizarea lor. Altfel spus, se trece la rezolvarea modelului matematic aplicând: metodă manuală, metoda programării, metoda softului MAPLE. Anume la această etapă se pot implementa cu succes strategiile didactice interactive, inclusiv conceptul învățării interactiv-tehnologizată.

4) Evaluarea și verificarea rezultatelor obținute. Aprobarea rezultatelor teoretice ori experimentale

Evaluarea și verificarea rezultatelor reprezintă o etapă importantă în procesul examinat. Obținerea rezultatelor de către echipe încă nu denotă corectitudinea rezultatelor. Metodologia propusă de noi presupune că fiecare din echipele implicate ar trebui să obțină același rezultat prin implementarea diferitor metode. Procesul de verificare la fel se face prin diverse metode, inclusiv prin intermediul metodei comparației. Aprobarea rezultatelor se face de către liderii echipelor. În situația când rezultatele, obținute prin diverse metode coincid, liderii echipelor pot aproba rezultatele, ceea ce înseamnă că echipele pot trece deja la următoarea etapă de implementare. În caz contrar se verifică toate calculele efectuate.

5) Aplicarea în practică a rezultatelor din perspectiva Ingineriei (aplicații în domeniul industrial, postindustrial, agrar, ecologic, medicinal, servicii TIC etc.)

La această etapă se analizează posibilitatea implementării rezultatelor obținute în viața reală, în practică din diverse perspective ale Ingineriei moderne (domeniul agrar, industrial, TIC, etc). Spre deosebire de restul etapelor care examinează fenomene ori procesele de natură diferită (economice, sociale, etc) prin prisma Teoriei Grafurilor, pentru a stabili anumite legități, tendințe, afirmații ori principii, la etapa respectivă, se studiază posibilitatea de a implementa în practică rezultatele obținute. Etapa este importantă pentru că anume în acest proces studenții văd și se conving de existența conexiunilor puternice dintre teorie și practică. În procesul de instruire la această etapă se pot aplica pe larg dronele, diverse tipuri de roboți, cât și alte produse ingineresti care au conexiune cu grafurile.

6) Prezentarea rezultatelor

Prezentarea rezultatelor se recomandă să fie efectuată de reprezentanții tuturor echipelor implicate. Și anume, în procesul prezentării finale, este necesar să se facă evidențierea aspectelor

inter/transdisciplinare în procesul de realizare a activităților/proiectelor STEM cât și legătură cu viața reală pentru a arata eficacitatea acestei metodologii.

În tabelul de mai jos sunt incluse recomandările metodice privind parcurgerea Etapelor. Sunt făcute recomandări metodice privind rolul și sarcinile profesorului cât și a echipelor de studenți.

Tabelul 2.2. Recomandările metodice privind Etapele și Rolurile în activitățile STEM

Nr. d/o	Etapele STEM	Rolul și sarcinile Profesorului în procesul realizării activităților/proiectelor STEM	Rolul și sarcinile Echipelor de studenți în procesul realizării activităților/proiectelor STEM
1.	Formularea și explicarea problemei care urmează să fie rezolvată. Clarificarea obiectivelor.	Profesorul explică condițiile problemei și etapele care urmează să fie parcurse de către echipele de studenți. Explică criteriile de constituire a echipelor. Se atrage atenția că rezultatele obținute trebuie să fie aplicabile în practică.	Studenții sunt divizați în 3-4 echipe, în funcție de competențe și complexitatea problemei. Sunt aleși liderii echipei. Studenții adresează întrebări, clarifică condițiile problemei, scopul și timpul de realizare.
2.	Analiza problemei, stabilirea sarcinilor și planificarea	Profesorul în calitate de mentor ghidează echipele și vine cu clarificări atunci când este necesar	Studenții clarifică rolul și sarcinile fiecărei echipe în procesul de soluționare a problemei. Planifică acțiunile. În cadrul fiecărei echipe se clarifică rolul și sarcinile fiecărui student implicat. Sunt stabilite de comun acord reguli de relaționare.
3.	Realizarea sarcinilor planificate	Profesorul oferă consultații și, în caz de necesitate, facilitează întâlniri cu experți din alte domenii ori cu profesorii altor discipline. Stimulează procesul.	Sunt generate idei și strategii de soluționare a problemei. Echipele de studenți acționează în funcție de sarcinile planificate și comunică pe marginea rezultatelor intermediare obținute.
4.	Evaluarea și verificarea rezultatelor obținute. Aprobarea rezultatelor teoretice ori experimentale.	Profesorul evaluează prin prisma propriei viziuni lucrul fiecărei echipe cât și conclucrarea între echipe. Își prezintă opinia proprie în raport cu rezultatele obținute.	Echipele evaluează și verifică rezultatele obținute. Se face analiza rezultatelor. Sunt aprobate rezultatele și se fac propuneri privind aplicarea în practică.
5.	Aplicarea în practică a rezultatelor din perspectiva Ingineriei (aplicații în domeniul industrial,	Profesorul oferă consultații și stimulează procesul. În caz de necesitate facilitează implicarea experților din	Echipele implementează ideea selectată în practică din perspectiva Ingineriei (aplicând tehnologii).

Nr. d/o	Etapele STEM	Rolul și sarcinile Profesorului în procesul realizării activităților/proiectelor STEM	Rolul și sarcinile Echipelor de studenți în procesul realizării activităților/proiectelor STEM
	postindustrial, agrar, ecologic, medicinal, servicii TIC, etc).	exterior.	
6.	Prezentarea rezultatelor	Profesorul prezintă propria opinie vis-a-vis de calitatea lucrului realizat, relaționarea între echipe și contribuția fiecărui student.	Se prezintă raportul final de către echipele de studenți. Studenții își exprimă opiniile proprii față de rezultatele obținute și procesul de colaborare între ei.

În tabelul de mai jos, vom ilustra cum a fost soluționată **Problema 2.A2** *Determinarea drumurilor de cost minim între oricare două localități și aplicarea în practică a rezultatelor obținute din perspectiva STEM.*

Tabelul 2.3. Desfășurarea unei Activități STEM:
Determinarea Drumurilor de Cost Minim - Roluri și Sarcini pe Echipe

Nr. d/o	Etapele STEM	Rolul și sarcinile Profesorului în procesul realizării activităților/proiectelor STEM	Rolul și sarcinile Echipelor N1 activităților/proiectelor STEM	Rolul și sarcinile Echipelor N2 activităților/proiectelor STEM	Rolul și sarcinile Echipelor N3 activităților/proiectelor STEM
1.	Formularea și explicarea problemei. Clarificarea obiectivelor	Profesorul explică condițiile Problema 2.A2 <i>Determinarea drumurilor de cost minim între oricare două localități conform condiției problemei. Se accentuează faptul că rezultatele obținute vor permite ulterior să fie programată corect drona care va parcurge drumul de cost minim conform</i>	În Echipa N1 sunt incluși studenții care au pregătirea matematică mai avansată comparativ cu ceilalți colegi	În Echipa N2 sunt incluși studenții care competențe avansate în utilizarea softului, inclusiv programarea în MAPLE	În Echipa N3 sunt incluși studenții care au competențe avansate privind programarea în limbajul C++

Nr. d/o	Etapele STEM	Rolul și sarcinile Profesorului în procesul realizării activităților/proiectelor STEM	Rolul și sarcinile Echipii N1 activităților/proiectelor STEM	Rolul și sarcinile Echipii N2 activităților/proiectelor STEM	Rolul și sarcinile Echipii N3 activităților/proiectelor STEM
		<i>rezultatele obținute.</i>			
2.	Analiza problemei, stabilirea sarcinilor și planificarea	Profesorul în calitate de mentor ghidează echipele și clarifică anumite aspecte	Echipa N1 va fi responsabilă de elaborarea modelului matematic și realizarea manuală a algoritmului	Echipa N2 va fi responsabilă de aplicarea softului MAPLE privind soluționarea problemei	Echipa N3 va fi responsabilă de ajustarea și aplicarea algoritmului Roy-Floyd în C++ pentru soluționarea
3.	Realizarea sarcinilor planificate	Profesorul stimulează procesul și răspunde la întrebările neclare	Echipa N1 construiește modelul matematic și execută Pașii 1-4 din problema soluționată și obține rezultatul din figura 2.8	Echipa N2 soluționează în MAPLE problema aplicând comenzile respective, inclusiv AllPairsDistance și obține rezultatul din Figura 2.10	Echipa N3 soluționează în C++ problema aplicând algoritmul Roy-Floyd și obține rezultatul din Figura 2.10.1
4.	Evaluarea și verificarea rezultatelor obținute. Aprobarea rezultatelor.	Profesorul evaluează prin prisma propriei viziuni lucrul fiecărei echipe cât și conclucrarea între echipe.	Echipa N1 verifică rezultatele obținute de Echipele N2 și N3 prin aplicarea MAPLE și C++ și se conving de corectitudinea rezultatelor. În cazul când rezultatele nu coincid se identifică eroarea și se repetă execuția sarcinii.	Echipa N2 verifică rezultatele obținute de Echipele N1 și N3 prin aplicarea Algoritmului manual și C++ și se conving de corectitudinea rezultatelor. În cazul când rezultatele nu coincid se identifică eroarea și se repetă execuția sarcinii.	Echipa N3 verifică rezultatele obținute de Echipele N1 și N2 prin aplicarea algoritmului manual și MAPLE și se conving de corectitudinea rezultatelor. În cazul când rezultatele nu coincid se identifică eroarea și se repetă execuția sarcinii.
5.	Aplicarea în practică a rezultatelor din perspectiva Ingineriei	Profesorul direcționează lucrul echipelor privind aplicarea în practică a rezultatelor teoretice prin	Echipa N1 reamplasează poziționarea orașelor: Chișinău (1), Roma (2), Londra (3) și Lisabona (4), la o	Echipa N2 programează traseul dronei care va parcurge drumurile identificate: <i>din</i> Chișinău(1) până	Echipa N3 în programează traseul care va parcurge drumurile de cost minim: din Chișinău(1) până la Lisabona (nodul

Nr. d/o	Etapele STEM	Rolul și sarcinile Profesorului în procesul realizării activităților/proiectelor STEM	Rolul și sarcinile Echipei N1 activităților/proiectelor STEM	Rolul și sarcinile Echipei N2 activităților/proiectelor STEM	Rolul și sarcinile Echipei N3 activităților/proiectelor STEM
		intermediul roboților ori dronelor.	scara mai mică, respectând distanțele dintre ele (conform condiției problemei la scara dorită).	la Roma (nodul 2) care este 4 (unități distanță); până la Londra (nodul 3) care este 2 (unități distanță);	4) care este 5(unități distanța). La finele procesului Echipa N3 unifică secvențele de programe a Echipei 2 și 3 într-un unul singur.
6.	Prezentarea rezultatelor	Profesorul prezintă propria opinie vis-a-vis de calitatea lucrului realizat, inclusiv relaționarea între echipe și contribuția fiecărui student.	Se prezintă raportul final de către echipele de studenți. Studenții din echipa N1 își exprimă opiniile proprii față de rezultatele obținute și procesul de colaborare între ei.	Studenții din echipa N2 își exprimă opiniile proprii față de rezultatele obținute și procesul de colaborare între ei.	Studenții din echipa N3 își exprimă opiniile proprii față de rezultatele obținute și procesul de colaborare între ei.

2.4.5. Repere analitice în implementarea conceptului STEM

Obiectivul central a educației STEM, care este o abordare inter/transdisciplinară a învățării conceptelor academice, se referă la stimularea procesului de integrare a cunoștințelor la nivel inter/transdisciplinar din domeniul Științei, Tehnologiei, Ingineriei și Matematicii, având drept scop pregătirea viitorilor specialiști pentru a activa eficient în economia reală.

Unitatea de curs universitară TG, așa cum s-a mai menționat, are o multitudine de aplicații în diverse domenii ale lumii reale: economie, inginerie, fizică, biologie, geografie, rețele solciale, etc.

În acest context activitățile de tip STEM realizate în cadrul lecțiilor de TG presupun din start abordări inter/transdisciplinare.

Astfel, de exemplu, examinând activitățile de tip STEM la rezolvarea „**Problemei determinării drumului de cost minim între localități**”, sunt necesare aplicarea cunoștințelor din: matematică (teoria funcțiilor, algebra, geometrie); informatică (Programarea în Pascal, C/C++); tehnologii (softul MAPLE, Mathematica); inginerie (principiile de funcționare a roboților și dronelor, programarea roboților și dronelor); geografie (amplasarea pe hartă a

localităților, identificarea distanțelor conform hărților existente). Mai detaliat ne vom referi la următoarele aspecte.

1) **Interconexiunile dintre Teoria Grafurilor și alte științe.** Însușirea calitativă a științelor exacte depinde de mai mulți factori. TG ca o ramură a matematicii oferă posibilitatea, prin intermediul conceptului STEM, să fie descoperite și înțelese diverse conexiuni dintre matematică și alte discipline (informatică, tehnologii, inginerie, etc). Implementarea conceptului STEM sporește nivelul de înțelegere a diferitor concepte, noțiuni, algoritmi din TG. În cazul problemei examinate mai sus este vorba de înțelegerea esenței algoritmului Roy-Floyd, care în opinia noastră necesită din partea studenților mai mult efort mental pentru a înțelege.

2) **Modele de cunoaștere.** Implementarea conceptului STEM la studierea Teoriei Grafurilor pune în valoare așa modele de cunoaștere, precum ar fi:

a) modelul matematico-logic de cunoaștere care ține de matematică și informatică (în cazul problemei soluționate se referă la elaborarea modelului matematic și programarea algoritmilor);

b) modelul aplicativ (care în situația examinată se referă la utilizarea tehnologiilor – softul MAPLE și folosirea dronelor prin prisma ingineriei).

Înțelegerea și aplicarea la modul practic al modelelor respective de cunoaștere oferă studenților posibilitatea să soluționeze și alte probleme practice cu un nivel de dificultate mai avansat. Educația STEM presupune realizarea activităților, în medii formale și nonformale, atât în sistemul preuniversitar cât și universitar.

3) **Dezvoltatea abilităților și competențelor.** Educația STEM pune un accent special pentru munca în echipă, comunicare și colaborare. Ceea ce nu poate realiza un singur student, poate realiza echipa. De exemplu, elaborarea și rezolvarea modelului matematic se poate face eficient lucrând în echipă și repartizând judicios responsabilitățile. Examinând acestui proces prin prisma gândirii critice, de către studenți, se pot evita din start erorile de raționament și de calcul matematic. Făcând o sinteză a celor menționate, putem puncta că educația STEM contribuie la dezvoltarea unor abilități și competențe care țin de:

a) *implicare, participare, relaționare și comunicare.*

b) *dezvoltarea gândirii critice.*

c) *încurajează inițiativa și motivația.*

d) *stimulează munca în echipă.*

4) **Recomandări metodice privind procesul de studiere a grafurilor.** Subiectele centrale care țin de TG au un grad de complexitate destul de avansat. Mai jos ne vom referi, în

mod special, la studierea algoritmilor Dijkstra și Roy-Floyd. Recomandările metodice punctate aici pot fi, în mare parte, extrapolate și pentru celelalte subiecte.

Luând în considerare complexitatea temei se recomandă, în primul rând, că algoritmi Dijkstra și Roy-Floyd să fie explicați și demonstrați teoretic, clarificând toate detaliile, și doar ulterior să fie aplicați la soluționarea problemelor concrete, care presupune elaborarea modelului matematic și efectuarea calculelor matematice, în conformitate cu etapele descrise. Trebuie exclusă abordarea „*vă rog să credeți în justetea algoritmului respectiv*”. Corectitudinea algoritmului se demonstrează matematic.

După aceasta poate fi formulată o problemă practică, unde se cere de determinat drumul minim de la nodul sursă până la orice alt nod al grafului examinat, ori drumul minim între oricare două noduri ale grafului. Din această perspectivă studenții, trebuie întâi de toate să poată alcătui corect modelul matematic (matricea ponderilor) și ulterior să poată aplica algoritmi respectivi prin prisma următoarelor abordări didactice:

1) **Implementarea manuală a algoritmului.** În acest sens, în cazul exemplului examinat, se completează tabelul (D,S,T) și sunt realizate etapele după algoritmul Dijkstra, ori se efectuează pașii corespunzători conform algoritmului Roy-Floyd. Studenții, în cooperare cu profesorul, clarifică fiecare etapă de implementare a algoritmului pentru a înțelege procedeele de parcurgere a fiecărui pas. Obținând soluțiile problemei este necesar de analizat și de verificat rezultatele obținute. Cum pot fi verificate soluțiile obținute? Care sunt instrumentele în acest sens?

2) **Verificarea rezultatelor obținute prin intermediul softului MAPLE.**

O definiție a softului respectiv poate fi găsită în (<https://www.maplesoft.com/products/maple/>) [156]:

„MAPLE este un software de matematică care combină cel mai puternic motor de matematică din lume cu o interfață care face extrem de ușor analizarea, explorarea, vizualizarea și rezolvarea problemelor matematice”.

După cum am mai menționat softul MAPLE dispune de un pachet puternic și eficient de algoritmi la compartimentul „**GraphTheory**”. Tehnologiile respective permit soluționarea celor mai complicate probleme care se referă la TG.

Faptul că în prezent, în cazul țării noastre, softurile specializate nu se aplică (ori se aplică prea puțin) în procesul de predare a Teoriei Grafurilor considerăm că este o problemă. Studenții care au abilitățile necesare privind operarea cu tehnologiile respective, se află la un nivel superior de cunoaștere comparativ cu semenii lor care nu cunosc ori nu aplică softurile respective.

Este necesar de menționat faptul că softul MAPLE nu se utilizează numai în procesul didactic, dar se aplică cu succes și de către inginerii din diverse domenii, care au de rezolvat probleme practice generate din viața reală. Erorile în acest context sunt complet inadmisibile. Din această perspectivă, studenții, prin intermediul softului MAPLE, pot verifica și analiza corectitudinea rezultatelor obținute.

Rezultatul obținut prin implementarea tehnologiilor, va confirma ori infirma, justetea rezultatelor primite la aplicarea manuală a algoritmilor. După ce studenții se conving de faptul că rezultatele sunt corecte, recomandăm să se treacă la etapa elaborării unui program Dijkstra și Roy-Floyd.

3) Elaborarea unui program într-un limbaj de programare Pascal / C++.

În acest conetxt programarea algoritmilor privind implementarea algoritmilor Dijkstra și Roy-Floyd este o etapă esențială în fundamentarea cunoștințelor teoretice și practice. Programarea algoritmilor respectivi reprezintă un act creativ, complicat din punct de vedere al eforturilor mentale, deoarece necesită din partea studenților atât pregătire teoretică în TG cât și o bază solidă în fundamentele programării. Astfel, studenții, fiind ghidați de profesori, luând în considerare etapele parcurse anterior, alcătuiesc programele respective, care fiind lansate în execuție vor livra aceleași rezultate.

4) Abordări metodologice din perspectiva STEM

Studenții reușesc în linii mari să realizeze cu succes activitățile STEM la TG. Totodată, credem noi, este necesar de menționat că la implementarea etapelor menționate studenții întâmpină dificultăți atât în procesul de elaborare a modelului matematic și efectuarea calculelor matematice cât și la programarea algoritmilor. Aceste probeleme se datorează și faptului că majoritatea studenților sunt foști absolvenți ai liceelor de la profilul umanist și mai puțini de la profilul real. Diferența de curricula la disciplinele respective își spune cuvântul. Toate aceste tendințe influențează mai puțin benefic studierea anumitor compartimente din TG, inclusiv la realizarea activităților STEM. Dar, lucrând în această direcție, studenților li se cultivă abilități, deprinderi și competențe privind elaborarea și rezolvarea modelelor matematice.

Rezolvarea unor probleme în context STEM, stabilesc conexiuni durabile între acest tip de probleme și conceptele, noțiunile utilizate din Știință (Teoria Grafurilor), Tehnologie (Maple, tehnologii internet), Inginerie (drone, roboți) și Matematică (teoria funcțiilor, matricelor, etc). Astfel, studenții descoperă cum sunt legate, integrate între ele diferite idei și concepte în raport cu problema studiată. Prin urmare, ei obțin cunoștințe noi care pot fi aplicate la rezolvarea unor probleme noi, în situații noi. În așa mod, prin intermediul unor activități în cheia STEM se modelează și se consolidează noi concepte, deci sunt generate și cunoștințe noi.

Tabelul 2.4. Aplicații STEM: Problema Fluxului Maxim în Rețea

Denumirea	Explicații
Problema	Determinarea fluxului maxim în rețea. Calcularea lățimii de bandă
Domenii de aplicare	Probleme de flux maxim apar în multe domenii, precum: – Transport auto, fluvial, trenuri; – Transport gaze, lichide, curent; – Rețele de curent; – Cercetări operaționale.
(S) Științe	
– Teoria Grafurilor; – Fizică, Mecanica fluidelor și a gazelor; – Transportul și distribuția curentului electric; – Cercetări operaționale CO).	– Rețelele se vor modela ca un graf orientat. Pentru soluținarea problemei se aplică Algoritmul Ford-Fulkerson; – Concepte, noțiuni: drumul, distanța, capacitatea, viteza, ponderea, lățimea de bandă; – Examinează probleme de optimizare rezultate din modelarea matematică a unor procese din domeniul economic și științifico-tehnic etc.
(T) Tehnologii	– Software MAPLE; – Platforme educaționale Moodle / Classroom; – Limbaje de programare (Pascal, C/C++, Java, Python); – Tabla interactivă; – Platforme internet.
(E) Engenering	– curgerea lichidelor; – linii de asamblare; – transportul curentului; – rețele de curent electric; – cercetări operaționale etc.
(M) Matematică	– Modelarea matematică a problemei; – Concepte utilizate: tăietura (cut) în graful G; muchia (x, y) traversează tăietura (crossedge); s-t tăietura (s-t cut); s-t tăietura minimă (minimum s-t cut) tăietură minimă.

Pentru a testa opiniile studenților vis-a-vis implementarea activității/proiecte STEM la studierea Teoriei Grafurilor din perspectiva conceptului de învățare interactiv-tehnologizată a fost desfășurat un chestionar. Răspunsurile complete sunt în Anexa 3. Mai jos vom evidenția unele din răspunsuri.

Tabelul 2.5. Opiniile studenților privind activități/proiecte STEM la studierea Teoriei Grafurilor din perspectiva conceptului de învățare interactiv-tehnologizată

Nr. d/o	Afirmație	Total dezacord	Dezacord	Neutru	De acord	Complet de acord
1.	Știu să învăț eficient prin intermediul Tehnologiilor Informaționale și de internet.	0%	0%	0%	100%	0%

2.	Activitatea îmi permite personal să încurajez cooperarea și intercomunicarea între studenți	0%	0%	20%	60%	20%
3.	Folosesc dovezile existente pentru a evalua rezultatele obținute.	0%	0%	10%	80%	10%
4.	Profîit de oportunitățile de învățare care îmi sunt disponibile prin intermediul Tehnologiilor informaționale, inclusiv MAPLE.	0%	0%	10%	70%	20%
5.	Lucrez eficient în grupuri mici.	0%	10%	10%	60%	20%
6.	În munca de grup, respect alte puncte de vedere.	0%	0%	0%	80%	20%

Din Tabelul 2.4. se observă că nici un student nu a ales opțiunea total dezacord indiferent de afirmație. Ceea ce este îmbucurător din această perspectivă. Doar 10% din studenți consideră că în grupuri mici nu se lucrează eficient și 10% sunt pe poziție neutră. În schimb 60 % sunt de acord iar 20% sunt complet de acord cu această afirmație.

5) Avantajele abordării metodologiei STEM la studierea Teoriei Grafurilor.

Pentru a evidenția avantajele implementării conceptului STEM, scoatem în evidență diferența dintre procesul de studiere a Teoriei Grafurilor în mod tradițional și studierea Teoriei Grafurilor din perspectiva STEM.

Tabelul 2.6. Studiul Teoriei Grafurilor: Abordare Tradițională vs. Abordare STEM

Studiarea Teoriei Grafurilor în mod tradițional	Studiarea Teoriei Grafurilor din perspectiva STEM
– Profesorul transmite cunoștințele și mai puțină atenție acordă integrării lor într-un context inter/transdisciplinar; – Nu sunt utilizate tehnologiile de ultimă oră (Softul MAPLE, MATHEMATICA, etc) în procesul de studiere a Teoriei Grafurilor; – Nu se face întotdeauna conexiune dintre cunoștințe și probleme din lumea reală; Problemele sunt examinate mai mult din perspectivă monodisciplinară; – Se pune mai mult accentul pe lucrul individual și mai puțin pe munca în echipă; – Mai puțină atenție se atrage la dezvoltarea competențelor în domeniul științei, tehnologiei, ingineriei și matematicii.	– Profesorul sistematizează informațiile și tinde să le integreze în context inter/pluri/multi/transdisciplinar; – Sunt implementate pe larg tehnologiile informaționale și de internet (Softul MAPLE, MATHEMATICA, etc) în procesul de studiere a Teoriei Grafurilor; – Sunt organizate activități de tip STEM și sunt desfășurate de către studenți proiecte STEM; – Problemele propuse pentru soluționare au legătură directă cu viața reală și sunt examinate inter/transdisciplinar; – Încurajează munca în echipă a studenților și a relaționării eficiente între ei; – Se promovează dezvoltarea competențelor în domeniul științei, tehnologiei, ingineriei și matematicii.

Astfel, în urma experimentului desfășurat, urmând abordările didactice descrise mai sus, s-a demonstrat că capacitatea de înțelegere și asimilare a materialului prezentat este cu mult mai profundă aplicând metodologia STEM și implementarea tehnologiilor, comparativ cu metodele tradiționale utilizate.

2.5. Recomandări didactice privind implementare modelului pedagogic

Modelul de implementare se referă la infrastructura tehnologică și strategiile specifice utilizate pentru a implementa și a rula modelul pedagogic. Acesta include aspecte cum ar fi software specializat Maple, limbajele de programare utilizate (Pascalm C++), platforme interactive specifice cursului TG, instrumente digitale, platforme de învățare online (Classroom, Moodle) și altele. Modelul de implementare reprezintă implementarea concretă a modelului pedagogic, aplicată în practică.

Pentru implementarea modelului pedagogic MPINTI TG, sunt luate în considerare următoarele aspecte:

Definirea obiectivelor: Primul pas în implementarea unui model pedagogic este să se definească obiectivele clar și concis. Pentru cursul „TG”, a fost elaborat curriculum disciplinar cu obiective ce se referă la înțelegerea conceptelor fundamentale, identificarea și aplicarea algoritmilor specifici, explorarea proprietăților grafurilor sau rezolvarea problemelor practice și implementarea tehnologiilor informaționale.

Seleționarea conținutului și structurarea: Este important să se identifice și să se selecționeze conținutul relevant pentru studiul „Teoriei grafurilor”. Acesta include următoarele concepte precum noțiuni generale: grafuri (neorientate, orientate), noduri/vârfuri, muchii/arce, lanțuri/cicli/drumuri, grade, conectivitate, arbori, algoritmi de parcurgere a grafurilor, precum DFS (parcurgerea în adâncime), BFS (parcurgerea în lățime) [182], algoritmi pentru determinarea drumurilor minime (algoritmii lui Dijkstra și Roy-Floyd) [180, 181], algoritmi pentru determinarea arborelui de cost minim într-un graf (algoritmii lui Kruskal și Prim) [183, 184, 185], algoritmul construcției vectorul MaxHeap[186], algoritmul de sortarea unui vector Heapsort[187], algoritmul Ford-Fulkerson[188] și exemple practice de aplicare. Conținuturile sunt structurate într-un mod coerent, astfel încât să ofere o progresie logică și să faciliteze înțelegerea treptată a cursului.

Alegerea metodelor de predare: În funcție de nevoile și preferințele studenților, au fost selectate/îmbunătățite diverse metode de predare, cum ar fi: prezentări teoretice, demonstrații interactive, exerciții practice, studii de caz, simulări și rezolvare de exerciții și probleme.

Metodele de predare sunt adaptate pentru a spori înțelegerea conceptelor și pentru a încuraja participarea activă și implicarea studenților în cadrul lecțiilor.

Implementarea interactivității: Pentru a îmbunătăți experiența de învățare, se poate integra interactivitatea în modelul pedagogic. Acest lucru poate fi realizat prin dezvoltarea sau utilizarea unei platforme online sau a unei aplicații interactive care permite utilizatorilor să experimenteze și să interacționeze cu grafuri, să rezolve probleme și să obțină feedback imediat. Interactivitatea poate încuraja implicarea activă și poate consolida înțelegerea conceptelor. În cadrul cursului „TG” a fost implementată aplicația-soft Maple [157-159] – un sistem multifuncțional, care include o bibliotecă separată destinată studierii Teoriei grafurilor cu posibilitatea de construire/generare a diferitor tipuri de grafuri, de verificare a diferitor proprietăți ale grafurilor, utilizare a diferitor algoritmi în studiu și altele. În cadrul orelor atât teoretice cât și practice a fost utilizată platforma educațională online cu elemente interactive - campion.edu.com/Teoria_grafurilor, pentru înțelegerea mai eficientă de către studenți a noțiunilor, conceptelor și algoritmilor de bază. De asemenea, utilizarea limbajelor de programare în studierea Teoriei grafurilor oferă oportunități excelente pentru a înțelege și aplica conceptele teoretice într-un mod practic și interactiv. Iată câteva modalități în care limbajele de programare pot fi folosite în acest context:

- Implementarea structurilor de date grafice: limbajele de programare pot fi utilizate pentru a crea și manipula structuri de date grafice, cum ar fi grafuri orientate sau neorientate, vârfuri și muchii. Aceasta permite studenților să experimenteze cu crearea, modificarea și vizualizarea grafurilor, consolidând astfel înțelegerea conceptelor de bază;

- Implementarea algoritmilor grafurilor: Limbajele de programare facilitează implementarea și testarea algoritmilor specifici Teoriei grafurilor, cum ar fi algoritmul lui Dijkstra pentru determinarea celui mai scurt drum, algoritmul lui Prim pentru arborele de acoperire minim sau algoritmul lui Ford-Fulkerson pentru fluxurile în rețele. Prin implementarea acestor algoritmi, studenții pot observa și înțelege pas cu pas procesul de rezolvare a problemelor specifice grafurilor;

- Analiza și vizualizarea grafurilor: Limbajele de programare oferă biblioteci și unelte pentru analiza și vizualizarea grafurilor. Acestea permit studenților să exploreze proprietățile grafurilor, cum ar fi gradul vârfurilor, conectivitatea, ciclurile sau componentele conexe. De asemenea, pot crea reprezentări vizuale ale grafurilor, care ajută la înțelegerea mai clară a structurii și relațiilor acestora;

- Dezvoltarea aplicațiilor interactive: Utilizarea limbajelor de programare permite dezvoltarea de aplicații interactive care implică grafuri. Aceste aplicații pot oferi studenților o

modalitate captivantă de a explora și interacționa cu conceptele și algoritmi grafurilor. Prin intermediul interfeței utilizatorului și a funcționalităților interactive, studenții pot rezolva probleme practice, parcurge grafuri și pot observa rezultatele în timp real;

– Simularea și experimentarea: Limbajele de programare facilitează simularea și experimentarea cu diferite scenarii și setări în studierea Teoriei grafurilor. Aceasta permite studenților să exploreze impactul modificărilor aduse grafurilor sau algoritmilor asupra rezultatelor obținute. De asemenea, pot testa și valida conceptele teoretice prin intermediul experimentelor practice.

Utilizarea limbajelor de programare și platformele online în studierea Teoriei grafurilor aduce avantaje practice și interactivitate, permițând studenților să exploreze și să experimenteze cu conceptele și algoritmi grafurilor într-un mod mai concret și eficient.

Sistemul de evaluare: Un model pedagogic trebuie să includă și un sistem de evaluare pentru a evalua progresul și nivelul de înțelegere a studenților. Acesta constă în teste și întrebări de evaluare, rezolvarea de probleme practice, participarea la discuții și alte modalități de evaluare. Evaluarea este aliniată cu obiectivele modelului pedagogic și oferă feedback constructiv și orientare pentru îmbunătățire.

Feedback și evaluare: Colectarea feedback-ului de la studenți este esențială pentru a evalua eficacitatea și relevanța modelului pedagogic. Feedback-ul poate fi obținut prin intermediul sondajelor, interviurilor sau sesiunilor de discuții. Această informație poate oferi indicii despre ce funcționează bine în modelul pedagogic și ce ar putea fi îmbunătățit.

Analiza rezultatelor: Monitorizarea performanței studenților și analiza rezultatelor obținute în urma implementării modelului pedagogic ajută la identificarea punctelor forte și a dificultăților întâmpinate. Această analiză oferă indicii despre aspectele care necesită îmbunătățiri sau ajustări.

Actualizarea și îmbunătățirea continuă: Un model pedagogic de implementare a noilor tehnologii informaționale în procesul de studiere a disciplinei universitare *TG* ar trebui să fie flexibil și deschis la actualizări și îmbunătățire continuă: îmbunătățiri constante, pentru a se adapta nevoilor și evoluțiilor în domeniu. Aceasta include actualizarea materialelor de învățare, adăugarea de exemple practice noi și dezvoltarea de noi metode și resurse interactive. De asemenea, este important să se țină cont de feedback-ul utilizatorilor și să se încurajeze colaborarea cu comunitatea educațională și cercetătorii din domeniu pentru a menține modelul pedagogic actualizat și relevanța într-un mediu în continuă schimbare. Prin actualizare și îmbunătățire continuă, modelul pedagogic poate oferi studenților o experiență de învățare optimizată și relevantă în contextul Teoriei grafurilor.

Integrarea noilor tehnologii: Evoluția tehnologiei oferă oportunități pentru a îmbunătăți modelul de implementare. Integrarea noilor tehnologii, cum ar fi software, limbaje și medii de programare, realitatea virtuală, simulările interactive sau instrumentele de analiză vizuală a grafurilor, sporește interactivitatea și angajamentul studenților, facilitând astfel înțelegerea și aplicarea conceptelor din TG.

Colaborarea și parteneriatele: Lucrul în colaborare cu alți profesori, cercetători și instituții este benefic pentru împărtășirea resurselor, a experiențelor și a celor mai bune practici. Parteneriatele contribuie la dezvoltarea și actualizarea continuă a modelului pedagogic și facilitează accesul la resursele suplimentare și expertiza specializată.

Training și dezvoltare profesională: Asigurarea dezvoltării continue a profesorilor și a celor implicați în implementarea modelului pedagogic este crucială pentru a asigura o calitate ridicată a educației. Oferirea de training, workshop-uri și resurse de învățare continuă în domeniul Teoriei grafurilor și al metodelor pedagogice relevante consolidează competențele și abilitățile profesorilor.

2.6. Concluzii la capitolul 2

Inovarea în domeniul TIC devine o forță motrice a schimbărilor socio-economice, inclusiv determină regândirea paradigmei educaționale. Dezvoltarea tehnologiilor informaționale și comunicaționale este vitală pentru competitivitatea Republicii Moldova în cadrul unei economii care într-un ritm rapid devine tot mai digitalizată. În acest sens a fost cercetat procesul de eficientizare a calității studierii Teoriei Grafurilor din perspectiva tehnologiilor informaționale și internet în cadrul formării profesionale a studenților, viitori specialiști în domeniile STEM.

Din această perspectivă a cercetării pot fi menționate următoarele rezultate:

1) A fost analizată și demonstrată necesitatea studierii și integrării eficiente a tehnologiilor informaționale și de internet (softurilor matematice MAPLE, Matematica, platformelor on line specializate etc.), în învățarea unității de curs Teoriei Grafurilor din perspectiva educației STEM.

2) A fost proiectat Modelul pedagogic de valorificare a unei metodologii de implementare a tehnologii informaționale și internet în procesul de studiere a unității de curs *Teoria grafurilor*. În acest sens, în baza modelului elaborat, a fost propusă redefinirea și modernizarea curriculumului, elaborarea materialelor instructiv-educative, din perspectiva aplicării TIC și valorificării conceptului STEM.

3) A fost elaborată și fundamentată metodologia de valorificare a tehnologiilor informaționale și internet în procesul de studiere a unității de curs *TG din perspectiva conceptului STEM*, facilitând în felul acesta sporirea nivelului de înțelegere a materialului și creșterea gradului de implicare a studenților în demersul didactic.

4) A fost perfecționată metodologia elaborării Hărții Tehnologice de implementare a unui proiect STEM la TG, încurajând astfel munca în echipă a studenților, stimulând relaționarea eficientă între ei și examinând din perspectivă inter/transdisciplinară soluționarea problemelor practice.

5) A fost proiectat și lansat conceptul de învățare interactiv-tehnologizată. Aplicarea conceptului de învățare interactiv-tehnologizată propus are un impact semnificativ asupra procesului de studiere a Teoriei Grafurilor prin intermediul tehnologiilor, inclusiv a softului MAPLE și a platformelor internet. Conceptul respectiv se implementează în raport cu interacțiunile de tipul student-student, student-echipă, student-profesor, student-tehnologie, student-materia de studiu prin prisma tehnologiilor informaționale și contribuie la eficientizarea eforturilor de echipă și colaborării dintre echipe.

În scopul validării rezultatelor înregistrate și a rezolvării complete a problemei de cercetare privind creșterea nivelului de înțelegere a materiei la studierea unității de curs TG, prin integrarea calitativă a tehnologiilor informaționale și internet, în următorul capitol va fi examinat procesul de desfășurare a experimentului pedagogic.

3. VALIDAREA EXPERIMENTALĂ A EFICIENȚEI MODELULUI ELABORAT

3.1 Descrierea experimentului pedagogic

Descrierea experimentului pedagogic prezintă detaliile implementării modelului pedagogic MPINTI TG și metodologiei elaborate pentru studierea disciplinei „TG” cu ajutorul noilor tehnologii informaționale. În lucrările [84, 85] au fost examinate următoarele noțiuni și concepte: experiment pedagogic, eșantion, aplicarea metodelor statistice, etc.

În conformitate cu [200, p. 112] prin **experiment pedagogic** vom înțelege „o modalitate de cercetare prin provocarea intenționată a fenomenelor psihopedagogice. Experimentul aduce, în primul rând, o modalitate nouă în contextul obișnuit al activității; el produce, creează o experiență pedagogică inedită. În al doilea rând, experimentul presupune un cadru precis de comparație: clase sau grupe de experiență, respectiv de control, apoi stăpânirea precisă a datelor de start, precum și evaluarea cu mijloace precise a rezultatelor obținute în final.”

Prin experiment pedagogic, pedagogia modernă a învățământului superior înțelege o metodă de cercetare, care este utilizată pentru a determina eficacitatea utilizării metodelor și mijloacelor individuale de predare și educație.

În scopul sublinierii aspectelor privind promovarea sistemului computerizat de instruire în procesul educațional ca resursă pentru activitățile de predare/învățare și utilizarea acestuia în diferite condiții, precum și verificarea impactului aplicării metodologiei propuse, în contextul cercetării autorului, a fost organizat și realizat un experiment pedagogic în cadrul unității de curs „TG”.

TG are o mare importanță practică, deoarece prin intermediul algoritmilor și metodelor din teoria respectivă sunt soluționate o serie de probleme care țin de transport, turism, economie, logistică, fizică, biologie, chimie, etc. Luând în considerație provocările tehnologice din ultima perioadă, evident, este necesar să se schimbe accentele și paradigmele privind studierea Teoriei Grafurilor în instituțiile superioare de învățământ.

În mod tradițional unitatea de curs TG predată, în mod special, în universitățile cu profil pedagogic, se studiază cu utilizarea unui număr restrâns de instrumente didactice și cu implementarea limitată a tehnologiilor informaționale moderne în procesul de predare-învățare-evaluare. Eficiența procesului de predare-învățare-evaluare poate să crească continuu, doar introducând și perfecționând noi instrumente didactice, în conexiune strânsă cu implementarea noilor tehnologii informaționale.

Cum a fost organizat experimentul pedagogic? Cercetătorul C. Dumitriu în lucrarea „Introducere în cercetarea psihopedagogică” menționează că, „*experimentul reprezintă cea mai importantă metodă de cercetare, deoarece furnizează date precise și obiective*” [201, p. 38]. În cercetarea dată a fost organizat experimentul pedagogic, pornind de la experimentul de constatare, scopul principal al căruia a fost determinarea nivelului de familiarizare a studenților cu principalele competențe din domeniul matematicii și fundamentelor de programare. Experimentul s-a desfășurat prin tehnica eșantioanelor paralele (grup experimental (GE) și de control (GC)). Conform [202, p. 148] **eșantionul** reprezintă „o submulțime a populației statistice avute în vedere”. În lucrarea noastră eșantioanele instruite prin aplicarea modelului pedagogic MPINTI TG elaborat vor fi denumite *eșantion experimental*, iar cele instruite în mod tradițional vor fi denumite *eșantion de control*.

Mai jos, vom descrie variabilele experimentului pedagogic.

I1: Variabila independentă „materia de studiu TG”.

Variabila respectivă presupune că studenții din eșantionul experimental și cei din eșantionul de control au studiat după: același curriculum, același material de studiu la TG.

I2: Variabila independentă „infrastructură instructiv-educativă”.

Variabila presupune că studenții din eșantionul experimental și cei din eșantionul de control: sunt de la aceeași specialitate (informatică și matematică informatică); au același număr de ore la prelegeri și laboratoare; evaluarea studenților din ambele grupuri a fost efectuată la fel, după aceleași teste (formativă, curentă, sumativă); în procesul de studii au fost utilizate în linii mari aceeași infrastructură și echipament (calculatoare, internet, imprimante, etc);

F1: Variabila factor „metodologia implementării tehnologiilor informaționale”.

Variabila factor examinată denotă că studiile pentru studenții din eșantionul experimental se desfășoară în conformitate cu același curriculum la TG dar, totodată, un aspect distinct, pe care se pune un accent special, se referă la implementarea metodologiei utilizării tehnologiilor informaționale și de internet (MAPLE, platforme internet) din perspectiva STEM, în procesul didactic proiectat în corespundere cu modelul pedagogic elaborat MPINTI TG.

D1: Variabila dependentă ”Rezultatele formării”.

Variabila respectivă evaluează rezultatele de control și permite efectuarea unei analize comparative a rezultatelor obținute la aceleași teste de către studenții din eșantionul experimental pe de o parte și cei din eșantionul de control pe de altă parte.

Eșantionului experimental de studenți i s-au aplicat variabilele: I1, I2 și F1.

Eșantionului de control i-au fost aplicate variabilele: I1, I2. Pe parcursul desfășurării experimentului a fost măsurată variabila dependentă D1 (evaluarea comparativă a rezultatelor) din perspectiva influenței grupului de variabile (I1, I2 și F1) asupra GE comparativ cu influența grupului de variabile (I1, I2) asupra GC.

Experimentul pedagogic a fost realizat cu studenții din anul I, specialitatea Informatică, Informatică și Matematică, Matematică și Informatică, din Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă” și Universitatea de Stat din Tiraspol pe parcursul anilor de studii 2016-2017; 2017-2018; 2018-2019; 2019-2020 în care au participat 85 studenți (UST) și respectiv 96 studenți (UPSC) (Tabelul 3.1).

Cu studenții din eșantionul de control procesul didactic au fost desfășurat conform metodelor tradiționale, iar în eșantionul experimental pe parcursul procesului didactic au fost introduse metode și tehnologii de predare noi cu implementarea noilor tehnologii informaționale și internet care facilitează înțelegerea și însușirea materialului predat.

Tabelul 3.1. Studenții implicați în experimentul pedagogic

Anul de studii	Forma de studii	Nr. de studenți			
		UPSC (GE)		UST(GC)	
		Inf/MatInf	Total	Inf/MatInf	Total
2016 – 2017	zi	18 / 11	29	18 / 8	26
2017 - 2018	zi	18 / 9	27	11 / 8	19
2018 - 2019	zi	11 / 14	25	7 / 9	16
2019 – 2020	zi	15	15	13 / 11	24
Total			96		85

Experimentul de constatare s-a desfășurat cu scopul de a examina abordările contemporane ale predării TG pentru viitorii specialiști din domeniile STEM, de a determina și preciza conceptele didactice eficiente în studierea TG. Obiectivul principal al etapei de constatare a experimentului s-a referit la determinarea nivelului de cunoștințe, competențe și abilități ale studenților la începutul perioadei de cercetare și a structurii valorice a grupelor testate. În acest scop, a fost determinat nivelul de competențe al studenților participanți la experiment în baza mediei aritmetice a notelor la disciplinele fundamentale studiate până a începe studierea disciplinei „TG”.

Tot în cadrul etapei de constatare au fost examinate starea situației în țară și peste hotare (România, Germania, SUA și Federația Rusă) privind predarea unității de curs „TG”, au fost analizate cercetările efectuate în domeniu, studiată literatura și scoase în evidență contradicțiile dintre cerințele practicii și posibilitățile teoriei. Totodată a fost formulată problema de cercetare și precizat scopul cercetării.

Selecția eșantioanelor a fost efectuată la începutul celui de-al doilea semestrul pentru anii 2016-2017, 2017-2018, 2018-2019, 2019-2020 de studii în baza notelor la disciplinele fundamentale studiate în primul semestrul: „Bazele programării/Fundamentele programării”, „Algebra/Mulțimi și structuri algebrice”, „Geometria analitică” și „Sisteme de operare”. Apoi, a fost calculată media pe eșantion. Notele medii la disciplinele enumerate a servit în calitate de caracteristică principală a gradului de însușire a cunoștințelor și a capacității de a opera cu ele, adică a nivelului de competențe a studenților. Rezultatele sunt reflectate în prezenta lucrare în Anexa 6. După determinarea mediei finale s-a constatat, că ambele eșantioane posedă aproximativ același nivel de cunoștințe, diferența fiind nesemnificativă. Rezultatele pe grupe, la etapa de constatare, sunt prezentate în Figura 3.1.

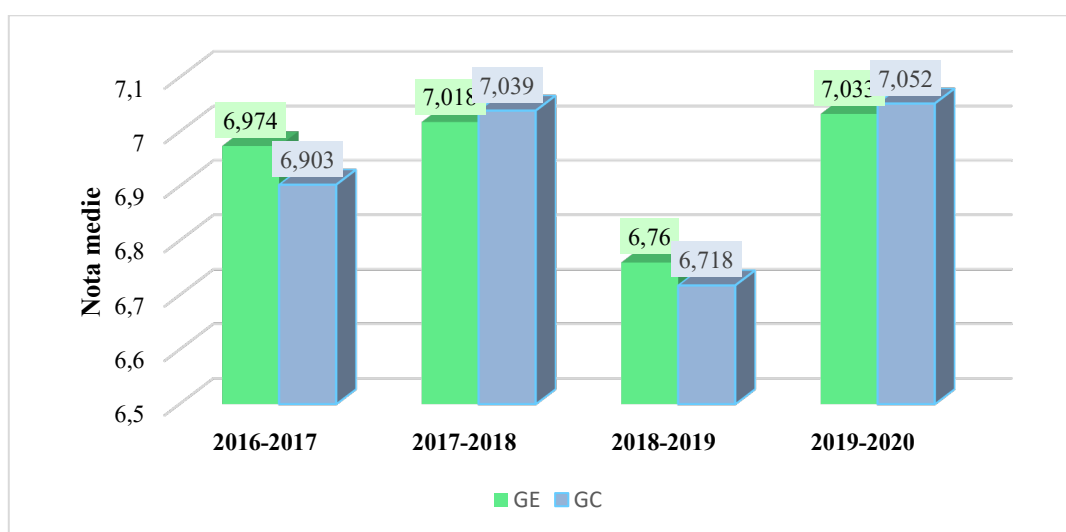


Figura 3.1. Notele medii acumulate de grupe la nivelul inițial

În continuare s-a verificat, dacă nu există diferențe semnificative dintre cele două eșantioane: experimental și de control. Prelucrarea statistică datelor primite a fost realizată prin intermediul aplicației SPSS.

În scopul testării datelor obținute s-au folosit două teste: (a) testul parametric t [202, p. 214-216] și (b) testul neparametric (U) Mann-Whitney [205, p. 192-197].

„Testul t oferă verificarea existenței de diferite semnificative între două grupuri comparate, în ceea ce privește mediile variabilei dependente analizate (în cazul nostru variabila dependentă reprezintă nota medie calculată după primul semestru, iar variabila independentă – eșantionul)” [48, p. 101].

Mai întâi, aplicăm testul dat pentru studenții care au participat la experiment în anul de studii 2016-2017. Obținem:

Tabelul 3.2. Statistica grupelor 2016-2017

	Eșantion	N	Media	Deviația	Eroarea standard a mediei
Nota_medie	1	29	6,9741	1,09043	,20249
	2	26	6,9038	,97231	,19069

În Tabelul 3.2, prin N am notat numărul de studenți. Prin 1 s-a indicat eșantionul experimental a cărui medie 6,9741, după cum se vede, este mai mare față de 6,9038 pentru eșantionul de control notat prin 2.

În Tabelul 3.3, pentru eșantioane independente 2016-2017, se obțin rezultatele în baza testului Levene, unde $F(53) = 0,279$; $p = 0,599$. Valoarea F fiind mai mare comparativ cu 0,05 este nesemnificativă, respectându-se, astfel, omogenitatea varianțelor.

Prin urmare vom indica rezultatele pentru testul t din primul rând, unde *se presupun varianțe egale*. Determinăm că $t(53) = 0,251$ și $p = 0,803 \geq 0,05$. În așa mod obținem că nu există diferențe semnificative între medii.

În Tabelul 3.3 observăm că diferența dintre medii este 0,07029. Intervalul de încredere cu probabilitate de 95% acoperă această diferență. Deoarece intervalul acesta conține și valoarea 0, atunci se demonstrează că diferența dintre medii este nesemnificativă.

Tabelul 3.3. Testul pentru eșantioane independente 2016-2017

		Testul Levene de omogenitate a varianțelor		Testul T de omogenitate a mediilor						
		F	Sig.	t	df.	Sig. (2-tailed)	Diferențe dintre medii	Eroarea standard a diferenței	95% intervalul de încredere pentru diferență	
									De jos	De sus
Nota_medie	Se presupun varianțe egale	,279	,599	,251	53	,803	,07029	,27991	-,49114	,63172
	Nu se presupun varianțe egale			,253	52,999	,801	,07029	,27814	-,48759	,62817

La fel procedăm și cu datele din anii de studii 2017-2018, 2018-2019 și 2019-2020, menținând aceleași notații (1 – eșantionul experimental, 2 – eșantionul de control). Rezultatele obținute sunt prezentate în Anexa 7.

În continuare vom aplica și testul (U) Mann-Whitney, pentru confirmarea rezultatelor obținute mai sus. Condițiile necesare pentru aplicarea testului (U) Mann-Whitney [204, p. 128] sunt următoarele:

- 1) grupele sunt independente – fiecare subiect face parte doar dintr-un singur grup;

2) variabila dependentă este cel puțin ordinală (putând fi măsurată pe scale de intervale sau proporții).

În tabelul 3.4, sesizăm că media rangurilor din grupul experimental nu depășește pe cea a grupului de control.

Tabelul 3.4. Ranguri 2016-2017

	Eșantion	N	Media rangurilor	Suma rangurilor
Nota_medie	1	29	28,45	825,00
	2	26	27,50	715,00
	Total	55		

În tabelul 3.5. Teste statistice 2016-2017, se indică valorile testelor U Mann-Whitney, W Wilcoxon, transformarea valorii U în scor Z și pragul de semnificație asociat. Deoarece $Z = -0,221$, iar $p = 0,825 \geq 0,05$, atunci nu există diferențe semnificative între cele două grupuri în ceea ce privește nota medie acumulată după primul semestrul.

Tabelul 3.5. Teste statistice 2016-2017

	Nota medie
U Mann-Whitney	364,000
W Wilcoxon	715,000
Z	-,221
Asymp. Sig. (2-tailed)	,825

În continuare sunt reprezentate rezultatele aplicării testului U Mann-Whitney pentru anul de studii 2017-2018 în tabelele 3.6 și 3.7.

Tabelul 3.6. Ranguri 2017-2018

	Eșantion	N	Media rangurilor	Suma rangurilor
Nota_medie	1	27	23,13	624,50
	2	19	24,03	456,50
	Total	46		

Tabelul 3.7. Teste statistice 2017-2018

	Nota_medie
U Mann-Whitney	246,500
W Wilcoxon	624,500
Z	-,225
Asymp. Sig. (2-tailed)	,822

Observăm că și în acest caz media rangurilor din Grupul experimental nu o întrece pe cea a Grupului de control, unde $Z = -0,225$, iar $p = 0,822 \geq 0,05$. Acest fapt denotă că nu există diferențe semnificative între grupurile examinate din perspectiva notelor medii obținute după semestrul I.

Mai jos prezentăm rezultatele testului U Mann-Whitn pentru anul de studii 2018-2019 în tabelele 3.8 și 3.9.

Tabelul 3.8. Ranguri 2018-2019

	Eșantion	N	Media rangurilor	Suma rangurilor
Nota_medie	1	25	20,84	521,00
	2	16	21,25	340,00
	Total	41		

Tabelul 3.9. Teste statistice 2018-2019

	Nota_medie
U Mann-Whitney	196,000
W Wilcoxon	521,000
Z	-,108
Asymp. Sig. (2-tailed)	,914

Observăm că și în acest caz media rangurilor din Grupul experimental nu depășește pe cea a Grupului de control, unde $Z = -0,108$, iar $p = 0,914 \geq 0,05$.

Acesta arată că nu există diferențe semnificative între GE și GC referitor la notele medii acumulate după semestrul 1.

În continuare prezentăm rezultatele testului U Mann-Whitney utilizat pentru anul de studii 2019-2020 în tabelele 3.10 și 3.11.

Tabelul 3.10. Ranguri 2019-2020

	Eșantion	N	Media rangurilor	Suma rangurilor
Nota_medie	1	15	19,67	295,00
	2	24	20,21	485,00
	Total	39		

Tabelul 3.11. Teste statistice 2019-2020

	Nota_medie
U Mann-Whitney	175,000
W Wilcoxon	295,000
Z	-1,146
Asymp. Sig. (2-tailed)	,884

Sesizăm că în situația respectivă media rangurilor din grupul experimental nu depășește pe cea a grupului de control, unde $Z = -1,146$, iar $p = 0,884 \geq 0,05$. Deci, nu există diferențe semnificative între GE și GC în ceea ce privește nota medie obținută la finele primului semestru.

Etapa experimentului de formare s-a axat pe implementarea complementară a softului specializat Maple, platformei educaționale „TG”. Implementarea experimentului de formare a identificat în ce măsură tehnologiile moderne pot influența progresul de învățare a studenților.

Pe parcursul experimentului de formare studenții au fost apreciați de cinci ori în cadrul evaluărilor sumative, și o dată în cadrul evaluării finale. În rezultat, nivelul de competențe finale ale studenților din grupele experimentale se deosebește evident față de nivelul de competențe finale ale studenților din grupele de control. Cunoștințele acumulate de studenți au rezultat din munca asiduă și participarea lor activă în procesul învățării, favorizând progresul acestora.

La sfârșitul semestrului, pentru fiecare an de studii, a fost distribuit un chestionar ([anexa 2.1], care a fost prelucrat de autor, având ca model [53, p.157]), pentru a evalua opiniile studenților vis-vis de implementarea tehnologiilor informaționale și internet la studierea Teoriei grafurilor. Efectuând o analiză a răspunsurilor studenților s-au stabilit următoarele:

- la primele cinci întrebări toți studenții au răspuns „Da”, afirmând că în opinia lor utilizarea/implementarea tehnologiilor informaționale și internet a facilitat studierea cursului; a contribuit la colaborarea mai eficientă dintre profesor și student; a contribuit la creșterea motivației de a învăța TG; a contribuit la dezvoltarea propriilor abilități digitale și este bine venită utilizarea tehnologiilor informaționale și internet și la alte cursuri;

- dintre cele șapte teme predate în cadrul cursul „TG”, doar una a fost predată fără utilizarea tehnologiilor informaționale și anume *Cuplaje*. Analiza răspunsurilor studenților la chestionarul privind implementarea tehnologiilor informaționale a arătat următoarele: 96,8% din studenți nu au întâmpinat dificultăți la studierea temei *Algoritmi pentru determinarea drumurilor minime în grafuri*; 93,5% au declarat că nu au întâmpinat dificultăți la studierea temelor: *Grafuri neorientate, Grafuri orientate, Maxheap, Minheap, Algoritmul heapsort*; 90,3% au declarat că nu au întâmpinat dificultăți în studierea temei *Arbori, arbori binari, arbori parțiali de cost minim, Algoritmul Ford-Fulkerson, fluxul în rețea* și doar 6,5% au declarat că nu au întâmpinat dificultăți la studierea temei *Cuplaje*;

- Aproximativ 93,5% din studenți afirmă că, prin utilizarea tehnologiilor informaționale și internet, lecția este mai atractivă;

- Circa 74,2% din studenți sunt de opinia că obiectele grafice reprezentate vizual permit o înțelegere mai bună a materiei;

- Circa 67,7% din studenți susțin că implementând Tehnologiilor informaționale la studierea TG este mai calitativă;

- Circa 58,1% din studenți sunt de opinia că culorile în procesul de studiere a TG facilitează însușirea materiei de studiu;

- 38,7% din studenți au specificat că prin utilizarea tehnologiilor informaționale și internet, evaluarea se efectuează mai rapid și corect;

- 87% dintre studenți consideră că tehnologiile informaționale și internet au un impact pozitiv asupra înțelegerii și însușirii mai profunde a materiei de studiu;
- 77% dintre studenți consideră că tehnologiile informaționale și internet au consolidat deprinderile privind implementarea algoritmilor examinați la soluționarea problemelor de cercetare;
- 74,2% dintre studenți au specificat creșterea accesibilității și ilustrativității cursului și claritatea prezentării metodelor și algoritmilor care țin de prelucrarea grafurilor,
- 64,5% dintre studenți au subliniat creșterea abilităților de programare,
- 58,1% dintre studenți au evidențiat economisirea timpului în desfășurarea procesului didactic;
- 48,4% dintre studenți au enunțat că evaluarea este mai rapidă și eficientă.

De asemenea, studenții au răspuns la chestionar cu o serie de observații și sugestii despre implementarea tehnologiilor informaționale și internet în unitatea de curs TG:

- Îmbunătățirea înțelegerii și însușirii materiei de studiu;
- Dezvoltarea competențelor digitale ale studenților;
- Combinarea teoriei cu practică;
- Implementarea tehnologiilor la toate disciplinele și la toate forma de instruire.

În ansamblu, desfășurarea experimentului de formare a confirmat impactul pozitiv al instruirii asistate de calculator asupra procesului de predare-învățare, vizând îmbunătățirea rezultatelor academice, cât și sporirea motivației învățării.

Observațiile întreprinse pe parcursul experimentului de formare permit extragerea următoarelor concluzii:

- software educaționale interactive multimedia pot oferi suport de instruire diferențiată;
- pentru înțelegerea mai eficientă a noțiunilor, algoritmilor de parcurgere, algoritmilor de determinare drumurilor minime etc. este nevoie de exersare diferențiată în continuu;
- studentul poate se autoevalueze și se exerseze de un număr de ori necesar pentru însușirea mai eficientă a materialului studiat [84, 85].

3.2 Analiza statistică a rezultatelor

3.2.1 Examinarea principalilor indicatori statistici

Acest capitol are ca scop demonstrarea eficienței abordării propuse prin evidențierea rezultatelor obținute în urma experimentului.

În proiectarea experimentului pedagogic privind implementarea noilor tehnologii în predarea „Teoriei grafurilor”, a fost aplicată o abordare TIC, care implică:

- implementarea platformelor educaționale online – open source: campion.edu.ro, graphonline.ru;
- implementarea softului matematic MAPLE 18/21/24;
- elaborarea și implementarea programelor în limbajele de programare Pascal/C++;
- plasarea conținuturilor și a sarcinilor unității de curs TG pe platforma educațională moodle.upsc.md.

Verificarea eficacității modelului pedagogic

Reamintim faptul că în experimentul pedagogic au participat total 181 de studenți. Grupul experimental (GE) a inclus studenții de la Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă” – 96 de studenți: anul universitar 2016-2017 – 29 persoane; anul universitar 2017-2018 – 27 persoane, anul universitar 2018-2019 – 25 persoane și anul universitar 2019-2020 – 15 persoane.

Iar Grupul de control (GC) a inclus studenții de la Universitatea de Stat din Tiraspol – 85 de studenți: anul universitar 2016-2017 – 26 persoane; anul universitar 2017-2018 – 19 persoane, anul universitar 2018-2019 – 16 persoane și anul universitar 2019-2020 – 24 persoane. Analiza rezultatelor testelor finale din cele cinci serii ale experimentului pedagogic este prezentată în Tabelul 3.12.

Tabelul 3.12. Principalii indicatori statistici ai experimentului pedagogic

Anul	Eșantion	Numărul studenților (n)	Media (m)	%	Median	Abaterea standard (σ)	Coefficientul de variație (Rσ), %	Asimetrie
2016-2017	GE	29	7,80	10,01	8,00	1,2553	16,0795	-0,1821
	GC	26	7,09		7,15	1,2304	17,3478	-0,0255
2017-2018	GE	27	7,99	7,68	8,00	1,1411	14,1422	-0,1290
	GC	19	7,42		7,30	0,8973	12,0823	-0,1771
2018-2019	GE	25	8,10	9,45	8,30	1,0910	13,4561	-0,1340
	GC	16	7,40		7,30	0,8909	12,0395	0,4548
2019-2020	GE	15	8,44	15,62	8,60	1,0525	12,4702	-0,0162
	GC	24	7,30		7,30	0,9330	12,7728	0,2593
Total		181						

Tabelul 3.12 prezintă principalii indicatori statistici ai rezultatelor experimentului pedagogic: valoarea medie, mediana, abaterea (deviația) standard, coeficientul de variație și asimetria.

- Coeficientul de variație – reprezintă raportul dintre valoarea medie și abaterea standard - indică omogenitatea tuturor grupurilor în ceea ce privește indicatorul de evaluare, deoarece valoarea sa pentru fiecare grupă este mai mică de 33%;

- Valori negative de asimetrie pentru grupurile experimentale și de control (cu excepția anului universitar 2018-2019, GC) indică o schimbare a distribuției în raport cu media către valori mai mari;

- Diferențele dintre valorile medii ale estimărilor din GE și GC în fiecare serie a experimentului pedagogic (Figura 3.2) ne permit să presupunem eficacitatea modelului didactic proiectat aplicat în predarea cursului universitar „TG”;

- Este necesar să se verifice semnificația diferențelor obținute pe baza criteriilor statistice. Natura eșantioanelor disponibile (câte 2 eșantioane independente în fiecare serie, mai puțin de 30 de persoane în fiecare grup) implică utilizarea unor criterii neparametrice.

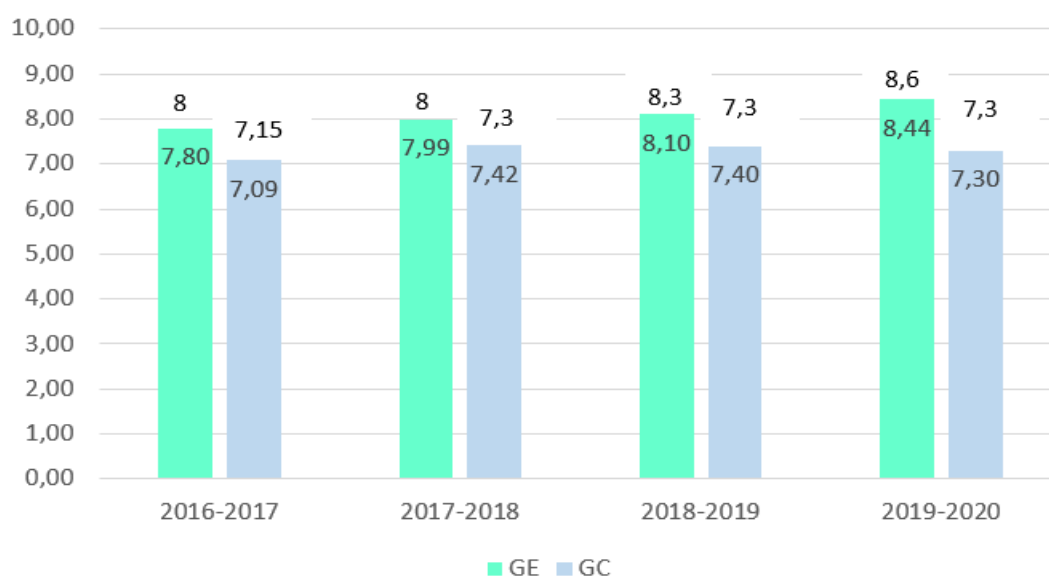


Figura 3.2. Indicatori statistici ai experimentului pedagogic privind GE și GC

Să evaluăm semnificația statistică a diferențelor dintre rezultatele obținute în GE și GC folosind criterii neparametrice Fisher φ^* -unghiulară și (U) Mann-Whitney [204, 205].

3.2.2 Evaluarea importanței rezultatelor experimentului pedagogic conform criteriului φ^* -Fisher unghiular

Evaluarea importanței rezultatelor finale obținute ale testelor este verificată utilizând criteriul transformării unghiulare neparametric φ^* -Fisher [206].

Criteriul unghiular φ^* a lui Fischer se numește raportul de varianță, deoarece este format ca raport a două estimări imparțiale comparate ale variațiilor.

Criteriul unghiular φ^* -Fisher ne permite să determinăm dacă unul dintre unghiuri este semnificativ superior statistic pentru dimensiunile eșantioanelor alese.

Nu există o limită superioară în criteriul unghiular φ^* -Fisher – eșantioanele pot fi arbitrar de mari. Limita inferioară este de 2 observații în unul dintre eșantioane. În orice caz, se observă următoarele rapoarte în numărul de două probe:

dacă există doar 2 observații într-o probă, atunci a doua ar trebui să aibă cel puțin 30 de persoane.

Pentru aplicarea sa trebuie utilizate numai valori alternative ale caracteristicii și trebuie să existe cel puțin 5 persoane în fiecare eșantion.

La evaluarea finală studenții din ambele eșantioane au rezolvat testul final (Anexa 5), constituit din 7 itemi. La rezolvarea testului final, conform baremului de notare (Anexa 5), studentul poate obține maximum nota 10, în condiția acumulării punctajului 43-45. Pentru standardul „există un efect” vom lua nota medie obținută 8,0 și mai mare, iar pentru linia roșie „fără efect” – mai mică de nota 8,0.

Ipotezele de cercetare au fost formulate astfel:

– H_0 : ponderea studenților care au obținut nota 8,0 sau mai mult în GE nu este mai mare decât procentajul în GC.

– H_1 : ponderea studenților care obțin nota 8,0 ori mai mult în GE este mai mare decât procentajul studenților în GC.

Se va calcula valoarea empirică a criteriului Fisher φ_{emp}^* folosind formula din lucrarea lui Сидоренко Е. В. [201, p. 162]:

$$\varphi_{emp}^* = (\varphi_1 - \varphi_2) * \sqrt{\frac{n_1 * n_2}{n_1 + n_2}} \quad (3.1)$$

unde φ_1 și φ_2 – sunt variațiile primului și, respectiv, celui de-al doilea eșantion; n_1 și n_2 – sunt numărul de persoane din primul și, respectiv, din cel de-al doilea eșantion.

Valoare critică φ_i poate fi găsită în tabele de referințe sau după formula [203, p.159; 204, p.154]:

$$\varphi_i(P_i) = 2 * \arcsin \sqrt{P_i} \quad (3.2)$$

unde P_i – este procentul efectului în fiecare grup; i – numărul eșantionului.

Valoarea critică este determinată din tabele [203, p. 162]:

- $\varphi_{0,01}^* = 2,31$ pentru nivelul de semnificație $p=0,01$;
- $\varphi_{0,05}^* = 1,64$ pentru $p=0,05$.

Pentru a lua o decizie privind validitatea statistică, valoarea empirică este comparată cu nivelul critic de semnificație dat.

Dacă $\varphi_{emp}^* < \varphi_{crit}^*$, atunci ipoteza H_0 cu probabilitate $1 - p$ este acceptată.

Dacă $\varphi_{emp}^* > \varphi_{crit}^*$, atunci ipoteza H_0 cu probabilitate $1 - p$ este respinsă.

Rezultatele calculării criteriului φ^* al transformării unghiulare a lui Fisher pentru patru serii ale experimentului pedagogic sunt prezentate în Tabelul 3.13.

Tabelul 3.13. Criteriul φ^* pentru eșantioanele experimentului pedagogic

Anul	Eșantion	Numărul studenților	φ_{emp}^*	φ_{crit}^* ($p=0.05$)	φ_{crit}^* ($p=0.01$)	p	Ipoteza acceptată
2016-2017	GE	29	2,16	1,64	2,31	0,015	H_1
	GC	26					
2017-2018	GE	27	2,03	1,64	2,31	0,021	H_1
	GC	19					
2018-2019	GE	25	2,10	1,64	2,31	0,017	H_1
	GC	16					
2019-2020	GE	15	2,34	1,64	2,31	0,009	H_1
	GC	24					
Total		181					

Valoarea empirică (calculată) a criteriului unghiular φ^* (φ_{emp}^*) se compară cu valorile critice: $\varphi_{crit}^* = 1.64$ la $p = 0,01$ și la $\varphi_{crit}^* = 2,31$ $p = 0,05$.

Tabelul 3.14. Proporțiile studenților cu media $m \geq 8,0$ și $m < 8,0$ pentru anul de studii 2016-2017

Anul	Eșantion	Este efect $m \geq 8,0$		Nu este efect $m < 8,0$		Numărul studenților
		Nr	%	Nr	%	
2016-2017	GE	16	55,2%	13	44,8%	29
	GC	7	26,9%	19	73,1%	26
Total		23		32		55

$$\varphi_1 = \varphi_{55,2\%} = 2 * \arcsin \sqrt{0,552} = 1,675 \quad (3.3)$$

$$\varphi_2 = \varphi_{26,9\%} = 2 * \arcsin \sqrt{0,269} = 1,091 \quad (3.4)$$

$$\varphi_{emp}^* = (\varphi_1 - \varphi_2) * \sqrt{\frac{n_1 * n_2}{n_1 + n_2}} \quad (3.5)$$

$$\varphi_{emp}^* = (1,675 - 1,091) * \sqrt{\frac{29*26}{29+26}} = 0,584 * \sqrt{\frac{754}{55}} = 0,584 * \sqrt{13,71} \approx 0,584 * 3,70 = 2,16 \quad (3.6)$$

Pentru $\varphi_{emp}^* = 2,16$ corespunde $\rho = 0,015$ (1,5%).

Deoarece, $2,16 \geq 1,64$ și $0,015 \leq 0,05$, atunci ipoteza H_0 se respinge, și se acceptă ipoteza H_1 , că numărul de studenți, care au primit nota medie 8,0 și mai mare în grupul experimental este mult mai mare decât în grupul de control, cu probabilitatea 98,5%. În figura 3.3 este pusă în evidență reprezentată grafică a criteriului Fisher unghiular pentru anul de studii 2016-2017.

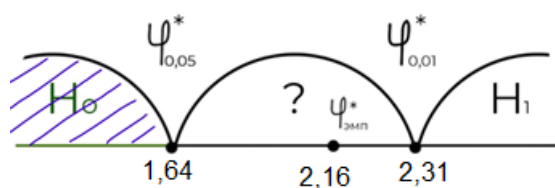


Figura 3.3. Reprezentarea grafică a criteriului Fisher unghiular pentru anul de studii 2016-2017

Tabelul 3.15. Proporțiile studenților cu media $m \geq 8,0$ și $m < 8,0$ pentru anul de studii 2017-2018

Anul	Eșantion	Este efect $m \geq 8,0$		Nu este efect $m < 8,0$		Numărul studenților
		Nr	%	Nr	%	
2017-2018	GE	18	66,7%	9	33,3%	27
	GC	7	36,8%	12	63,2%	19
Total		25		21		46

$$\varphi_1 = \varphi_{66,7\%} = 2 * \arcsin \sqrt{0,667} = 1,911 \quad (3.7)$$

$$\varphi_2 = \varphi_{36,8\%} = 2 * \arcsin \sqrt{0,368} = 1,304 \quad (3.8)$$

$$\varphi_{emp}^* = (\varphi_1 - \varphi_2) * \sqrt{\frac{n_1 * n_2}{n_1 + n_2}} \quad (3.9)$$

$$\varphi_{emp}^* = (1,911 - 1,304) * \sqrt{\frac{27*19}{27+19}} = 0,607 * \sqrt{\frac{513}{46}} = 0,607 * \sqrt{11,15} \approx 0,607 * 3,34 = 2,03 \quad (3.10)$$

Pentru $\varphi_{emp}^* = 2,03$ corespunde $\rho = 0,021$ (2,1%).

Deoarece valorile criteriului Fisher unghiular φ_{emp}^* și a parametrului ρ pentru GE și SG, respectă relațiile: $2,03 \geq 1,64$ și $0,021 \leq 0,05$ (Figura 3.4), atunci ipoteza H_0 se respinge, și se acceptă ipoteza H_1 , că numărul de studenți care au primit nota medie 8,0 și mai mare în grupul experimental este mai mult decât în grupul de control cu probabilitatea 97,9%.

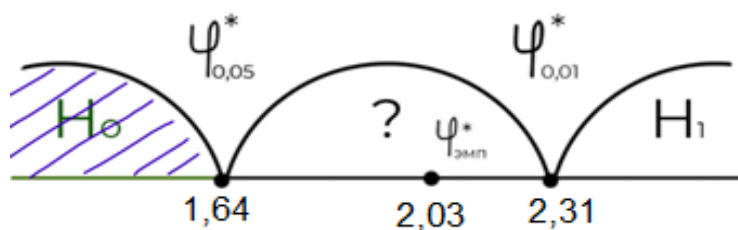


Figura 3.4. Reprezentarea grafică a criteriului Fisher unghiular pentru anul de studii 2017-2018

Tabelul 3.16. Proporțiile studenților cu media $m \geq 8,0$ și $m < 8,0$ pentru anul de studii 2018-2019

Anul	Eșantion	Este efect $m \geq 8,0$		Nu este efect $m < 8,0$		Numărul studenților
		Nr	%	Nr	%	
2018-	GE	15	60,0%	10	40,0%	25
2019	GC	5	31,3%	11	68,7%	16
Total		20		21		31

$$\varphi_1 = \varphi_{60,0\%} = 2 * \arcsin \sqrt{0,6} = 1,772 \quad (3.11)$$

$$\varphi_2 = \varphi_{31,3\%} = 2 * \arcsin \sqrt{0,313} = 1,187 \quad (3.12)$$

$$\varphi_{emp}^* = (\varphi_1 - \varphi_2) * \sqrt{\frac{n_1 * n_2}{n_1 + n_2}} \quad (3.13)$$

$$\varphi_{emp}^* = (1,772 - 1,187) * \sqrt{\frac{25 * 16}{25 + 16}} = 0,585 * \sqrt{\frac{400}{31}} = 0,585 * \sqrt{12,90} \approx 0,585 * 3,60 = 2,10 \quad (3.14)$$

Pentru $\varphi_{emp}^* = 2,10$ corespunde $\rho = 0,017$ (1,7%).

Deoarece valorile criteriului Fisher unghiular φ_{emp}^* și a parametrului ρ pentru GE și SG, respectă relațiile: $2,10 \geq 1,64$ și $0,017 \leq 0,05$ (Figura 3.5.), atunci ipoteza H_0 se respinge, și se acceptă ipoteza H_1 , că numărul de studenți care au primit nota medie 8,0 și mai mare în grupul experimental este mai mult decât în grupul de control cu probabilitatea 98,3%

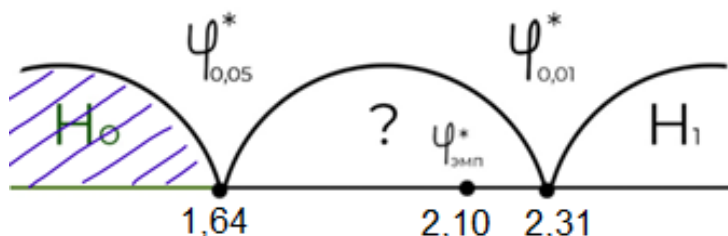


Figura 3.5. Reprezentată grafică a criteriului Fisher unghiular pentru anul de studii 2018-2019

Tabelul 3.17. Proporțiile studenților cu media $m \geq 8,0$ și $m < 8,0$ pentru anul de studii 2019-2020

Anul	Eșantion	Este efect $m \geq 8,0$		Nu este efect $m < 8,0$		Numărul studenților
		Nr	%	Nr	%	
2019-2020	GE	10	66,7%	5	33,3%	15
	GC	7	29,2%	17	70,8%	24
Total		17		22		39

$$\varphi_1 = \varphi_{66,7\%} = 2 * \arcsin \sqrt{0,667} = 1,911 \quad (3.15)$$

$$\varphi_2 = \varphi_{29,2\%} = 2 * \arcsin \sqrt{0,292} = 1,142 \quad (3.16)$$

$$\varphi_{emp}^* = (\varphi_1 - \varphi_2) * \sqrt{\frac{n_1 * n_2}{n_1 + n_2}} \quad (3.17)$$

$$\varphi_{emp}^* = (1,911 - 1,142) * \sqrt{\frac{15 * 24}{15 + 24}} = 0,769 * \sqrt{\frac{360}{39}} = 0,769 * \sqrt{9,23} \approx 0,769 * 3,04 = 2,34 \quad (3.18)$$

Pentru $\varphi_{emp}^* = 2,34$ corespunde $\rho = 0,009$ (0,9%).

Deoarece valorile criteriului Fisher unghiular φ_{emp}^* și a parametrului ρ pentru GE și SG, respectă relațiile: $2,34 \geq 2,31$ și $0,009 \leq 0,05$ (Figura 3.6), atunci ipoteza H_0 se respinge și se acceptă ipoteza H_1 , că numărul de studenți care au primit nota medie 8,0 și mai mare în grupul experimental este mult mai mare decât în grupul de control cu probabilitatea 99,1%, [206].

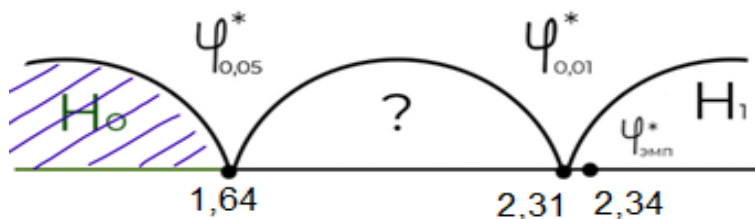


Figura 3.6. Reprezentată grafică a criteriului Fisher unghiular pentru anul de studii 2019-2020

Deci, conform criteriului privind validarea statistică valorile criteriului Fisher unghiular φ_{emp}^* și a parametrului ρ pentru GE și GC, respectă relațiile enunțate. Putem conchide că pentru toți anii de studiu examinați, ipoteza H_0 se respinge, și se acceptă ipoteza H_1 , că numărul de studenți care au primit nota medie 8,0 și mai mare în grupul experimental este mai mare decât în grupul de control cu probabilitatea indicată în fiecare caz separat.

3.2.3 Evaluarea importanței rezultatelor experimentului pedagogic conform testului (U)Mann-Whitney

În continuare se vor verifica rezultatele testării finale folosind testul neparametric (U) Mann-Whitney. Pentru a-l aplica, este îndeplinită condiția că fiecare probă să aibă cel puțin 3 observații, iar distribuția normală a observațiilor nu este necesară [207].

Formulăm ipotezele nule și alternative.

- **H₀**: rezultatele studierii în GE și GC nu diferă statistic unele de altele.
- **H₁**: rezultatele studierii în GE și GC sunt statistic diferite.

Valorile empirice ale testului (U) Mann-Whitney au fost calculate folosind formula (3.19):

$$U_i = n_1 * n_2 + \frac{n_i(n_i+1)}{2} - R_i \quad (3.19)$$

unde R_i este suma rangurilor pentru eșantionul i ; n_1 și n_2 sunt numărul de observații din grupele 1 și 2.

Valorile critice ale testului (U) Mann-Whitney $U_p(n_1, n_2)$ sunt determinate conform tabelelor [203, p. 316] pentru n_1 și n_2 și nivelurile de semnificație $p=0,01$ și $p=0,05$ și sunt enumerate în Tabelul 3.7.

Valorile critice ale criteriului (U) Mann-Whitney pentru nivelurile de semnificație $\rho \leq 0,05$ și $\rho \leq 0,01$. Diferențele dintre două observații pot fi considerate semnificative ($\rho < 0,05$), dacă $U_{emp} \leq U_{0,05}$, și cu atât mai credibili ($\rho < 0,01$), dacă $U_{emp} \leq U_{0,01}$ [203, p.316].

Testul (U) Mann-Whitney, spre deosebire de majoritatea celorlalte criterii, presupune că diferențele statistice sunt semnificative dacă valoarea empirică (U_{emp}) este mai mică decât valoarea critică (U_{crit}), adică, ipoteză nulă H_0 despre nesemnificația statistică a diferențelor dintre valorile medii din două eșantioane este acceptată la nivelul de semnificație p , dacă $U_{emp} > U_{crit}$. Și, invers, ipoteza alternativă H_1 despre semnificația statistică a diferențelor dintre valorile medii din două eșantioane este acceptată la nivelul de semnificație p dacă $U_{emp} < U_{crit}$ [205, 206].

Datele au fost colectate și prelucrate statistic în aplicația SPSS [204, 207, 208]. Rezultatele calculării testului (U) Mann-Whitney pentru patru serii ale experimentului de formare sunt prezentate în Tabelul 3.18.

1) Anul 2016-2017

$$U_1 = 29 \cdot 26 + \frac{29 \cdot 30}{2} - 928,5 = 754 + 435 - 928,5 = 260,5.$$

2) Anul 2017-2018

$$U_1 = 27 \cdot 19 + \frac{27 \cdot 28}{2} - 711,5 = 513 + 378 - 711,5 = 179,5.$$

3) Anul 2018-2019

$$U_1 = 25 \cdot 16 + \frac{25 \cdot 26}{2} - 594,5 = 400 + 325 - 598,5 = 126,5.$$

4) Anul 2019-2020

$$U_1 = 15 \cdot 24 + \frac{15 \cdot 16}{2} - 401 = 360 + 120 - 401 = 79.$$

$$U_2 = 24 \cdot 15 + \frac{24 \cdot 25}{2} - 379 = 360 + 300 - 379 = 281.$$

Tabelul 3.18. Criteriul Mann-Whitney pentru eșantioanele din experiment

Anul	Eșantion	Numărul studenților	U_{emp}	$U_{0,05}$	$U_{0,01}$	Semnificația p	Ipoteza acceptată
2016-2017	GE	$n_1=29$	260,5	278	238	0,049	H_1
	GC	$n_2=26$					
2017-2018	GE	$n_1=27$	179,5	182	151	0,084	H_1
	GC	$n_2=19$					
2018-2019	GE	$n_1=25$	126,5	137	112	0,049	H_1
	GC	$n_2=16$					
2019-2020	GE	$n_1=15$	79,0	122	98	0,003	H_1
	GC	$n_2=24$					
Total		181					

Analizând datele din tabelul 3.18, vedem că în fiecare serie a experimentului formativ ipoteza H_1 este confirmată. Acest lucru este evidențiat de $U_{emp} < U_{crit}$ obținut în fiecare serie.

Conform rezultatelor testelor finale ale anului de studii universitar 2016-2017, se stabilește că $U_{emp} = 260,5 \leq 278 = U_{0,05} (29; 26)$, adică ipoteza H_0 este respinsă și este acceptată ipoteza alternativă H_1 la nivelul de semnificație $p = 0,049$, aceasta indică existența unor diferențe semnificative din punct de vedere statistic între scorul mediu din GE și GC.

Pe baza rezultatelor testelor finale ale anului de studii universitar 2017-2018, se stabilește că $U_{emp} = 179,5 \leq 182 = U_{0,05} (27; 19)$, adică ipoteza H_0 este respinsă și este acceptată ipoteza alternativă H_1 la nivelul de semnificație $p = 0,084$, ceea ce indică existența unor diferențe semnificative din punct de vedere statistic între scorul mediu din GE și GC.

Pe baza rezultatelor testelor finale ale anului de studii universitar 2018-2019, se stabilește că $U_{emp} = 126,5 \leq 137 = U_{0,05} (25; 16)$, adică ipoteza H_0 este respinsă și este acceptată ipoteza alternativă H_1 la nivelul de semnificație $p = 0,049$, aceasta indică existența unor diferențe semnificative din punct de vedere statistic între scorul mediu din GE și GC.

Pe baza rezultatelor testelor finale ale anului de studii universitar 2019-2020, se stabilește că $U_{emp} = 79,0 \leq 98 = U_{0,01} (15; 24)$, adică ipoteza H_0 este respinsă și este acceptată ipoteza alternativă H_1 la nivelul de semnificație $p = 0,003$, ceea ce indică existența unor diferențe semnificative din punct de vedere statistic între scorul mediu din GE și GC.

Se poate concluziona că nivelul de formare (scorul mediu) din GE este statistic semnificativ mai mare decât nivelul de formare în GC la nivelul de semnificație $p = 0,05$ în fiecare serie a experimentului formativ (Figura 3.7) [206].

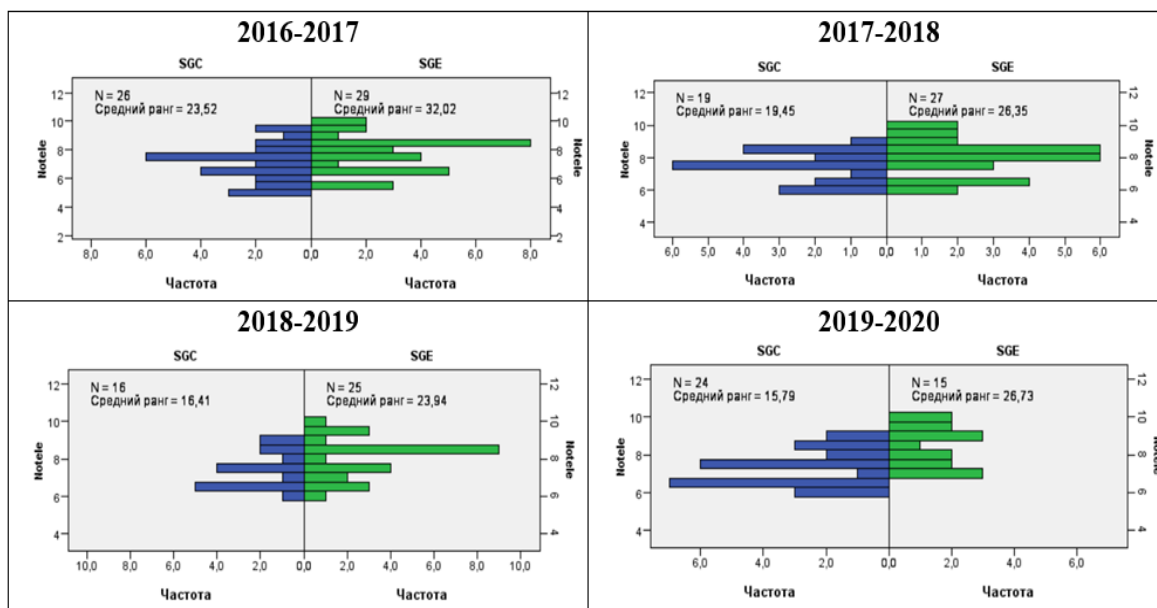


Figura 3.7. Valorile testelor (U) Mann-Whitney în patru serii

3.3 Concluzii la capitolul 3

Eficacitatea implementării experimentului pedagogic desfășurat (de constatare, de formare, de control și validare) conform modelului construit, a fost confirmată și de rezultatele statistice înregistrate și publicate [206, 207]. Desfășurarea experimentului pedagogic a condus la tragerea următoarelor concluzii:

1) În cadrul experimentului pedagogic desfășurat în perioada 2016-2020, (4 ani de studii), au fost implicați circa 181 studenți (85 – (GC) și respectiv 96 studenți – (GE)) s-a reușit, în procesul de implementarea a fiecărei etape, adaptarea și corectarea metodelor și instrumentelor de cercetare, desăvârșirea și ajustarea strategiilor și metodologiilor de studiere a Teoriei Grafurilor.

2) Rezultatele experimetului pedagogic au înregistrat un impact pozitiv al implementării tehnologiilor informaționale și de internet la studierea TG din perspectiva educației STEM și a conceptului de învățare interactiv-tehnologizată contribuind astfel la sporirea nivelului reușitei academice în grupele experimentale.

3) În baza efectuării analizei statistice a rezultatelor experimentului pedagogic desfășurat, s-au formulat următoarele concluzii importante:

– Eficacitatea modelului pedagogic dezvoltat privind studierea grafurilor a fost

confirmată și prin aplicarea metodelor statistice precum U – criteriul Mann-Whitney și φ^* – criteriul de transformare unghiulară Fisher la analiza rezultatelor experimentale, care au demonstrat că studenții din (GE) pe parcursul celor patru ani de desfășurare a experimentului, au înregistrat rezultate academice mai avansate comparativ cu studenții din (GC), în medie cu circa 10.7%, iar în ultimul an de realizare a experimentului pedagogic (2019-2020) cu circa 15.62%;

– În urma cercetării au fost scoase în evidență diferențele între nivelele de înțelegere a materiei de către studenții din cele două loturi de comparație: eșantionul experimental (GE) și de eșantionul de control (GC). Analizând datele obținute, se poate concluziona că utilizarea metodelor didactice inovatoare și a tehnologiilor informaționale și internet au un impact semnificativ asupra nivelului de pregătire profesională a studenților și a formării competențelor acestora în domeniul algoritmicii grafurilor, demonstrând astfel eficiența implementării TIC în studierea cursului TG comparativ cu metodele tradiționale de predare-învățare.

4) Rezultatele experimentului pedagogic realizat a demonstrat corectitudinea metodologiei elaborate și a contribuit la îmbunătățirea modelului pedagogic dezvoltat.

CONCLUZII GENERALE

Investigațiile efectuate în lucrarea „**Implementarea noilor tehnologii informaționale în procesul de studiere a disciplinei universitare „Teoria Grafurilor”**” au examinat una din problemele actuale a modernizării sistemului educațional privind eficientizarea studierii unității de curs din perspectiva implementării metodologiei utilizării tehnologiilor informaționale și de internet în raport cu pregătirea viitorilor specialiști din domeniile STEM.

Problema științifică rezolvată constă în elucidarea reperelor teoretice și elaborarea unei metodologii privind sporirea calității procesului de învățare a unității de curs „*Teoria Grafurilor*”, fapt ce a condus la proiectarea unui Model pedagogic privind implementarea noilor tehnologii informaționale și de internet în procesul de predare-învățare-evaluare, direcționat spre dezvoltarea competențelor vizate prin studiul disciplinei respective ale viitorilor specialiști din domeniile STEM.

Rezultatele înregistrate ne permit formularea următoarelor concluzii generale:

1) S-a efectuat analiza mediul academic național și internațional referitor la procesul de studiere a TG. Au fost identificate tendințele de predare-învățare-evaluare a disciplinei respective ce a condus, din această perspectivă, la evidențierea problemelor existente în procesul de studiere a TG în sistemul universitar național și, totodată, acest fapt a direcționat cercetările efectuate spre definitivarea fundamentelor teoretice și metodologice privind implementarea tehnologiilor informaționale și de internet în cheia educației STEM în vederea formării competențelor viitorilor specialiști în concordanță cu standardele academice internaționale și cerințele pieței muncii.

2) S-a demonstrat că în scopul studierii eficiente a TG sunt necesare nu doar cunoștințe teoretice din acest domeniu, dar și capacitatea de a putea eficient opera cu grafurile examinate (ca obiect de studiu) din următoarele perspective: descompunerea, ordonarea, caracterizarea și ierarhizarea elementelor unui graf prin prisma implementării algoritmilor grafurilor în soluționarea diferitor probleme practice care țin de procesele economice (drumuri minime, flux maximal, conexitatea, max-heap etc.) care se pot realiza cu succes și mai eficient prin implementarea tehnologiilor informaționale și de internet.

3) S-a analizat și a fost demonstrată necesitatea studierii și integrării eficiente a tehnologiilor informaționale și de internet (softurilor matematice, platformelor on line specializate etc.), în învățarea unității de curs TG din perspectiva educației STEM.

4) S-a proiectat Modelul pedagogic de valorificare a unei metodologii de implementare a tehnologiilor informaționale și internet în procesul de studiere a unității de curs TG.

5) S-a elaborat și fundamentat metodologia de valorificare a tehnologiilor informaționale și internet în procesul de studiere a unității de curs *TG din perspectiva conceptului STEM*, facilitând în felul acesta sporirea nivelului de înțelegere a materialului și creșterea gradului de implicare a studenților în demersul didactic.

6) S-a perfecționat și precizat metodologia elaborării Hărții Tehnologice de implementare a unui proiect STEM la TG, încurajând astfel munca în echipă a studenților, stimulând relaționarea eficientă între ei și examinând din perspectivă inter/transdisciplinară soluționarea problemelor practice.

7) S-a proiectat în premieră și utilizat conceptul de învățare interactiv-tehnologizată. Aplicarea conceptului de învățare interactiv-tehnologizată propus are un impact semnificativ asupra procesului de studiere a TG prin intermediul tehnologiilor, inclusiv a softului MAPLE, Mathematica și a platformelor internet. Conceptul respectiv se implementează în raport cu interacțiunile de tipul student-student, student-echipă, student-profesor și student-materia de studiu prin prisma tehnologiilor informaționale și contribuie la eficientizarea eforturilor de echipă și colaborării dintre echipe.

8) În baza efectuării analizei statistice a rezultatelor experimentului pedagogic (desfășurat pe parcursul a 4 ani de studii 2016-2020 au fost implicați circa 181 studenți (85 – (GC) și respectiv 96 – (GE)), s-au formulat următoarele concluzii importante:

– Eficacitatea modelului pedagogic dezvoltat privind studierea grafurilor a fost confirmată și prin aplicarea metodelor statistice precum U – criteriul Mann-Whitney și ϕ^* – criteriul de transformare unghiulară Fisher la analiza rezultatelor experimentale, care au demonstrat că studenții din (GE) pe parcursul celor patru ani de desfășurare a experimentului, au înregistrat rezultate academice mai avansate comparativ cu studenții din (GC), în medie cu circa 10,7%, iar în ultimul an de realizare a experimentului pedagogic (2019-2020) cu circa 15,62%.

– În urma cercetării au fost scoase în evidență diferențele între nivelele de înțelegere a materiei de către studenții din cele două loturi de comparație: eșantionul experimental (GE) și de eșantionul de control (GC). Analizând datele obținute, se poate concluziona că utilizarea metodelor didactice inovatoare și a tehnologiilor informaționale și internet au un impact semnificativ asupra nivelului de pregătire profesională a studenților și a formării competențelor acestora în domeniul algoritmicii grafurilor, demonstrând astfel eficiența implementării TIC în studierea cursului TG comparativ cu metodele tradiționale de predare-învățare.

9) Din perspectiva noii metodologii privind sporirea calității procesului de învățare au fost dezvoltate o serie de materiale instructiv-metodice la disciplina examinată, inclusiv scrierea manualului „Elemente de Teoria Grafurilor” conceput din perspectiva implementării TIC; s-au

efectuat actualizări în curriculumul disciplinei; a fost revăzut conceptul de predare a disciplinei; au fost operate modificări în structura desfășurării lucrărilor de laborator. Toate intervențiile menționate au facilitat semnificativ procesul formării competențelor profesionale ale studenților care au îmbrățișat o carieră în domeniul STEM.

10) Soluționarea completă a problemei cercetării și îndeplinirea obiectivelor propuse a fost reflectată în cele 22 de publicații științifice [84, 85, 86, 89, 99, 100, 101, 102, 157, 158, 159, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 206, 207] axate pe dezvoltarea modalităților de eficientizarea procesului de studiere a unității de curs TG. Rezultatele cercetării înregistrate oferă noi posibilități pentru studierea într-un mediu digitalizat și prietenos a Teoriei Grafurilor din perspectiva conceptului STEM.

Recomnădările propuse.

Politici instituționale pentru instituțiile din sistemul preuniversitar și universitar:

- A valorifica și implementa rezultatele obținute (modelul pedagogic elaborat, metodologia dezvoltată, planul de studii modernizat, materialele instructiv-educative pregătite, etc) în procesul de formare a unei generații de specialiști profesioniști pentru implicarea cu succes în ramurile economiei naționale care țin de domeniile STEM;
- A examina experiența pedagogică avansată și a prelua Bunele Practici existente a cadrelor didactice care au înregistrat performanțe didactice semnificative în implementarea TIC la studierea Teoriei Grafurilor;
- A dezvolta noi repere instructiv-didactice din perspectiva TIC a modelului elaborat și educației STEM din perspectiva conceptului învățare interactiv-tehnologizată;
- A studia, în cazul studenților, reperele instructiv-educative elaborate și a utiliza în procesul de predare-învățare a Teoriei Grafurilor instrumentele TIC (softurile MAPLE, MATEMATICA, platformele internet, tabla interactivă etc.) pentru creșterea performanțelor academice la disciplina respectivă.

BIBLIOGRAFIE

1. Strategia națională de dezvoltare „Moldova digitală 2030”: Hotărârea Guvernului nr. 513 din 18 decembrie 2018. In: *Monitorul Oficial al Republicii Moldova*, 2018, nr. 486-498, art. 513.
2. Strategia de dezvoltare „Educația 2030”: Hotărârea Guvernului Republicii Moldova nr. 114 din 07.03.2023. In: *Monitorul Oficial al Republicii Moldova*, 2023, nr. 134-137, art. 289.
3. COMISIA EUROPEANĂ. *Cadrul strategic al Spațiului european al educației* [online]. Bruxelles: Comisia Europeană, 2020 [citat 10.03.2022]. Disponibil: http://ec.europa.eu/education/policy/strategic-framework_ro.
4. COMISIA EUROPEANĂ. *Planul de acțiuni pentru educație digitală 2021-2027: adaptarea educației și formării la era digitală* [online]. Bruxelles: Comisia Europeană, 2020 [citat 02.09.2023]. Disponibil: <https://education.ec.europa.eu/ro/focus-topics/digital-education/action-plan>.
5. CONSILIUL UNIUNII EUROPENE. *Relațiile UE cu Republica Moldova* [online]. Bruxelles: Consiliul Uniunii Europene, 2023 [citat 12.06.2023]. Disponibil: <https://www.consilium.europa.eu/ro/policies/eastern-partnership/moldova/>.
6. CONSILIUL UNIUNII EUROPENE. *Recomandarea din 22 mai 2018 privind competențele-cheie pentru învățarea pe tot parcursul vieții* (2018/C 189/01) [online]. In: *Jurnalul Oficial al Uniunii Europene*, 2018, C 189, pp. 1-13 [citat 05.02.2019]. Disponibil: [https://eur-lex.europa.eu/legal-content/RO/TXT/PDF/?uri=CELEX:32018H0604\(01\)&from=EN](https://eur-lex.europa.eu/legal-content/RO/TXT/PDF/?uri=CELEX:32018H0604(01)&from=EN)
7. CABAC, Gh. Individualizarea formării în medii digitale prin construirea traseelor individuale de formare. In: *Formarea universitară în medii digitale: cercetări teoretico-experimentale: omagiu doctorului habilitat în pedagogie, profesorului universitar Ilie Lupu*. Bălți: Presa universitară bălțeană, 2015, pp. 100-120. ISBN 978-9975-50-128-6. [online] [citat 20.05.2020]. Disponibil: <http://dspace.usarb.md:8080/jspui/bitstream/123456789/1391/1/Cabac.pdf>.
8. BURNS, M. *EdTech Essentials: the top 10 technology strategies for all learning environments*. Alexandria, VA: ASCD, 2021. 128 p. ISBN 978-1-4166-3036-4.
9. COLLINS, A., HALVERSON, R. *Rethinking education in the age of technology: the digital revolution and schooling in America* (Technology, Education – connections (The TEC series)), ed. a 2-a. New York: Teachers College Press, 2018, 192 p. ISBN 978-0-8077-5906-6.
10. COUCH, J., D., TOWNE, J., WOZNIAK, S. *Rewiring education: how technology can unlock every student's potential*. Dallas, TX: BenBella Books, 2018. ISBN 978-1-944648-43-5.

11. HAMILTON, B. *Integrating technology in the classroom: tools to meet the needs of every student*, ed. a 2-a. Portland, OR: ISTE, 2018, 296 p. ISBN 978-1-56484-725-6.
12. MILLER, M., D. *Minds online: teaching effectively with technology*. Cambridge, MA: Harvard University Press, 2014, 295 p. ISBN 978-0-674-36824-8.
13. REICH, J. *Failure to disrupt: why technology alone can't transform education*. Cambridge, MA: Harvard University Press, 2020. 336 p. ISBN 978-0-674-27868-4.
14. ROBLUER, M., HUGHES, J. *Integrating educational technology into teaching (Transforming learning across disciplines)*. Boston, MA: Pearson, 2018, 576 p.. ISBN 978-0-13-474641-8.
15. SELWYN, N. *Education and technology: key issues and debates*, ed. a 3-a. London: Bloomsbury Academic, 2022. 222 p. ISBN 978-1-3501-4554-2.
16. AFONSO, A., MORGADO, L., ROQUE, L. Impact of Digital Transformation in Teacher Training Models. In: Digital transformation in teacher training models. Hershey, PA: IGI Global, 2022, pp. 313-330. ISBN 978-1-7998-9538-1.
17. PEDRO, F. Comparing traditional and ICT-enriched university teaching methods: evidence from two empirical studies. In: *Higher Education in Europe*, 2005, vol. 30, nr. 3-4, pp. 399- 411. ISSN 0379-7724. [online] [citat 21.08.2022] Disponibil: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/03797720600625937>.
18. BATES, A. W. *Teaching in a digital age*, ed. a 2-a. Vancouver: Tony Bates Associates, 2019, p. 583. ISBN 978-0-9952692-1-7.
19. CHIRIAC, L., CHIRIAC, E., PAVEL, M., VEVERIȚA, T. Evoluții și tendințe în studierea științelor reale în Republica Moldova. In: *Acta et Commentationes, Sciences of Education*. 2021, nr.1(23), pp.7-25. ISSN 1857-0623.
20. HADÎRCA, M., ȚÎBULEAC (VIVDICI), A., Tendințe globale în educație și impactul lor asupra dezvoltării învățământului din Republica Moldova. In: *Acta et Commentationes, Științe ale Educației*, 2021, nr.1(23), pp. 97-105, ISSN 1857-0623.
21. CRISTEA S. Pedagogia digitală. In: *Didactica Pro..*, 2023, nr. 2-3(138-139), p. 96-100. ISSN 1810-6455.
22. BRAICOV, A. New challenges in mathematics and computer science education: case study - Republic of Moldova. In: *Proceedings of the 31th Conference on Applied and Industrial Mathematics*, CAIM 2024, Oradea, România, 19-22 septembrie 2024. Oradea: Universitatea din Oradea, 2024, pp. 39-41. ISSN 3061-3477. [online] [citat 05.12.2024]. Disponibil: https://www.romai.ro/src/library/ProcEduCAIM_2024.pdf.

23. CHIRIAC, T. Digital pedagogy: dimensions and conceptual benchmarks. In: *Proceedings of the 31th Conference on Applied and Industrial Mathematics, CAIM 2024*, Oradea, România, 19-22 septembrie 2024. Oradea: Universitatea din Oradea, 2024, pp. 78-85. ISSN 3061-3477. [online] [citat 05.12.2024]. Disponibil: https://www.romai.ro/src/library/ProcEduCAIM_2024.pdf.
24. GLOBA, A., Metode interactive utilizate în învățământul uniersitar. In: *Acta et commentationes, Științe ale Educației*, 2022, nr. 1(27), pp.45-54. ISSN 1857-0623. [online] [citat 10.06.2023]. Disponibil: https://ibn.idsi.md/sites/default/files/imag_file/45-54_10.pdf.
25. BOSTAN, C.-G. Digital pedagogy, a new trend in education. In: *Materialele Conferinței „Învățarea activă pentu dezvoltarea durabilă 2024”*. Chișinău, 15 noiembrie 2024. Chișinău: UST, 2024, pp. 9-17. ISBN 978-9975-46-989-0. [online] [citat 30.01.2025]. Disponibil: https://ibn.idsi.md/vizualizare_articol/220658.
26. FULEA, T. Tehnologii informaționale în procesul de predare-învățare a informaticii. tz. de doctor în pedagogie. Chișinău, 2006, 169 p.
27. BAELO, R., CANTÓN, I. Tehnologiile informației și comunicațiilor în învățământul superior. In: *Revista IberoAmericana de Educación*, 2009, vol. 50, nr. 7, pp. 1-12. ISSN 1681-5653. [online] [citat 12.05.2020]. Disponibil: <https://rieoei.org/RIE/article/view/1965/2984>.
28. АВРМЕНКО, И. В., Педагогические инновационные технологии в современном образовании. In: *Современная педагогическая наука и образование в России: наследие, традиции, прогнозы: материалы Международной научно-практической конференции*, 2016. Москва: Издательство Просвещение, с. 16-20.
29. БАЛАЛИЕВА, Ш., Б. Информационные технологии в образовании. In: *Функционально-дифференциальные уравнения и их основные аспекты: сборник материалов II Международной научно-практической конференции*, Махачкала, 2016. Махачкала: Дагестанский государственный университет, 2017, pp. 64-66.
30. ВАЗЕТДИНОВА, А., Р., ПРОШКИНА, О., В. Информационные технологии как фактор повышения качества образования. In: *Перспективы, организационные формы и эффективность развития сотрудничества российских и зарубежных ВУЗов: сборник материалов VIII ежегодной международной научно-практической конференции*, Москва, 09.04.2020. Москва: Издательство МГУ, 2020, с. 109-115. ISBN: 978-5-907330-22-1.
31. РУДНЕВА, И., Г., НАГАЙЦЕВА, И., А., МИРОШИНА, И., Е. Интерактивные технологии в математическом профессиональном образовании. In: *Материалы LXI отчетной научной конференции преподавателей и научных сотрудников ВГУИТ за*

- 2022 год. Воронеж, 08-09.02.2023. Воронеж: ВГУИТ, 2023б с. 73. УДК: 378:001.891(04).
32. ФРОЛОВА, О., А., КОБЕРНИК, Ю., О. Инновационные образовательные технологии и контроль знаний в дистанционном образовании. In: Innovation science: сборник научных трудов по материалам IV международной научно-практической конференции. Смоленск, 20.04.2020. Смоленск: СмолГУ, 2020, с. 15-18. УДК: 378.147
 33. ЧОШАНОВ, М. А. Е-дидактика: Новый взгляд на теорию обучения в эпоху цифровых технологий. In: *Информатика и образование*, 2013, с. 1-5. [online] [citat 10.05.2018] Disponibil: <https://cyberleninka.ru/article/n/e-didaktika-novyy-vzglyad-na-teoriyu-obucheniya-v-epohu-tsifrovyyh-tehnologiy/viewer>.
 34. ALLAYAROVA, S. The role and responsibilities of master of education in teaching technology. In: *Bulletin of Science and Practice*. 2022, vol. 8. nr. 3, pp. 405-407.
 35. ABDULLAYEV, A., A. System of information and communication technologies in the education. In: *Science and World*, 2020, nr. 5-2 (81). pp. 19-20.
 36. SAPAROV, G., AKYEVA A. Innovative technologies are an integral part of modern education. In: *Современные исследования: теория, практика, результаты: сборник материалов VI Международной научно-практической конференции*, Москва, 2024. Москва: Издательство МГУ, 2024, с. 25-29.
 37. LUPU, I., CABAC, V. Apariția și devenirea didacticii universitare: impactul tehnologiei informației și a comunicațiilor. In: *Acta et commentationes, Științe ale Educației*. 2017, nr. 1(10), pp. 11-20. ISSN 1857-0623. [online] [citat 20.05.2020] Disponibil: https://ibn.idsi.md/sites/default/files/imag_file/11_20_Aparitia%20si%20devenirea%20didacticii%20universitare_impactul%20tehnologiei.pdf.
 38. SILISTRARU, N. Tehndințe și orientări în didactica universitară. In: *Proceedings of the Conference „Reconceptualizarea formării inițiale și continue a cadrelor didactice din perspectiva interconexiunii învățământului modern general și universitar”*. Chișinău, 27-28 octombrie 2017. Chișinău: UST, 2017, vol. I, pp.11-16. ISBN 978-9975-76-214-4.
 39. GHEORGHIU, G. Instrumente TIC destinate elaborării materialelor didactice. Târgoviște: Universitatea „Valahia”, 2015. 150 p.
 40. КУДРЯШОВА, Т. Г., ШУРУП, А. С. О модернизации системы итоговой аттестации выпускников школ. In: Вестник Московского университета. Серия 20: Педагогическое образование, 2023, vol. 21, nr. 1, pp. 18-39. ISSN 2073-2635.
 41. BAKIROVA, A., YU., IBRAYEV, B., M. Didactic principles of using information technologies on monitoring quality of higher education. In: *Исследователь года 2023:*

- сборник статей III Международного научно-исследовательского конкурса. Петрозаводск, 10.12.2023. pp. 9-16. [online] Disponibil: <https://m.sciencen.org/assets/Kontent/Konkursy/Arhiv-konkursov/NIK-326.pdf>.
42. KOZULINA, N., S. To the issue of information pedagogical technologies use in the higher education system. In: *Цифровые технологии в юриспруденции: генезис и перспективы: материалы I Международной межвузовской научно-практической конференции*. Москва, 28.02.2020. с. 242-248.
 43. KOSOV, M.E., MALASHENKO, G.T., FRUMINA, S.V., GRISHINA, O.A., POLYAKOVA, O.A., ALANDAROV, R.A., PONKRATOV, V.V., SHMIGOL, N.S., DZUSOVA, S.S., ABBOOD A.A. Increasing the effectiveness of pedagogical technologies in education: psychological experience of technological change management. In: *Emerging Science Journal*, 2023, vol. 7, nr. special, pp. 49-63. ISSN 2610-9182.
 44. CALMUȚCHI, L., HARITON, A., COJOCARU, I. Tehnologii didactice moderne. In: *Proceedings of the Conference „Prerogativele învățământului preuniversitar și universitar în contextul societății bazate pe cunoaștere”*, vol. II, Chișinău, 2014. Chișinău: UST, 2014, pp. 3-10. ISBN 978-9975-76-134-5.
 45. CABAC, V. Modalitățile de formare și dezvoltare a competențelor profesionale în medii digitale. In: *Proceedings of the Conference „The use of modern educational and informational technologies for the training of professional competences of the students in higher education institutions”*. Bălți, 7-8 decembrie 2018. Bălți: USARB, 2018, pp.6-13. ISBN 978-9975-3276-0-2. [online] [citat 12.11.2021] Disponibil: https://ibn.idsi.md/sites/default/files/imag_file/6-13_3.pdf.
 46. GREMALSCHI, A., Modernizarea învățământului preuniversitar prin implementarea pe scară largă a tehnologiei informației și a comunicațiilor. In: *Didactica Pro...*, 2010, nr. 6(64), pp. 2-5. ISSN 1810-6455.
 47. GREMALSCHI A. *Ghid metodic pentru implementarea metodelor de instruire asistată de calculator*. Chișinău: PNUD Moldova, 2021. 100 p. [online] [citat 12.10.2022] Disponibil: https://www.undp.org/sites/g/files/zskgke326/files/migration/md/GHID-RO_pedagogic.pdf.
 48. PAVEL, M. *Formarea inițială a viitorilor învățători prin utilizarea tehnologiilor informaționale și comunicațiilor*: tz. de doct. în științe pedagogice. Chișinău: UST, 2015. 191 p.
 49. PAVEL, M., PAVEL, D. Metodologia cercetării în domeniul tehnologiilor informaționale în educație. In: *Acta et commentationes, Științe ale Educației*, 2023, nr. 2(32), pp. 81-92. ISSN 1857-0623.
 50. BRAICOV, A. Impactul facultății Fizică, Matematică și Tehnologii informaționale asupra învățământului superior din Republica Moldova. In: *Proceedings of the Symposium „Două*

- maluri ale Nistrului – un viitor comun*”, Chișinău, 9-10 iulie 2022. Chișinău: UST, 2022, p. 66. ISBN 978-9975-76-407-0.
51. BRAICOV, A., POPOVICI, I. Necesitatea utilizării TIC în formarea competenței de comunicare. In: *Proceedings of the Conferința Republicană a Cadrelor Didactice*, Chișinău, 10-11 martie 2018. Chișinău: UST, 2018, vol. I, pp. 268-273. ISBN 978-9975-76-229-8. [online] [citat 20.01.2022]. Disponibil: https://ibn.idsi.md/sites/default/files/imag_file/Materialele%20Conferintei%20Republicane%20a%20Cadrelor%20Didactice_Vol_I_2018-268-273.pdf.
 52. MIHĂLACHE, L. *Abordări metodice privind aplicarea complexă a tehnologiilor computaționale în procesul de predare-învățare a compartimentului „Modelare și metode de calcul” în cursul liceal de informatică*: tz. de doct. în pedagogie. Chișinău: UST, 2013. 170 p.
 53. GLOBA, A. Abordări metodice privind implementarea noilor tehnologii informaționale în procesul de studiere a disciplinei universitare „Tehnici de programare”: tz. de doct. în științe pedagogice. Chișinău: UST, 2016. 211 p.
 54. VASCAN, T. *Dezvoltarea competențelor profesionale inițiale la informatică în baza corelării optime a conținuturilor de matematică și informatică*: tz. de doct. în științe pedagogice.. Chișinău: UST, 2019. 151 p. ISBN 978-9975-762779.
 55. POPOV, L. Tehnologii informaționale și modern în instruire. In: *Proceedings of the Colloquium „Orientări actuale în cercetarea doctorală”*, ed. a 5-a, Bălți, 4 decembrie 2015. Bălți: USARB, 2015, pp. 25-37. ISBN 978-9975-3145-8-9.. [online] [citat 0.11.2018]. Disponibil: https://ibn.idsi.md/sites/default/files/imag_file/25-37.pdf.
 56. PATRAȘCU, D. *Tehnologii educaționale*. Chișinău: Tipografia centrală, 2005. 704 p. ISBN 9975-78-379-1.
 57. REPUBLICA MOLDOVA. Ministerul Dezvoltării Economice și Digitalizării. *Strategia de transformare digitală 2023-2030*. Chișinău: MDED, 2023. [online] [citat 05.02.2024]. Disponibil https://mded.gov.md/wp-content/uploads/2023/11/STD_RO.pdf.
 58. REPUBLICA MOLDOVA. Hotărârea Guvernului nr. 811 din 29.11.2015 cu privire la Programul național de securitate cibernetică a Republicii Moldova pentru anii 2016-2020. In: *Monitorul Oficial al Republicii Moldova*, 2015, nr. 322-328, art. 905. [online] [citat 05.02.2024]. Disponibil: https://www.legis.md/cautare/getResults?doc_id=110324&lang=ro.
 59. СКИБИЦКИЙ, Э. Г., ДАВЫДОВ, В.В., РУБЦОВ, В.В. О роли педагога в процессе обучения с применением компьютерной техники. Новосибирск: Издательство НГУ, 1993. 150 p.
 60. DUMBRAVEANU, R., *Tehnologiile informaționale și de comunicare în educație*. In: *Fizica și Tehnologii Moderne*, 2005, nr. 1-2, pp. 108-112. ISSN 1810-6498.

61. LUPU, I., ZASTÎNCEANU, L. Impactul instruirii asistate de calculator asupra calității învățământului matematic. In: *Studia Universitatis*, 2010. nr. 5(35), pp. 257-259. ISSN 1857-2103.
62. NASLAU, P., NEGREA, R., CADARIU, L. *Matematici asistate de calculator: Matlab, Mathcad, Mathematica, Maple, Derive*. Timișoara: Politehnica, 2007. 754 p. ISBN 973-625-234-5.
63. GERHARD, J., KOTSIREAS, I. Maple in mathematics education and research. In: *Third Maple Conference, MC 2019*, Waterloo, Ontario, Canada, October 2019. Cham: Springer, 2020, pp. 376-380. ISBN 978-3-030-41257-9.
64. КИРСАНОВ, М.Н. *Графы в Maple. Задачи, алгоритмы, программы*. Москва: Физматлит, 2007. 168 с. ISBN 5-7046-1168-0.
65. ДЪЯКОНОВ, В.П. *Mathematica 5.1/5.2/6: Программирование и математические вычисления*. Москва: ДМК Пресс, 2008. 573 с. ISBN 5-94074-405-2.
66. OSIPOV, V. *Metodologia studierii matematicii în instituții cu profil tehnic prin intermediul noilor tehnologii informaționale*: tz. de doctor în pedagogie. Chișinău, 2012. 161 p.
67. OSIPOV, V. Bazele metodologice de utilizare a sistemului electronic integrat Maple la studierea matematicii. In: *Studia Universitatis Moldavie (Seria Științe ale Educației)*, 2010, nr. 5(35), pp. 263-267. ISSN 1857-2103.
68. BLAJINA, O. *Maple în matematică asistată de calculator*. Chișinău: Editura Albastră, 2001. 428 p. ISBN 973-650-007-1.
69. ХАЛИДОВА, О., Х., ОЛЕНЕВ, А.А. Применение СКА Maple на примере изучения основ «Теории Чисел». In: *Международный студенческий научный вестник*. 2018, № 6, pp. 1-10. ISSN 2409-529X. [online]. Disponibil: URL: <https://eduherald.ru/ru/article/view?id=19243>.
70. АБДУРАХМАНОВ, А., Г. Применение математических пакетов в образовании на примере математического пакета Maple. In: *Экономика и социум*, 2021, nr. 3(82), pp. 761-766. ISSN 2225-1545.
71. ШЕВЧЕНКО, А., С. Использование систем компьютерной алгебры для повышения качества знаний при изучении дисциплины «Численные методы». In: *Мир науки. Педагогика и психология*, 2020, nr. 8(4), pp. 1-17. ISSN 2658-6282.
72. GREMALSCHI, A., CHIRIAC, L., CHIRIAC, E. [et al.], coordonator CHIRIAC L. *Reconceptualizarea procesului de studiere a științelor reale din perspectiva inter/transdisciplinarității și valorificării educației STEAM*, Chișinău: Bons Offices, 2023. 80 p. ISBN 978-5-36241-116-9.
73. CABAC, V., Practica dezvoltării și evaluării competențelor în educația STEM. In: *Materialele Conferinței Științifice Internaționale „Abordări inter/transdisciplinare în*

- predarea științelor reale, (concept STEAM)*”, ed. a 4-a, 1-2 noiembrie 2024. Chișinău: UPSC, pp. 23-48. ISBN 978-5-86654-132-4.
74. VEVERIȚA, T., PAVEL, M., VASCAN, T. *Metodologia implementării conceptului STEAM în clasele I-IV*. Chișinău: CEP UPSC, 2023. 74 p. ISBN 978-9975-46-809-1.
 75. CHIRIAC, L., MIHĂLACHE, L., COZMA, D., [et. al.] *Elaborarea și rezolvarea modelelor matematice*. Chișinău: CEP UPSC, 2023. 94 p. ISBN 978-9975-46-808-4.
 76. CHIRIAC, L., LUPAȘCO, N., PAVEL, M. [et. al.] *Robotica, mecatronica și drone educaționale: Ghid metodic pentru studenți și profesori*. Chișinău: Tipografia Centrală, 2022, 199 p. ISBN 978-5-88554-078-0.
 77. CHIRIAC, L., VEVERIȚA, T., PAVEL, M., [et al.], coordonator științific CHIRIAC L. *Evaluarea procesului de studiere a științelor reale și ale naturii din perspectiva inter/transdisciplinarității, concept STEAM*. Chișinău: Tipografia centrală, 2020. 252 p. ISBN 978-9975-117-50-0.
 78. GASNAȘ, A. GLOBALA, A. Laboratorul clasa viitorului pentru explorarea modalității de predare-învățare în tendințe STEM. In: *Materialele conferinței științifice „Abordări inter/transdisciplinare în predarea științelor reale, (concept STEAM)”*, 29-30 octombrie 2021. Chișinău: UST, 2021, pp. 242-248. ISBN 978-9975-76-356-1.
 79. *Crearea laboratoarelor de studii și a spațiilor inovative de învățare: Ghid pentru organizarea laboratoarelor „Clasa Viitorului” și desfășurarea activităților STEAM*. Coordonator CHIRIAC L. Chișinău: UST, 2022. 59 p. ISBN 978-5-88554-084-1.
 80. BOCANCEA, V. Promovarea activităților STEM/STEAM. In: *Materialele conferinței științifice internaționale „Abordări inter/transdisciplinare în predarea științelor reale, (concept STEAM)”*, ed. a 2-a, 28-29 octombrie 2022. Chișinău: UST, 2022. pp. 379-382. ISBN 978-9975-76-411-7. [online] [cit. 04.04.2023] Disponibil: <http://dir.upsc.md:8080/xmlui/handle/123456789/4964>.
 81. CHIRIAC, T. Principii și repere pedagogice ale educației STEM. In: *Materialele conferinței științifice internaționale „Abordări inter/transdisciplinare în predarea științelor reale, (concept STEAM)”*, ed. a 2-a, 28-29 octombrie 2022. Chișinău: UST, 2022. pp. 245-256. ISBN 978-9975-76-411-7. [online] [cit. 04.04.2023] Disponibil: <http://dir.upsc.md:8080/xmlui/handle/123456789/4926>.
 82. GASNAȘ, A. Informatica și conceptul STEAM. In: *Materialele conferinței științifice internaționale „Abordări inter/transdisciplinare în predarea științelor reale, (concept STEAM)”*, ed. a 2-a, 28-29 octombrie 2022. Chișinău: UST, 2022. pp. 286-292. ISBN 978-

- 9975-76-411-7. [online] [citat 04.09.2023] Disponibil: <http://dir.upsc.md:8080/xmlui/handle/123456789/4948>.
83. VASCAN, T. Învățarea bazată pe proiecte – o metodă de implementare a abordării STEAM în educație. In: *Materialele Conferinței Republicane a Cadrelor Didactice*, 26-27 februarie 2022. vol. 1, Didactica științelor exacte. Chișinău: UST, pp. 324-329. ISBN 978-9975-76-383-7. [online] [citat 04.04.2023] Disponibil: <http://dir.upsc.md:8080/xmlui/handle/123456789/5172>.
84. BOSTAN, M. Aspecte didactice în pregătirea experimentului pedagogic privind implementarea TIC în predarea cursului universitar „Teoria Grafurilor”. In: *Book of Abstracts of International Symposium „Actual Problems of mathematics and Informatics”*, dedicated to the 90th Birthday of Professor Ion Valuță, 27-28 noiembrie 2020. Chișinău: UST, 2021, pp. 129-129. ISBN 978-9975-45-677-7. [online] Disponibil: https://ibn.idsi.md/sites/default/files/imag_file/129-129_21.pdf.
85. BOSTAN, M. Repere privind pregătirea și desfășurare experimentului pedagogic privind implementarea noilor tehnologii informaționale în predarea cursului universitar „Teoria grafurilor”. In: *Materialele Conferinței Științifice Naționale cu Participare Internațională „Învățământul superior: tradiții, valori, perspective”*, 29-30 septembrie 2020, vol. I, Științe exacte și ale naturii și Didactica științelor exacte și ale naturii. Chișinău: UST, 2020, pp. 215-218. ISBN 978-9975-76-312-7. [online] Disponibil: https://ibn.idsi.md/sites/default/files/imag_file/215-218_16.pdf.
86. CHIRIAC, L., BOSTAN, M. *Elemente de Teoria Grafurilor*, Chișinău: Tipografia centrală, 2022, 316 p. ISBN 978-5-88554-150-3.
87. REPUBLICA MOLDOVA. Biroul Național de Statistică. Femeile și bărbații în sectorul Tehnologiei Informației și Comunicațiilor (TIC): studiu analitic. Chișinău: BNS, 2019. 60 p. [online] [citat 10.10.2020]. Disponibil: https://statistica.gov.md/files/files/publicatii_electronice/Femei_barbati_TIC/Studiu_analitic_Femei_Barbati_TIC.pdf.
88. REPUBLICA MOLDOVA. Cancelaria de Stat. Notă de concept privind viziunea Strategiei Naționale de Dezvoltare „Moldova 2030”. Chișinău: Cancelaria de Stat, 2018. 86 p. [online] [citat 20.11.2022]. Disponibil: <https://singerei.educ.md/wp-content/uploads/sites/31/2017/12/vvvv.pdf>.
89. BOSTAN, M. *Aspecte istorice în procesul de studiere a teoriei grafurilor*. In: *Didactica PRO...*, 2023, nr. 5-6 (141-142), pp. 78-82, ISSN 1810-6455. [online] Disponibil: https://ibn.idsi.md/sites/default/files/imag_file/78-82_36.pdf.

90. STELLARIUM. Stellarium Web Engine. [online] [citat 27.04.2023]. Disponibil: <https://stellarium-web.org/>.
91. ОРЕ, О. *Теория графов*. Москва: Наука, 1980. 336 с. [online], [citat 06.09.2017]. Disponibil: https://www.phantastike.com/math/teoriya_grafov/pdf/.
92. БЕРЕЗИНА, Л.Ю. *Графы и их применение*. yd. a 2-a, rev. și compl. Москва: Либроком, 2009. 146 с. ISBN 978-5-397-00622-4.
93. БЕРЖ, К. *Теория графов и её применение*. Москва: Иностранная литература, 1962. 320 с.
94. BIGGS, N.,L., LLOYD, E.,K., WILSON, R.,J. *Graph Theory 1736-1936*. Oxford: Clarendon Press, 1986. 239 p. ISBN 0-19-853916-9.
95. ДОНЕЦ, Г.А. *Алгебраический подход к проблеме раскраски плоских графов*. Киев: Наукова думка, 1982. 144 с.
96. САМОХИН, А. В. Проблема четырёх красок: неоконченная история доказательства. In: *Социальные и гуманитарные науки*, 2000, nr. 7, с. 91-96.
97. TĂNĂSESCU, G-V. Domenii de aplicabilitate ale teoriei grafurilor. Elemente pentru abordări interdisciplinare. In: *ITeach: Experiențe didactice*, 2019, nr. 97, pp. 4-6. ISSN 2247-966X. [online], [citat 10.12.2019]. Disponibil: <https://iteach.ro/experiencedidactice/wp-content/experiente-didactice/9-2019.pdf>.
98. ENCYCLOPÆDIA BRITANNICA. Social change. In: *Encyclopædia Britannica*. [online] [citat 12.11.2022]. Disponibil: <https://www.britannica.com/topic/social-change>.
99. BOSTAN, Marina. Utilizarea platformelor de învățare online în implementarea proiectelor STEAM. In: *Materialele Conferinței Științifice Internaționale „Abordări inter/transdisciplinare în predarea științelor reale, (concept STEAM)”*, ed. a 4-a, 1-2 noiembrie 2024. Chișinău: UPSC, 2024, pp. 258-263. ISBN 978-5-86654-132-4. [online] Disponibil: https://ibn.idsi.md/sites/default/files/imag_file/258-263_13.pdf.
100. BOSTAN, Marina, Integrarea teoriei grafurilor în educație prin abordare STEAM. In: *Proceedings of the 31th Conference on Applied and Industrial Mathematics, CAIM 2024*, Oradea, România, 19-22 septembrie 2024. Oradea: Universitatea din Oradea, 2024, pp. 32-38, ISSN 3061-3477. [online] Disponibil: https://www.romai.ro/src/library/ProcEduCAIM_2024.pdf.
101. CHIRIAC, L., LUPAȘCO, N., MIHĂLACHE, L., BOSTAN, M. Abordări interdisciplinare la studierea „Teoriei grafurilor”. In: *Materialele Conferinței Republicane a Cadrelor Didactice*, 27-28 februarie 2021, vol. I, Didactica științelor exacte. Chișinău: UST, 2021, pp. 123-128. ISBN 978-9975-76-318-9. [online] Disponibil: https://ibn.idsi.md/sites/default/files/imag_file/123-128_15.pdf.

102. POSTOLACHI, I., BALMUȘ, N., **BOSTAN, M.** Aplicarea Teoriei grafurilor în fizică. In: *Materialele Conferinței Științifice Internaționale „Abordări inter/transdisciplinare în predarea științelor reale, (concept STEAM)”*, ed. a 2-a, 28-29 octombrie 2022. Chișinău: UST, 2022, pp. 449-457. ISBN 978-9975-76-411-7. [online] Disponibil: https://ibn.idsi.md/sites/default/files/imag_file/449-457.pdf.
103. SILISTRARU, N., GOLUBIȚCHI, S. *Pedagogia învățământului superior: Ghid metodologic*. Chișinău: UST, 2013, 192 p. ISBN 978-9975-76-102-4.
104. Universitatea de Stat din Moldova. Planuri de studii. Chișinău: USM, 2019. [online] [citât 15.10.2019]. Disponibil: <https://usm.md/ro/planuri-de-studii>.
105. Universitatea de Stat din Moldova. Plan de învățământ: Informatică. Chișinău: USM, 2022. 10 p. [online] [citât 15.10.2022]. Disponibil: https://usm.md/wp-content/uploads/0613_4-Informatica.pdf.
106. Universitatea de Stat din Moldova. Plan de învățământ: Informatică aplicată. Chișinău: USM, 2022. 10 p. [online] [citât 15.10.2022]. Disponibil: <https://usm.md/wp-content/uploads/0613.5-Informatic%C4%83-aplicat%C4%83-1.pdf>.
107. Universitatea de Stat din Moldova. Plan de învățământ: Matematică. Chișinău: USM, 2022. 10 p. [online] [citât 12.10.2022]. Disponibil: <https://usm.md/wp-content/uploads/0114.1-Matematica.pdf>.
108. Universitatea de Stat din Moldova. Plan de învățământ: Matematică. Chișinău: USM, 2022. 10 p. [online] [citât 12.10.2022]. Disponibil: <https://usm.md/wp-content/uploads/0541.1-Matematic%C4%83-1.pdf>.
109. Universitatea de Stat din Moldova. Plan de învățământ: Matematică aplicată. Chișinău: USM, 2022. 10 p. [online] [citât 12.10.2022]. Disponibil: <https://usm.md/wp-content/uploads/0541.2-Matematici-aplicate-1.pdf>.
110. Universitatea de Stat din Moldova. Plan de învățământ: Tehnologia informației. Chișinău: USM, 2018. 10 p. [online] [citât 12.10.2022]. Disponibil: <https://usm.md/wp-content/uploads/Tehnologia-informatiei1.pdf>.
111. Universitatea Tehnică a Moldovei. Planuri de studii. Chișinău: UTM, 2019. [online] [citât 15.10.2019]. Disponibil: www.utm.md.
112. Universitatea Tehnică a Moldovei. Plan de învățământ: Managementul informației. Chișinău: UTM, 2021. 10 p. [online] [citât 15.10.2019]. Disponibil: <https://utm.md/wp-content/uploads/2021/05/MI.pdf>.

113. Universitatea Tehnică a Moldovei. Plan de învățământ: Informatică aplicată. Chișinău: UTM, 2021. 10 p. [online] [citat 15.10.2019]. Disponibil: <https://utm.md/wp-content/uploads/2021/05/IA.pdf>.
114. Universitatea Tehnică a Moldovei. Plan de învățământ: Calculatoare și rețele. Chișinău: UTM, 2021. 10 p. [online] [citat 15.10.2019]. Disponibil: <https://utm.md/wp-content/uploads/2021/05/CR.pdf>.
115. Universitatea Tehnică a Moldovei. Plan de învățământ: Tehnologia informației. Chișinău: UTM, 2021. 10 p. [online] [citat 15.10.2019]. Disponibil: <https://utm.md/wp-content/uploads/2021/05/TI.pdf>.
116. Universitatea Tehnică a Moldovei. Plan de învățământ: Securitate informațională. Chișinău: UTM, 2021. 10 p. [online] [citat 15.10.2019]. Disponibil: <https://utm.md/wp-content/uploads/2021/07/SI-2.pdf>.
117. Universitatea Tehnică a Moldovei. Plan de învățământ: Ingineria software. Chișinău: UTM, 2021. 10 p. [online] [citat 15.10.2019]. Disponibil: <https://utm.md/wp-content/uploads/2021/05/IS.pdf>.
118. Universitatea Tehnică a Moldovei. Plan de învățământ: Electronică. Chișinău-Chroma: UTM, 2021. 10 p. [online] [citat 15.10.2019]. Disponibil: https://utm.md/wp-content/uploads/2021/10/FCIM_EA-2021.pdf.
119. Universitatea Tehnică a Moldovei. Plan de învățământ: Microelectronică și nanotehnologii. Chișinău: UTM, 2021. 10 p. [online] [citat 15.10.2021]. Disponibil: <https://utm.md/wp-content/uploads/2021/05/MN.pdf>.
120. Universitatea Tehnică a Moldovei. Plan de învățământ: Automatică și informatică. Chișinău: UTM, 2021. 10 p. [online] [citat 15.10.2021]. Disponibil: <https://utm.md/wp-content/uploads/2021/05/AI.pdf>.
121. Universitatea Tehnică a Moldovei. Plan de învățământ: Robotică și mecatronică. Chișinău: UTM, 2021. 10 p. [online] [citat 15.10.2021]. Disponibil: <https://utm.md/wp-content/uploads/2021/05/RM.pdf>.
122. Academia de Studii Economice din Moldova. Planuri de studii. Chișinău: ASEM, 2020. [online] [citat 16.10.2020]. Disponibil: www.ase.md.
123. Academia de Studii Economice din Moldova. Plan de învățământ: Tehnologia informației. Chișinău: ASEM, 2020. 10 p. [online] [citat 16.10.2020]. Disponibil: <https://old.ase.md/files/planuri/2020/zi/TI.pdf>

124. Academia de Studii Economice din Moldova. Plan de învățământ: Informatică aplicată. Chișinău: ASEM, 2020. 10 p. [online] [citat 16.10.2020]. Disponibil: <https://old.ase.md/files/planuri/2020/zi/InfA.pdf>
125. Universitatea de Stat „Alec Russo” din Bălți. Planuri de studii. Bălți: USARB, 2021. [online] [citat 18.09.2021]. [online] Disponibil: <https://usarb.md/>.
126. Universitatea de Stat „Alec Russo” din Bălți. Plan de învățământ: Informatică. Bălți: USARB, 2021. 10 p. [online] [citat 18.09.2021]. Disponibil: https://media.usarb.md/wp-content/uploads/2021/09/Plan_licenta_0613.4_IS_ZI.pdf.
127. Universitatea de Stat din Tiraspol. Planuri de studii. Chișinău: UST, 2021. [online] [citat 20.09.2021]. (vechi: <https://ust.md/procesul-de-studii/planuri-de-invatamant/>) Disponibil: <https://upsc.md/studii/programe-planuri/licenta/>.
128. Universitatea de Stat din Tiraspol. Plan de învățământ: Informatică. Chișinău: UST, 2021. 10 p. [online] [citat 20.09.2021]. Disponibil: <https://drive.google.com/file/d/1wacPgPahY6HpsmKb6s7bBgD1xjbwwFkg/view>.
129. Universitatea de Stat din Tiraspol. Plan de învățământ: Informatică. Chișinău: UST, 2019. 10 p. [online] [citat 20.09.2019]. Disponibil: https://drive.google.com/file/d/18fL9k8X0T_jDmWN8j0w7QZC7bJkHE2AI/view.
130. Universitatea de Stat din Tiraspol. Informatică și matematică, Plan de învățământ, UST. [online] [citat 20.09.2021]. Disponibil: <https://ust.upsc.md/wp-content/uploads/2021/01/Informatica-si-matematica-240-cr.pdf> (Anexa 9).
131. Universitatea de Stat din Tiraspol. Plan de învățământ: Informatică și matematică. Chișinău: UST, 2021. 10 p. [online] [citat 20.09.2021]. Disponibil: <https://drive.google.com/file/d/1jjEEO-1qLtsKeVe78HsswRr1LUzGFwU8/view>.
132. Universitatea de Stat din Tiraspol. Plan de învățământ: Fizică și informatică. Chișinău: UST, 2021. 10 p. [online] [citat 20.09.2021]. Disponibil: <https://drive.google.com/file/d/1uml0MmusxO7o7S1iPxz6ZEsVqeUh1fxs/view>.
133. Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă” din Chișinău. Planuri de învățământ. Chișinău: UPSC, 2019. [online] [citat 20.09.2019]. Disponibil: <https://upsc.md/studii/programe-planuri/licenta/>.
134. Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă” din Chișinău. Plan de învățământ: Informatică. Chișinău: UPSC, 2017. 10 p. [online] [citat 20.09.2019]. Disponibil: https://old.upsc.md/wp-content/uploads/2018/12/stud_fac_se_prog_stud_ise_2017.pdf

135. Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă” din Chișinău. Plan de învățământ: Informatică. Chișinău: UPSC, 2013. 10 p. [online] [citat 20.09.2019]. Disponibil: https://old.upsc.md/wp-content/uploads/2017/03/stud_fac_se_prog_stud_inform_2013.pdf
136. Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă” din Chișinău. Plan de învățământ: Matematică și informatică. Chișinău: UPSC, 2018. 10 p. [online] [citat 20.09.2019]. Disponibil: https://old.upsc.md/wp-content/uploads/2018/12/stud_fac_se_prog_stud_mi_2018.pdf
137. Universitatea Alexandru Ioan Cuza din Iași. Programe de studii. Iași: UAIC, 2020. [online] [citat 03.08.2020]. Disponibil: <https://www.info.uaic.ro/programe-studii/>.
138. Universitatea Alexandru Ioan Cuza din Iași. Plan de învățământ: Informatică. Iași: UAIC, 2020. 10 p. [online] [citat 03.08.2020]. Disponibil: <https://profs.info.uaic.ro/~webdata/planuri/2020/BSc-ro.pdf>
139. Universitatea Alexandru Ioan Cuza din Iași. Plan de învățământ: Matematică-informatică. Iași: UAIC, 2020. 10 p. [online] [citat 04.02.2020]. Disponibil: https://www.math.uaic.ro/index.php?lb=0&cod=0&id=5012&cs=&cod_spec=MI&s=2020
140. Universitatea Politehnică din București. Planuri de învățământ. București: UPB, 2022. [online] [citat 04.02.2022]. Disponibil: <http://www.imst.pub.ro/index.php/ro/licenta/planuri-de-invatamant>.
141. Universitatea Politehnică din București. Plan de învățământ: Informatică industrială. București: UPB, 2021. 10 p. [online] [citat 04.02.2022]. Disponibil: http://www.imst.pub.ro/Upload/2020/2021-2022/planuri_licenta/06_FIIR_L_II_2021-2025.pdf
142. Universitatea Tehnică din Cluj-Napoca. Cluj-Napoca: UTCluj, 2021. [online] [citat 05.12.2021]. Disponibil: www.utcluj.ro.
143. Universitatea Tehnică din Cluj-Napoca. Planuri de învățământ 2020-2021, UTCLUJ. [online] [citat 05.12.2021]. Disponibil: <https://ac.utcluj.ro/planuri-de-invatamant.html>.
144. Universitatea Tehnică din München. Planuri de studii: Informatică. München: TUM, 2018. 10 p. [online] [citat 10.03.2020]. Disponibil: <https://fragdenstaat.de/files/foi/713635/bsc-moduliste-po20181-stand-25-04-2022.pdf?download>.
145. Universitatea din Heidelberg. Planuri de studii: Matematică și informatică. Heidelberg: Uni Heidelberg, 2019. 10 p. [online] [citat 10.03.2020]. Disponibil: https://webapps.urz.uni-heidelberg.de/uv_studium/assets/VVZ-UniHD-20191-MathInfFak.pdf.
146. Institutul de Tehnologii din Massachusetts. Planuri de studii: Matematică. Cambridge, MA: MIT, 2020. [online] [citat 10.03.2020]. Disponibil: <https://catalog.mit.edu/schools/science/mathematics/#subjecttext>.

147. Московский Педагогический Государственный Университет. Учебный план: Информатика и математика. Москва: МПГУ, 2021. 10 с. [online] [citat 12.10.2021]. Disponibil: <https://drive.google.com/drive/folders/1bxXRZCMnrm2-NqAMCaIDSWACyr2qGry>; <https://oc.mpgu.su/s/r6CXmY9a3ZfkLA4#pdfviewer>.
148. Московский Педагогический Государственный Университет. Учебный план: Прикладная информатика. Москва: МПГУ, 2021. 10 с. [online] [citat 12.10.2021]. Disponibil: https://drive.google.com/file/d/1ehMkiKhaZEsHCOdzHc9t7fA0Mia_y7xg/view- (Анеха 9.2).
149. Московский Педагогический Государственный Университет. Планы учебных программ. Москва: МПГУ, 2020. [online] [citat 12.10.2020]. Disponibil: <https://mpgu.su/homempgu/>.
150. WOLFRAM RESEARCH. Wolfram Mathematica. [online] [citat 12.03.2022]. Disponibil: www.wolfram.com/mathematica/.
151. MATHWORKS. MATLAB. [online] [citat 20.03.2022]. Disponibil: www.mathworks.com/products/matlab.html.
152. CILAB ENTERPRISES. Scilab. [online] [citat 11.05.2022]. Disponibil: <http://www.scilab.org/>.
153. GRIN DEVELOPMENT TEAM. GRIN: Graph Interface. [online] [citat 12.04.2022]. grin-software.net/en/.
154. GRAPHVIZ DEVELOPMENT TEAM. Graphviz. [online] [citat 03.02.2022]. Disponibil: <https://graphviz.org/>.
155. GEPHI CONSORTIUM. Gephi: The Open Graph Viz Platform. [online] [citat 30.01.2022]. Disponibil: gephi.org/.
156. MAPLESOFT. Maple. Mathematics-based software & services for education, engineering, and research. [online] [citat 24.05.2022]. Disponibil: www.maplesoft.com.
157. **BOSTAN, M.** Metodologia aplicării sistemului electronic „Maple” în studierea cursului „Teoria grafurilor”. In: *Probleme ale științelor socioumanistice și modernizării învățământului: Materialele conferinței științifice anuale a profesorilor și cercetătorilor UPS „Ion Creangă”*, seria XXI, 22-23 martie 2018, vol. II. Chișinău: UPS „Ion Creangă”, 2018, pp. 242-250. ISBN 978-9975-46-376-8. [online] Disponibil: https://ibn.idsi.md/sites/default/files/imag_file/242-250_3.pdf.
158. **BOSTAN, M.** Metodologia implementării tehnologiilor informaționale în predarea cursului universitar „Teoria Grafurilor”. In: *Acta et Commentationes (Științe ale Educației)*,

- 2023, nr. 2(32), pp. 126-135. ISSN 1857-0623. [online] Disponibil: https://ibn.idsi.md/sites/default/files/imag_file/126-135_9.pdf.
159. **BOSTAN, M.** Aspecte metodice implementării soft-ului Maple în studierea cursului universitar „Teoria Grafurilor”. In: *Proceedings of the 30th Conference on Applied and Industrial Mathematics*, CAIM 2023, Iași, România, 14-17 septembrie 2023. Iași: Universitatea din Iași, pp. 27-33. ISBN 978-606-13-7848-7. [online] Disponibil: https://www.romai.ro/src/library/ProcEduCAIM_2023.pdf.
 160. Teoria grafurilor. Material educațional. [online] [cit 26.02.2023]. Disponibil: <http://campion.edu.ro/arhiva/index.php?page=sed&action=view&id=17>.
 161. Graph online development team. GraphOnline: Graph Visualization Tool. [online] [cit 12.04.2023]. Disponibil: www.graphonline.ru.
 162. Programforyou. Gaph redactor. [online] [cit 08.04.2023]. Disponibil: <https://programforyou.ru/graph-redactor>
 163. CS Academy. Graph Eitor. [online] [cit 10.05.2023]. Disponibil: https://csacademy.com/app/graph_editor/.
 164. STOICA, A. Beneficiile utilizării platformelor e-learning în predare-învățare. Arad: Școala Vremii, 2022. 58 p. ISBN 978-606-9067-80-2. [online], [cit 05.11.2022]. Disponibil: <https://ccdar.ro/wp-content/uploads/2022/03/BENEFICIILE-UTILIZARII-PLATFORMELOR-E-LEARNING-IN-PREDARE-INVATARE.pdf>.
 165. NECULAU, A. Nașterea și dezvoltarea psihologiei sociale în România. In: *Sociologie Românească*, 2004, vol. II, nr. 4, pp. 5-32. [online] [cit 14.05.2016]. Disponibil: <https://revistasociologieromaneasca.ro/sr/article/view/901/810>.
 166. ANTOCI, D., MAFTEUTA, D. Motivația pentru învățare în contexte educaționale. In: *Materialele Conferinței Republicane a Cadrelor Didactice Educație preșcolară și primară*. vol. 4, 1-2 martie 2019, Chișinău. Chișinău, Republica Moldova: Universitatea de Stat din Tiraspol, 2019, pp. 19-25. ISBN 978-9975-76-269-4.
 167. CRISTEA, S. *Studii de pedagogie generală*. București: Didactică și Pedagogică, 2009. 308 p. ISBN 978-973-3024-50-7.
 168. СОСЕДКО, О. А. *Активизация учебной деятельности студентов на основе применения информационных технологий (на примере изучения теории графов)*: тз. de doct. în pedgogie. Новосибирск, 1999, 162 с.
 169. BRAICOV, A. [et al]. ICT Enhanced Learning: How to Use ICT. In: Rutkauskiene D., Suk O., Gudoniene D. (Eds.) *ICT Enhanced Learning*. Kharkiv: Planeta print, 2017, pp. 151-192.

170. GLOBALA, A., GASNAȘ, A. Asigurarea calității formării inițiale a profesorilor de informatică prin integrarea TIC în procesul didactic. În: *Didactica Pro...*, 2020, nr. 4(122), pp. 1-10. ISSN 1810-6455.
171. POPOV, L. *Formarea și dezvoltarea competențelor digitale la studenții din domeniul socio-juridic prin utilizarea tehnologiilor interactive*. tz. de doct. în științe pedagogice. Chișinău: UST, 2020. 243 p.
172. БОГДАНОВА, В. А., КИРИЯК, Л. Л. Внедрение информационных технологий в процессе изучения курса «Защита компьютерной информации» In: *4-ая Конференция математического сообщества Р. Молдова, посвященная столетию со дня рождения Владимира Андрунакевича (1917-1997)*, CMSM, Материалы по дидактике 4, июнь 28-июль 2, 2017. Кишинэу: UST, 2017, pp. 42-49. ISBN 978-9975-76-203-8.
173. POPOV L., EVDOCHIMOV, R. *Tehnologii Informaționale și Comunicaționale, Modulul Conceptele de bază ale tehnologiei informației și sistemului de calcul*. Bălți: Universitatea de Stat „Alec Russo” din Bălți, 2017. 148 p. ISBN 978-9975-50-211-5.
174. GONCEAR, M., BOCANCEA, V. Managementul implementării tehnologiilor informaționale și comunicaționale în procesul educațional. In: *Materialele Conferinței Republicane a Cadrelor Didactice Psihopedagogie și Management Educațional*, 1-2 martie 2019, vol.5, Chișinău, 2019, pp. 173-178. ISBN 978-9975-76-267-0.
175. PANICO, V. Metoda modelării în cercetările pedagogice. În: *Dialog intercultural polonomoldovenesc*. vol. IV, nr.2, 14-15 mai 2021. Chișinău: UST, 2021, pp.30-39, ISBN 978-9975-7-207-6. [online] [citat 14.09.2021]. Disponibil: https://ibn.idsi.md/sites/default/files/imag_file/30-39_7.pdf.
176. CABAC, V., SCHREURS, J., PETCU, G. [et. al] *Design-ul procesului de învățare bazat pe abordarea centrată pe student: Curs de formare pentru cadrele didactice universitare*. Bălți: Continental Grup SRL, 2011, 144 p. ISBN 978-9975-4248-2.
177. Ce reprezintă informațiile privind piața muncii în raport cu orientarea profesională pe tot parcursul vieții? [online]. Thessaloniki: CEDEFOP, 2022 [citat 10.10.2022]. Disponibil: <https://www.cedefop.europa.eu/ro/tools/resources-guidance/toolkit/what-is-labour-market-information-for-lifelong-guidance>.
178. STUPACENCO, L. *Didactica sau teoria învățământului*. Curs universitar. Bălți: Universitatea de Stat „Alec Russo” din Bălți, 2006. 145 p.
179. СОФРОНОВА, Н.В. *Теория и методика обучения информатике: учеб. пособие для вузов*. Москва: Высшая школа, 2004. 223 с. ISBN 5-06-004435-1.

180. **BOSTAN, M.** Abordări metodologie privind studierea compartimentului „Drumuri minime în graf”. In: *Book of Abstracts of the 25th Conference on Applied and Industrial Mathematics, CAIM 2017*, Iași, România, 14-17 septembrie 2017. Iași: Universitatea din Iași, 2017, pp. 110-111. [online] Disponibil: https://caim.romai.ro/books/book_abs_2017.pdf [110-111].
181. **CHIRIAC, L., BOSTAN, M.** Aspecte didactice în predarea algoritmilor pentru determinarea drumurilor minime în grafuri. In: *Acta et commentationes (Științe ale Educației)*, 2017, nr. 2(11), pp. 4-24. ISSN 1857-0623. [online] Disponibil: https://ibn.idsi.md/sites/default/files/imag_file/Aspecte%20didactice%20in%20predarea%20algoritmilor%20pentru%20determinarea%20drumurilor%20minime%20in%20grafuri.pdf.
182. **BOSTAN, M.** Metodologia studierii algoritmilor de parcurgere în grafuri. In: *Materialele Conferinței „Abordări inter/transdisciplinare în predarea științelor reale, (concept STEAM)”*, ed. a 2-a, 28-29 octombrie 2022. Chișinău: UST, 2022, pp. 219-228. ISBN 978-9975-76-411-7. [online] Disponibil: https://ibn.idsi.md/sites/default/files/imag_file/219-228_3.pdf.
183. **BOSTAN, M.** Abordări didactice în aplicarea algoritmului Prim pentru determinarea arborelui parțial de cost minim. In: *Materialele Conferinței Științifice Naționale cu Participare Internațională „Învățământul superior: tradiții, valori, perspective”*, vol. I, Științe exacte și ale naturii și Didactica științelor exacte și ale naturii, 28-29 septembrie 2018, Chișinău: Tipografia UST, 2018, pp. 94-101. ISBN 978-9975-76-252-6. [online] Disponibil: https://ibn.idsi.md/sites/default/files/imag_file/94-101_6.pdf.
184. **B BOSTAN, M.** Abordări didactice în aplicarea algoritmului Kruskal pentru determinarea arborelui parțial de cost minim. In: *Proceedings of the 26th Conference on Applied and Industrial Mathematics, CAIM 2018*, Communications in Education, Chișinău, 20-23 septembrie 2018. Chișinău: UTM, 2018, pp. 77-87. ISBN 978-9975-76-247-2. [online] Disponibil: https://ibn.idsi.md/sites/default/files/imag_file/77-87_2.pdf.
185. **BOSTAN, M.** Abordări didactice în predarea algoritmilor pentru determinarea arborelui parțial de cost minim. In: *Book of Abstracts of the 26th Conference on Applied and Industrial Mathematics CAIM 2018*, Iași, România, 20-22 septembrie 2018. Iași: Universitatea din Iași, 2018, pp. 123-124. ISBN 978-9975-76-247-2. [online] Disponibil: https://ibn.idsi.md/sites/default/files/imag_file/123-124_25.pdf.
186. **CHIRIAC, L., BOSTAN, M., LUPAȘCO, N.** Considerații didactice privind algoritmul construcției vectorului MaxHeap. In: *Materialele Conferinței Republicane a Cadrelor Didactice*, 27-28 februarie 2021, vol. I, Didactica științelor exacte. Chișinău: UST, 2021, pp.

- 116-122. ISBN 978-9975-76-318-9. [online] Disponibil: https://ibn.idsi.md/sites/default/files/imag_file/116-122_9.pdf.
187. **BOSTAN, M.** Aspecte didactice privind studierea algoritmului Heapsort. In: *Materialele Conferinței Republicane*, 1-2 martie 2019, vol. 1, Didactica științelor exacte. Chișinău: UST, 2019, pp. 180-187. ISBN 978-9975-76-271-7. [online] Disponibil: https://ibn.idsi.md/sites/default/files/imag_file/Volumul_I_Didactica_stiin%C8%9Belor_exacte_2019-180-187.pdf.
188. **CHIRIAC, L., BOSTAN, M.** Aspecte didactice în predarea algoritmului Ford-Fulkerson. In: *Materialele Conferinței „Abordări inter/transdisciplinare în predarea științelor reale, (concept STEAM), dedicată aniversării a 70 de ani de la nașterea profesorului universitar Anatol Gremalschi*, 29-30 octombrie 2021, vol.I, Studierea informaticii și tehnologiilor informaționale din perspectiva STEAM. Chișinău:UST, 2021, pp. 206-214. ISBN 978-9975-76-357-8. [online] Disponibil: https://ibn.idsi.md/sites/default/files/imag_file/206-214_4.pdf.
189. **ХАГГАРТИ, Р.** *Дискретная математика для программистов*. Москва: Техносфера, 2003, 320 с. 181-193. ISBN 5-94836-016-4. [online] [citat 10.10.2017]. Disponibil: https://www.techlibrary.ru/b1/3d1a1d1d1a1rltlj_2y_21l1sl1l1rlfltlola2g_1nlaltlflnlalt1j1l1la_1el1m2g_1qlrlpld1rlalnl1j1sltlplc_2003.pdf.
190. **GIBBONS, A.** *Algorithmic Graph Theory*. NY: Cambridge University Press, 1985, 280 p. ISBN 0-521-24659-8. [online] [citat 10.10.2017]. Disponibil: <https://archive.org/details/algorithmicgraph0000gibb/page/n7/mode/2up>.
191. Heap interactiv: Material educațional. [online] [citat 20.04.2023]. Disponibil: http://campion.edu.ro/arhiva/www/arhiva_2009/seds/16/index.htm (Necesită instalarea extensiei FlashPlayer)
192. Algostructure. Sorting algorithms: Heapsort. [online] [citat 10.05.2023]. Disponibil: <https://algostructure.com/sorting/heapsort.php>.
193. VISUALGO. Binary heap visualization. [online] [citat 10.05.2023]. Disponibil: <https://visualgo.net/en/heap>.
194. GALLES, D. Heap sort visualization. [online] [citat 12.05.2023]. Disponibil: <https://www.cs.usfca.edu/~galles/visualization/HeapSort.html>.
195. OPENDSA. Heapsort: Data structures & algorithms. [online] [citat 12.05.2023]. Disponibil: <https://opendsa-server.cs.vt.edu/ODSA/Books/CS3/html/Heapsort.html>.
196. UNIVERSITY OF WARSAW. Heapsort visualization. [online] [citat 15.05.2023]. Disponibil: <https://www.mimuw.edu.pl/~erykk/algovis/heapsort.html>.

197. ALBULESCU, I., ALBULESCU, M. *Predarea și învățarea disciplinelor socioumane*. Iași: Polirom, 2000, 80 p. ISBN 973-683-566-9.
198. OPREA, C.-L. *Strategii didactice interactive: repere teoretice și practice*, ed. a 2-a. București: EDP, 2007. 304 p. ISBN 978-973-30-1695-3.
199. ACHIRI, I. Învățarea transdisciplinară prin proiecte STE(A)M. In: *Materialele Conferinței „Abordări inter/transdisciplinare în predarea științelor reale, (concept STEM)”*, ed.a 2-a, 28-29 octombrie 2022. Chișinău, Moldova. pp.10-14. ISBN 978-9975-76-411-7. [online] [citat 15.02.2023]. Disponibil: https://ibn.idsi.md/sites/default/files/imag_file/10-14_50.pdf.
200. PATRAȘCU D. ș.a. *Metodologia cercetării și creativității psihopedagogice*. Chișinău: Știința, 2003. 252 p. [online] [citat 15.02.2023]. Disponibil: <http://dir.upsc.md:8080/xmlui/bitstream/handle/123456789/2134/MetodCercetarii-CreativPsihoped.pdf?sequence=1&isAllowed=y>.
201. DUMITRIU C. *Introducere în cercetarea psihopedagogică*. București: Editura Didactică și Pedagogică, 2004. 230 p.
202. CLOCOTICI, V., STAN, A. *Statistica aplicată în psihologie*. Iași: Polirom, 2001, 296 p.
203. СИДОПЕНКО, Е.В. *Методы математической обработки в психологии*. Санкт-Петербург: «Речь», 2000, 350 с.
204. LABĂR, A.V. *SPSS pentru științele educației*. Iași: Polirom, 2008, 347 p. ISBN 978-973-46-0988-8.
205. БОГДАНОВА, В. А. Методология обработки педагогической информации с помощью критериев ϕ^* -углового преобразования Фишера и Манна-Уитни. In: *Univers Pedagogic*, 2021, nr.3 (71), pp. 56-63. ISSN 1811-5470.
206. BOSTAN, M. Aspecte metodologice privind prelucrarea datelor experimentale pedagogice aplicând criteriile ϕ^* - Fisher și U-Mann-Whitney. In: *Acta et commentationes (Științe ale Educației)*. 2022, nr. 3(29), pp. 108-118. ISSN 1857-0623. [online] Disponibil: https://ibn.idsi.md/sites/default/files/imag_file/108-118_9.pdf.
207. BOSTAN, M. Aplicarea testului (U)Mann-Whitney la prelucrarea rezultatelor experimentale privind studierea cursului universitar „Teoria grafurilor”. In: *Proceedings of the 29th Conference on Applied and Industrial Mathematics, CAIM 2022, dedicated to the Memory of Academician Mitrofan Ciobanu*, 25-27 august 2022. Chișinău: UST, 2022, pp. 72-77. ISBN 978-9975-76-401-8. [online] Disponibil: https://ibn.idsi.md/sites/default/files/imag_file/72-77_37.pdf.
208. PAVEL, M. Utilizarea aplicației SPSS la prelucrarea datelor experimentale obținute în cercetarea pedagogică privind impactul TIC asupra formării inițiale a învățătorilor. In:

- Mathematics & Information Technologies: Research and Education*, iulie 2-5 iulie 2015, Chişinău. Chişinău: Universitatea de Stat din Moldova, 2015, pp. 117. ISBN 978-9975-71-678-9.
209. MEYSAM, T-D. Graph Theory: History, Applications and Visoin. In: *Journal of Mathematics and Society*, iunie 2024. vol.10, nr. 1, pp.79-103. ISSN 2345-6493.
210. KRUIJA, E., MARKS, J., BLAIR, A., WATERS, R. A short note on the history of graph drawing. In: *Graph Drawing: 9-th International Symposium, GD 2001 Vienna, Austria, 23-26september 2001*. Berlin: Springer, 2001, pp. 272-286. ISBN 978-3-540-43309-5.
211. GRINBERG, D. *An introduction to graph theory*. Philadelphia: Drexel University Press, 2023. 438 p.
212. DIESTEL, R. *Graph Theory*. ed. a 5-a. Graduate texts in mathematics. Berlin: Springer, 2023. 448 p. ISBN 978-3-662-70106.
213. GROSS, J.L., YELLEN, J., ZHANG, P. *Handbook of Graph theory*. ed. a 2-a. Boca Raton: CRC Press, 2014. 1630 p. ISBN 978-1-4398-8019-7. [online] [citat 12.05.2025]. Disponibil: https://api.pageplace.de/preview/DT0400.9781439880197_A24454585/preview-9781439880197_A24454585.pdf.
214. ХАРАПИ, Ф. *Теория графов*. Москва: Мир, 1973. 301 с.
215. УИЛСОН, Р. *Введение в теорию графов*. Москва: Мир, 1977. 208 с.
216. БОЯРИНЦЕВА, Т.И., МАСТИХИНА, А.А. *Теория графов: Методические указания к выполнению домашнего задания по курсу «Дискретная математика»*. Москва: Baumanpress, 2014. 40 с. ISBN 978-5-7038-3994-2.
217. АЛЕКСЕЕВ, В.Е., ЗАХАРОВА, Д.В. *Теория графов: Учебное пособие*. Нижний Новгород: Нижегородский Государственный Университет им. Н. И. Лобачевского, 2017. 119 с.
218. HARJU, T. *Graph theory*. Lecture notes. Graph theory: Lecture notes. Turku: University of Turku. 100 p.
219. BONDY, J.A., MURTY, U.S.R. I. *Graph theory with applications*. New York: North-Holland, 1976. 270 p. ISBN 0-444-19451-7.
220. WILSON, R.J. *Introduction to graph theory*. ed. a 4-a. Harlow: Longman, 1996. 180 p. ISBN 0-582-24993-7.
221. LOVÁSZ, L. *Combinatorial problems and exercises*. ed. a 2-a. Amsterdam: North-Holland, 1993. 636 p. ISBN 0-444-81504-X.
222. LOVÁSZ, L. On the Shannon capacity of a graph. In: *IEEE transactions on information theory*, January 1979. vol. 25, nr.1, pp.1-7. ISSN 0018-9448..

223. ALON, N., SPENCER, J.H. *The Probabilistic Method*. ed. a 4-a. New York: Wiley, 2015. 394 p. ISBN 978-1-119-06195-3.
224. HOFFMAN, A.J. On eigenvalues and colorings of graphs. In: *Graph theory and its applications*. New York: Academic Press, 1970, pp. 79-91.
225. PACHTER, L., STURMFELS, B. *Algebraic statistics for computational biology*. Cambridge: Cambridge University Press, 2005. 420 p. ISBN 978-0-521-85700-0.
226. GROHE, M.. *Descriptive complexity, canonisation, and definable graph structure theory. Lecture Notes in logic*. Cambridge: Cambridge University Press, 2017. 554 p. ISBN 978-1-107-01452-7.
227. KLEINBERG, J., TARDOS, É. *Algorithm Design*. Boston: Pearson, 2005. 432 p. ISBN 0-321-29535-8.
228. RUDEANU, S. On solving boolean equations in the theory of graphs. In: *Revue Roumaine de Mathématiques Pures et Appliquées*, 1966, vol. 11, pp. 653-664. ISSN 0035-3965.
229. ZAMFIRESCU, T., ZAMFIRESCU, C. Hamiltonian properties of grid graphs. In: *SIAM Journal on Discrete Mathematics*, november 1992, vol. 5, nr. 4, pp. 564-570. ISSN 0895-4801.
230. CATARANCIUC, S., BUZATU, R. Convex graph covers. In: *Computer Science Journal of Moldova*, 2015. vol. 23, no.3(69), pp. 251–269. ISSN 1561-4042.
231. CATARANCIUC, S., [et al.] *Discrete structures and optimization problems*. Chişinău: EPC MSU, 2019, 454 p. ISBN 978-9975-149-44-0.
232. CATARANCIUC, S., SUR, N. (2008). About directed d-convex simple graphs. In: *Computer Science Journal of Moldova*, 2008. vol. 16, nr. 3(48), pp. 323–346. ISSN 1561-4042.
233. LOZOVANU, D., PICKL, S. *Optimization and multiobjective control of time-discrete systems*. Berlin: Springer, 2009. 300 p. ISBN 978-3-540-85024-3.
234. BOGDANOVA, V. *Metodologia studierii în învăţământul superior a tehnologiilor de protecţie şi securitate a informaţiei*: tz. de doct. în ştiinţe ale educaţiei. Chişinău, UST, 2022, 200 p.
235. GRĂGINARI, O. *Metodologia formării şi dezvoltării competenţei informaţionale a elevilor şcolilor profesionale prin activităţi curriculare şi extracurriculare*: tz. de doct. în pedagogie. Chişinău, UPSC, 2022, 200 p.
236. PLACINTA, D., COROPCEANU, E. Proiectele STE(A)M – fundament al învăţării active. In: *Acta et Commutationes, Ştiinţe ale Educaţiei*, 2020, nr. 2(20), pp. 13-23. ISSN 1857-0623.
237. VASCAN, T. *Roboţelul Codey Rocky*. Ghid de utilizare. Partea 2: Programarea în Python. Chişinău: CEP UPSC, 2023. 90 p. ISBN 978-9975-46-786-5.

238. CHIRIAC, L., CHIRIAC, E., LUPAȘCO, N., PAVEL, M. *Itinerar elementar în inteligența artificială și algoritmi genetici*. Chișinău: CEP UPSC, 2023. 109 p. ISBN 978-9975-46-818-3.
239. POSTOLACHI, I., BOCANCEA, V., POSTOLACHI, V. *Metodologia utilizării senzorilor în procesul studierii a disciplinei fizica: Ciclul gimnazial și ciclul liceal*. Chișinău: CEP UPSC, 2023. 138 p. ISBN 978-9975-46-697-4.
240. CABAC, V., CERNEI, A. Digitalizarea și educația pentru democrație. In: *Acta et coomentationes, Sciences of Education*, 2023, nr.1(31), pp.7-15. ISSN 1857-0623.
241. GASNAȘ, A. Tendințe actuale în studierea programării orientate pe obiecte. In: *Acta et coomentationes, Sciences of Education*, nr.1(31), 2023. pp. 37-45. ISSN 1857-0623.
242. PAVEL, M. Raționamente teoretice și practice în favoarea coordonatorilor digitali în instituțiile educaționale din Republica Moldova. In: *Acta et coomentationes, Sciences of Education*, 2023, nr.1(31), pp. 46-58. ISSN 1857-0623.
243. VASCAN, T. Posibilități de utilizare a codurilor QR în educație. In: *Acta et coomentationes, Sciences of Education*, 2023, nr.1(31), pp.69-76. ISSN 1857-0623.
244. UNESCO. Global education monitoring report: Technology in education. Paris: UNESCO, 2023. 526 p. ISBN 978-92-3-100609-8. [online] [citat 12.05.2025]. Disponibil: <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000385723>.

ANEXE

Anexa 1. Curriculum la unitatea de curs Grafuri, metode de parcurgere și reprezentări

Curriculum unității de curs *Grafuri, metode de parcurgere și reprezentări*

Denumirea programului de studii	Informatica
Ciclul	I
Denumirea cursului	Grafuri, metode de parcurgere și reprezentări
Facultatea/catedra responsabilă de curs	Facultatea Fizică, Matematică și Tehnologii Informaționale
Titular de curs	doctor habilitat, prof. univ., Chiriac Liubomir
Cadre didactice implicate	asist. univ., Bostan Marina
e-mail	chiriac.liubomir@upsc.md , llchiriac@gmail.com bostan.marina@upsc.md

Codul cursului	Număr de credite ECTS	Anul	Semestrul	Total ore	Total ore	
					Contact direct	Studiu individual
F.02.O.114	5	I	II	150	90	60

Descriere succintă a integrării cursului în programul de studii
Cursul „Grafuri, metode de parcurgere și reprezentări” este obligatoriu pentru studenții de la specialitatea respectivă. Cursul contribuie la formarea competențelor cognitive care țin de conceptele și rezultatele de bază ale teoriei grafurilor, și vor fi aplicate în proiectarea de algoritmi eficienți pentru soluționarea diverselor probleme de parcurgere a grafurilor și optimizare. În cadrul disciplinei respective studenții vor învăța să utilizeze grafurile ca limbaj de modelare formală pentru problemele clasice din acest domeniu prin prisma complexității de calcul pentru probleme de optimizare.
Competențe dezvoltate în cadrul cursului
Competențe dezvoltate în cadrul cursului: în plan teoretic: însușirea și înțelegerea noțiunilor, conceptelor și rezultatelor științifice de bază care țin de teoria grafurilor; structurarea cunoștințelor științifice; sistematizarea metodelor de reprezentare, parcurgere și soluționarea a problemelor de optimizare. în plan operațional: formarea și dezvoltarea priceperilor, deprinderilor și abilităților de a aplica metodele de reprezentare, parcurgere și soluționarea a problemelor de optimizare; formarea gândirii critice și abilităților practice de proiectare a algoritmilor și de rezolvare a problemelor specifice care țin de grafuri. – <i>Competențe cognitive:</i> de căutare, de explorare, de aplicare și analiză critică a informației din diferite surse în scopul extinderii și aprofundării cunoștințelor și deprinderilor practice din teoria grafurilor; – <i>Competențe de învățare:</i> de formulare de obiective cognitive și de alegere a modalităților de atingere a lor; de autoreglare a propriului demers instructiv-educativ; de autoevaluare a propriului nivel de competențe și a rezultatelor academice înregistrate.

– <i>Competențe aplicative:</i> de a implementa cunoștințele teoretice și abilitățile practice la elaborarea algoritmilor și soluționarea problemelor de optimizare, utilizând grafurile ca limbaj de modelare formală; rezolvarea problemelor care țin de parcurgerea grafurilor neorientate și orientate. – <i>Competențe de analiză:</i> de a identifica metode adecvate de rezolvare a problemelor de parcurgere și optimizare; de a compara algoritmi de bază pentru problemele clasice pe grafuri; de a evalua și a selecta resursele și instrumentele digitale adecvate pentru ilustrarea, reprezentarea, parcurgerea grafurilor și determinarea complexității de calcul a problemelor de optimizare. – <i>Competențe de comunicare:</i> competență lingvistică proprie de comunicare personală și interactivă; competențe de a formula clar, exact, atât verbal cât și în scris a cunoștințelor din domeniu dat.
Competențe specifice: 1. Transpunerea unei probleme din limbaj natural în limbaj de grafuri, folosind corect terminologia specifică (Graf neorientat, graf orientat, lanț, lanț elementar, drum, drum elementar, ciclu, ciclu elementar, circuit, circuit elementar, grad, graf parțial, subgraf, conexitate, tare conexitate, arbore, graf ponderat, arbore parțial, arbore parțial de cost minim). Tipuri speciale de grafuri: graf complet, graf hamiltonian, graf eulerian, graf bipartit, graf turneu). 2. Analizarea unei probleme în scopul identificării datelor necesare și alegerea modalităților adecvate de structurare a datelor care intervin într-o problemă (Reprezentarea grafurilor: matrice de adiacență, liste de adiacență, lista muchiilor, matricea costurilor). 3. Descrierea unor algoritmi de verificare a unor proprietăți specifice grafurilor (grafuri euleriene, grafuri hamiltoniene, grafuri conexe, grafuri complete, etc). 4. Descrierea algoritmilor fundamentali de prelucrare a grafurilor și implementarea acestora într-un limbaj de programare și MAPLE (Algoritmi de prelucrare a grafurilor: Parcurgerea grafurilor în lățime și în adâncime; Determinarea componentelor conexe ale unui graf neorientat; Determinarea componentelor tare conexe ale unui graf orientat; Determinarea matricei lanțurilor/drumurilor; Determinarea drumurilor de cost minim într-un graf (algoritmul lui Dijkstra, algoritmul Roy-Floyd); Arbori parțiali de cost minim (algoritmul lui Kruskal sau algoritmul lui Prim). 5. Descrierea operațiilor specifice listelor simplu înlanțuite și elaborarea unor subprograme care să implementeze aceste operații (Arbori cu rădăcină: definiție, proprietăți, reprezentare cu referințe ascendente, reprezentare cu referințe descendente). 6. Descrierea operațiilor specifice structurilor arborescente și elaborarea unor subprograme care să implementeze aceste operații. (Arbori binari: definiție, proprietăți specifice; reprezentarea arborilor binari cu referințe descendente; operații specifice). 7. Analizarea în mod comparativ a avantajelor utilizării diferitelor metode de structurare a datelor necesare pentru rezolvarea unei probleme (Arbore binar complet – definiție, proprietăți, reprezentare secvențială; Arbore binar de căutare – definiție, proprietăți, operații specifice (inserare nod, ștergere nod, căutare element); Heap-uri – definiție, proprietăți, operații specifice (inserare nod, extragerea nodului cu cheie maximă/minimă). 8. Aplicarea în mod creativ a algoritmilor fundamentali în rezolvarea unor probleme concrete. (Fluxul maxim în rețea; Cuplaje).
Finalități de studii realizate la finele cursului
– Studenții vor însuși cunoștințe fundamentale în teoria grafurilor;

– Studenții vor însuși cunoștințele de bază privind teoria grafurilor, algoritmi specifici și vor forma deprinderi pentru rezolvarea de probleme modelate prin grafuri; – Studenții vor dobândi noțiunile teoretice de bază din domeniul teoriei grafurilor; vor însuși și programa algoritmi din teoria grafurilor; vor utiliza tehnici de programare în implementarea algoritmilor specifici grafurilor; vor modela probleme din diferite domenii, folosind grafuri; – Studenții vor cunoaște tipurile de structuri de date - grafuri, operațiile specifice și tipurile de prelucrare a acestora; vor dobândi abilitățile de a utiliza grafurile ca structuri de date; – Studenții vor analiza, proiecta și implementa algoritmi ai teoriei grafurilor în diverse contexte aplicative, având în vedere cerințe de performanță și constrângeri impuse; – Studenții vor aplica Teoria grafurilor la rezolvarea problemelor practice; – Studenții vor integra inter/transdisciplinar elemente și algoritmi ai Teoriei grafurilor prin proiecte/activități STEM.						
Precondiții						
Cursanții trebuie să dețină: – cunoștințe și competențe de la cursurile: Fundamentele programării, Programarea în limbaje de nivel înalt, Sisteme de operare și arhitectura calculatorului; – abilități și capacități de rezolvare a problemelor folosind limbajele de programare Turbo C++ și Turbo Pascal; – posedă cunoștințe, abilități și deprinderi obținute de la cursuri teoretice fundamentale de matematică elementară și superioară.						
Repartizarea orelor la curs						
Nr. d/o	Unități de conținut	Totalore	Curs	Seminar	Laborator	Lucrul individual
			zi	zi	zi	zi
1.	Grafuri neorientate	26	8	–	8	10
2.	Grafuri orientate	22	6	–	6	10
3.	Algoritmi pentru determinarea drumurilor minime în grafuri	24	8	–	8	8
4.	Arbori, arbori binari, arbori parțiali de cost minim	20	6	–	6	8
5.	Maxheap, Minheap, Algoritmul Heapsort	22	7	–	7	8
6.	Fluxul în rețea, algoritmul Ford-Fulkerson	18	5	–	5	8
7.	Cuplaje	18	5	–	5	8
	TOTAL	150	45	–	45	60
Conținutul unităților de curs și lucrări de laborator						
Prelegeri: Tema 1. Grafuri neorientate. Tema 2. Grafuri orientate. Tema 3. Algoritmi pentru determinarea drumurilor minime în grafuri. Tema 4. Arbori, arbori binari, arbori parțiali de cost minim. Tema 5. Maxheap, Minheap, Algoritmul Heapsort.						

Tema 6. Fluxul în rețea, algoritmul Ford-Fulkerson.

Tema 7. Cuplaje.

Lecții de laborator:

Lucrarea de laborator nr. 1: Grafuri neorientate.

Lucrarea de laborator nr. 2: Grafuri orientate

Lucrarea de laborator nr. 3: Algoritmi pentru determinarea drumurilor minime în grafuri

Lucrarea de laborator nr. 4: Arbori, arbori binari, arbori parțiali de cost minim

Lucrarea de laborator nr. 5: Maxheap, Minheap, Algoritmul Heapsort

Lucrarea de laborator nr. 6: Fluxul în rețea, algoritmul Ford-Fulkerson

Lucrarea de laborator nr. 7: Cuplaje

Lucrul individual

Nr. d/o	Unități de conținut	Ore	Subiectul	Produsul preconizat	Modalități de evaluare
1.	Grafuri neorientate	26	Noțiuni introductive; Reprezentarea grafurilor neorientate; Parcurgerea grafurilor neorientate; Clase speciale de grafuri; Lanțuri și cicluri; Grafuri euleriene; Grafuri hamiltoniene; Numărul ciclomatic. Colorarea grafurilor	Rezolvarea problemelor. Elaborarea portofoliului electronic. Activitate STEM.	Activitatea individuală a studenților
2.	Grafuri orientate	22	Noțiuni introductive; Reprezentări ale grafurilor orientate; Graf orientat complet; Graf turneu; Lanțuri și Drumuri; Circuit, Conexitate, Tare conexitate, Determinarea componentelor conexe si tare conexe; Grafuri hamiltoniene si euleriene în grafuri orientate	Rezolvarea problemelor. Completarea portofoliului cu exemple de programe. Activitate STEM.	Activitatea individuală a studenților
3.	Algoritmi pentru determinarea drumurilor minime în grafuri	24	Drumuri de cost minim; Problema drumurilor minime în grafuri; Implementarea algoritmului lui Dijkstra; Implementarea Algoritmului Roy-Floyd	Completarea portofoliului cu exemple de programe ce implementează algoritmi pentru determinarea drumurilor minime în grafuri. Activitate STEM.	Activitatea individuală a studenților

4.	Arbori, arbori binari, arbori parțiali de cost minim	20	Arbori. Definiții și proprietăți; Arborii binari și proprietăți; Parcurgerea arborilor binari; Arborele parțial de cost minim; Algoritmul Kruskal și algoritmul Prim; Arborele parțial de cost minim; Algoritmul Kruskal și Prim.	Rezolvarea problemelor. Completarea portofoliului. Activitate STEM.	Activitatea individuală a studenților
5.	Maxheap, Minheap, Algoritmul Heapsort	22	Arbori binari de căutare; Noțiune de Heap-uri: MaxHeap, MinHeap; Algoritmi de filtrare, inserare și ștergere pe o structură Heap; Construirea unui vector MaxHeap; Algoritmul Heap-Sort.	Completarea portofoliului cu problemele rezolvate la subiectele date. Activitate STEM.	Activitatea individuală a studenților
6.	Fluxul în rețea, algoritmul Ford-Fulkerson	18	Formularea problemei; Algoritmul Ford-Fulkerson; Fluxul maxim în rețea; Aplicarea algoritmului Ford-Fulkerson.	Rezolvarea problemelor. Completarea portofoliului. Activitate STEM.	Activitatea individuală a studenților
7.	Cuplaje	18	Formularea problemei; Determinarea cuplajelor maxime într-un graf bipartit; Metoda reducerii problemei la găsirea fluxului maxim într-o rețea; Metoda construirii lanțurilor alternante; Soluționarea unor probleme de repartiție.	Rezolvarea problemelor. Completarea portofoliului	Activitatea individuală a studenților

Metode și tehnici de predare și învățare

Învățare centrată pe student, interactiv-tehnologizată:

- prelegeri interactive, inclusiv cu utilizarea cursurilor electronice (Moodle, Classroom);
- lucrări de laborator;
- portofoliu electronic;
- proiecte/activități STEM.

Strategii de evaluare

Evaluare realizată prin diverse metode: verbal și în scris, testare la calculator (pentru cursurile electronice posibil și online), prezentări, rapoarte, participarea la seminare, portofolii etc.

Nota finală se constituie din următoarele componente:

50% din notă constituie rezultatul evaluării finale la examen, 25 % din notă constituie evaluările curente realizate pe parcursul semestrului, prin verificări succesive (cel puțin 2 evaluări); 25% din notă constituie rezultatul evaluării calității lucrului individual al studentului pe parcursul semestrului, inclusiv portofoliul compus din lucrări de laborator, etc.

Bibliografie

Obligatorie:

1. CHIRIAC L., BOSTAN M., Elemente de Teoria Grafurilor, Chișinău 2022, 316 p., ISBN 978-5-88554-150-3.
2. GREMALSCHI A., CHIRIAC L., CHIRIAC E. [et al.], coordonator CHIRIAC L. *Reconceptualizarea procesului de studiere a științelor reale din perspectiva inter/transdisciplinarității și valorificării educației STEAM*, Chișinău: [S. n.], 2023(Bons Offices), 80p. ISBN 978-5-36241-116-9.
3. CORLAT S., GREMALSCHI A., Grafuri, metodologia predării în cadrul instruirii de performanță la disciplinele Matematică & Informatică, Chișinău, 2014, 158 p., ISBN 978-9975-76-122-2.
4. CROITORU C., Tehnici de bază în optimizarea combinatorie, Editura Univ. Al. I. Cuza Iasi, Iasi, 1992.
5. CROITORU C., Introducere în proiectarea algoritmilor paraleli, Editura Matrix Rom, Bucuresti, 2002.
6. TOMESCU I., Probleme de combinatorica ,și teoria grafurilor, Editura did. ,și ped., Bucuresti, 1981.
7. DIESTEL R., Graph Theory, Electronic Edition.
8. CORMEN T.H., Leiserson C.E., Rivest R.L., Stein C., Introduction to Algorithms, MIT Press 2001.
9. Cornelia Ivașc, Mona Prună. Bazele Informaticii. Grafuri și elemente de combinatorică. Editura Petron, București, 1995
10. Karnyanskyz Tiberiu., Algoritmica grafurilor. Editura Eubeea, Timișoara, 2002
11. Mitrana V., Provocarea algoritmilor. Editura Agni, București, 1994
12. Кристофидес Н., Теория графов. Алгоритмический подход. — М.: Мир, 1978.
13. Липский В., Комбинаторика для программистов. — М.: Мир, 1988.
14. Окулов С. М., Пестов А. А. 100 задач по информатике. — Киров, Изд-во ВятГПУ, 2000.
15. Curs electronic Grafuri, metode de parcurgere și reprezentări, plasat pe platforma Google Classroom.

Optională:

16. Tudor S., Cerchez E., Șerban M., *Informatica, Varianta Pascal, manual pentru clasa a IX-a*, Ed L&S Infomat, București, 1999
17. Tudor S., Cerchez E., Șerban M., *Informatica, Varianta C++, manual pentru clasa a IX-a*, Ed L&S Infomat, București, 1999
18. Ахо, А. Структуры данных и алгоритмы / А. Ахо, Дж. Хопкрофт, Дж. Ульман. М.: Изд. дом «Вильямс», 2001. 384с.
19. Вирт, Н. Алгоритмы и структуры данных / Н. Вирт. СПб.: Невский диалект, 2001. 352с.
20. Вирт, Н. Алгоритмы + структуры данных = программы / Н. Вирт. М.: Мир, 1985. 360с.
21. Кнут, Д. Искусство программирования для ЭВМ. Поиск и сортировка / Д. Кнут. М.: Изд. дом «Вильямс», 2001. Т. 3. 844с.
22. Ковалев, И. В. Моделирование и оптимизация параллельных процессов в информационно-управляющих системах / И. В. Ковалев, Р. Ю. Царев. Красноярск: ИПЦ КГТУ, 2003. 111с.
23. Макконел, Дж. Основы современных алгоритмов / Дж. Макконел. М.: Техносфера, 2004. 368с.
24. Новиков, Ф. А. Дискретная математика для программистов / Ф. А. Новиков. СПб.: Питер, 2000. 304с.

Anexa 2. Chestionar - evaluarea cursului TG

2.1. Întrebările chestionarului

Chestionar - evaluarea cursului „Teoria Grafurilor”

Stimați studenți, prin intermediul acestui chestionar dorim să aflăm părerea Dvs. despre implementarea/utilizarea tehnologiilor informaționale

și internet în procesul de studiere a disciplinei universitare „Teoria Grafurilor”. În contextul dat vă rugăm să bifați ori subliniați răspunsul ales de Dvs. Alegeți răspunsul care în opinia Dvs. corespunde realității. Nu uitați, nu există răspunsuri corecte ori incorecte.

Vă mulțumim!

1. În opinia Dvs., utilizarea tehnologiilor informaționale și internet a facilitat studierea „Teoriei Grafurilor”(TG)?

- ☐ Da
- ☐ Nu
- ☐ Nu știu / Nu pot răspunde

2. În opinia Dvs., implementarea tehnologiilor informaționale și internet a contribuit la colaborarea mai eficientă dintre profesor și student?

- ☐ Da
- ☐ Nu
- ☐ Nu știu / Nu pot răspunde

3. În opinia Dvs., implementarea tehnologiilor informaționale și internet a contribuit la creșterea motivației de a învăța TG?

- ☐ Da
- ☐ Nu
- ☐ Nu știu / Nu pot răspunde

4. În opinia Dvs., implementarea tehnologiilor informaționale și internet a contribuit la dezvoltarea propriilor abilități digitale?

- ☐ Da
- ☐ Nu
- ☐ Nu știu / Nu pot răspunde

5. Considerați că ar trebui implementate tehnologiilor informaționale și internet și în procesul de studiere a altor cursuri universitare?

- ☐ Da
- ☐ Nu
- ☐ Nu știu / Nu pot răspunde

6. În opinia Dvs., care sunt compartimentele punctate mai jos pe care le-ați studiat mai ușor prin aplicarea tehnologiilor informaționale și internet:

- ☐ Grafuri neorientate
- ☐ Grafuri orientate
- ☐ Algoritmi pentru determinarea drumurilor minime în grafuri
- ☐ Arbori, arbori binari, arbori parțiali de cost minim
- ☐ Maxheap, Minheap, algoritmi heap-sort
- ☐ Algoritmul Ford-Fulkerson, fluxul în rețea
- ☐ Cuplaje

7. În opinia dvs., evidențiați cele mai semnificative avantaje menționate mai jos care țin de implementarea tehnologiilor informaționale și internet în proces de predare-învățare-evaluare?

- ☐ Lecția este mai atractivă
- ☐ Procesul didactic este mai dinamic
- ☐ Motivația este mai mare de a asculta lecția
- ☐ Vizual înțelegeți mai bine subiectele
- ☐ Multitudinea de culori explică mai detaliat anumite subiecte
- ☐ Este o tehnologie nouă implementată actual
- ☐ Evaluarea se efectuează rapid și corect

8. În opinia Dvs., menționați 5 (cinci) caracteristici mai pronunțate care se referă la procesul de studiere a TG din perspectiva dezvoltării competențelor profesionale și aplicării cunoștințelor în practică?

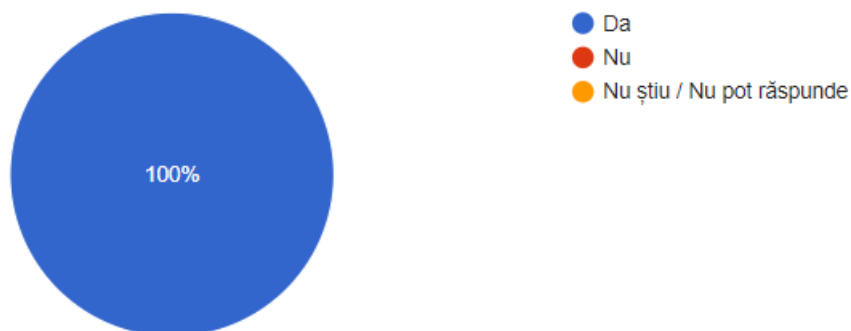
- ☐ Înțelegerea mai profundă a materiei studiate
- ☐ Creșterea accesibilității și ilustrativității
- ☐ Creșterea abilităților de programare
- ☐ Consolidarea deprinderilor privind implementarea algoritmilor examinați la soluționarea problemelor concrete
- ☐ Claritatea prezentării metodelor și algoritmilor care țin de prelucrarea grafurilor
- ☐ Economisirea timpului în desfășurarea procesului didactic
- ☐ Evaluarea rapidă și eficientă a studenților

9. Dacă aveți și alte observații sau sugestii referitoare la implementarea tehnologiilor informaționale și internet în cursul TG, vă rog să le menționați mai jos.

Anexa 2.2. Răspunsurile studenților la chestionar

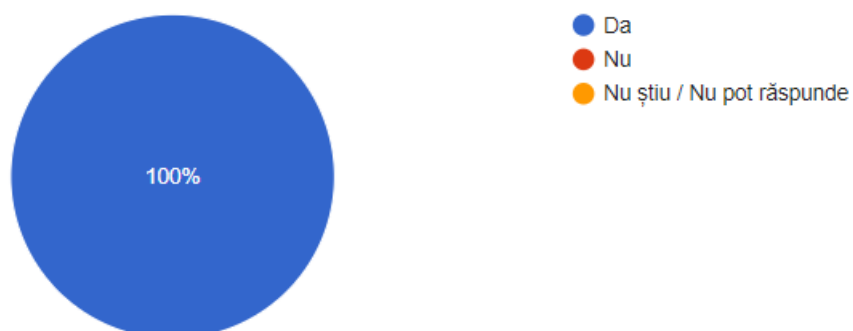
1. În opinia Dvs., utilizarea tehnologiilor informaționale și internet a facilitat studierea „Teoriei Grafurilor”(TG)?

31 OTBET



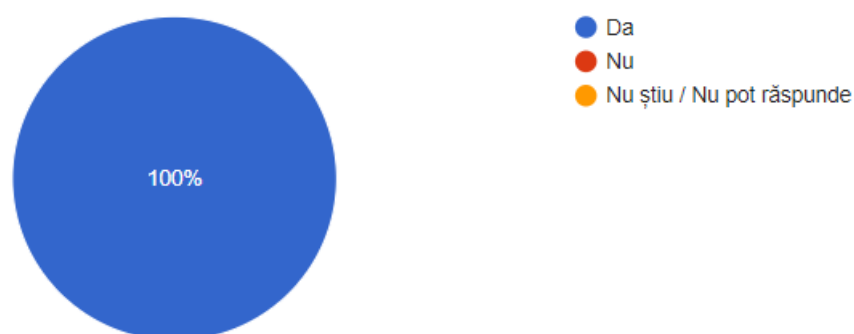
2. În opinia Dvs., implementarea tehnologiilor informaționale și internet a contribuit la colaborarea mai eficientă dintre profesor și student?

31 OTBET



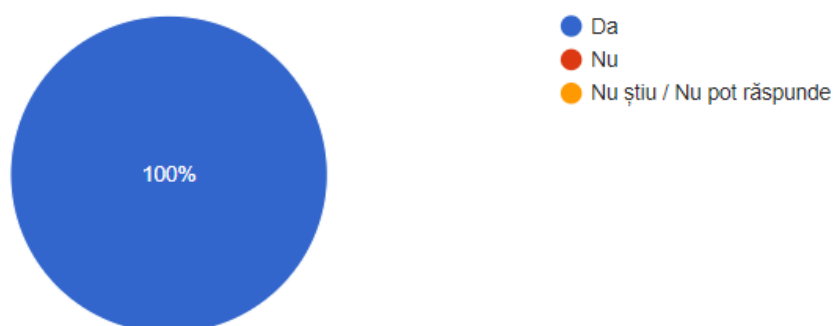
3. În opinia Dvs., implementarea tehnologiilor informaționale și internet a contribuit la creșterea motivației de a învăța TG?

31 OTBET



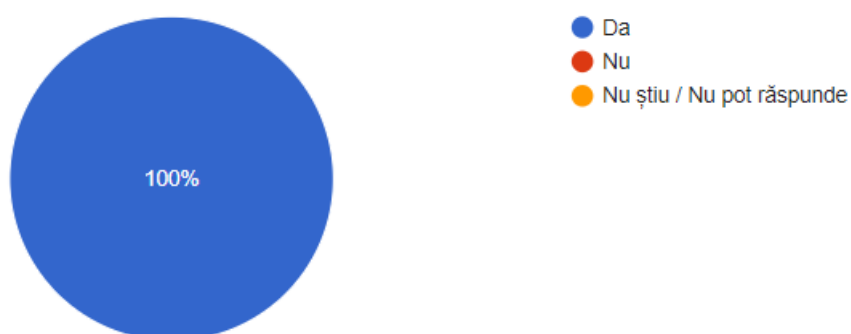
4. În opinia Dvs., implementarea tehnologiilor informaționale și internet a contribuit la dezvoltarea propriilor abilități digitale?

31 OTBET



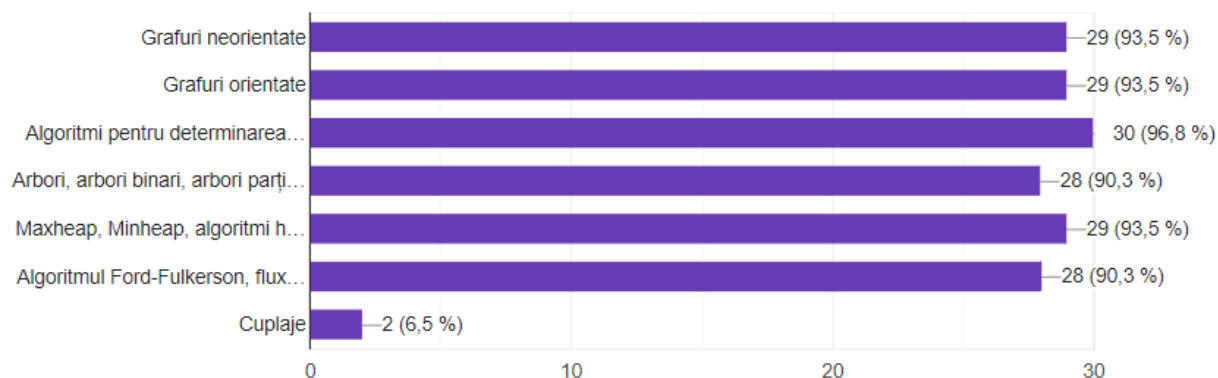
5. Considerați că ar trebui implementate tehnologiile informaționale și internet și în procesul de studiere a altor cursuri universitare?

31 OTBET



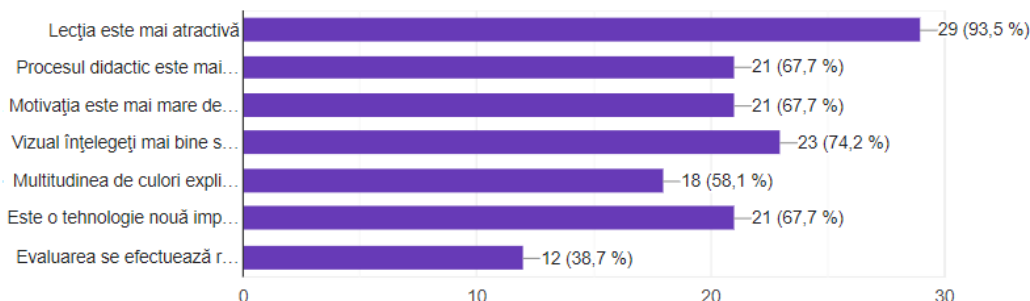
6. În opinia Dvs., care sunt compartimentele punctate mai jos pe care le-ați studiat mai ușor prin aplicarea tehnologiilor informaționale și internet:

31 OTBET



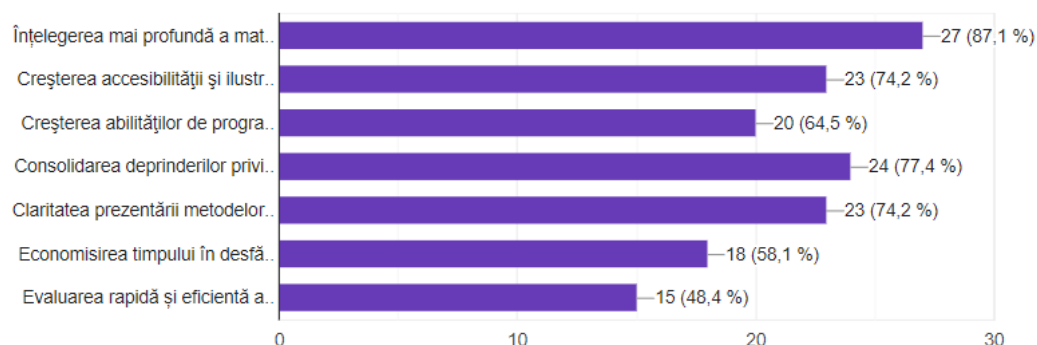
7. În opinia dvs., evidențiați cele mai semnificative avantaje menționate mai jos care țin de implementarea tehnologiilor informaționale și internet în proces de predare-învățare-evaluare?

31 ответ



8. În opinia Dvs., menționați 5 (cinci) caracteristici mai pronunțate care se referă la procesul de studiere a TG din perspectiva dezvoltării competențelor profesionale și aplicării cunoștințelor în practică?

31 ответ



9. Dacă aveți și alte observații sau sugestii referitoare la implementarea tehnologiilor informaționale și internet în cursul TG, vă rog să le menționați mai jos.

31 ответ

Totul a fost bine

Tot îmi place cum este :)

Cu ajutorul tehnologiilor informaționale și internet, e mai ușor de înțeles tema, e mai captivantă lecția, e mai simplu de operat cu grafuri mai mari

Tehnologie

Să se implementeze cele menționate mai sus în predarea de zi cu zi

Implementarea acestora a adus la sporirea eficacității la rezolvarea mai multor probleme. În același timp softul deschide o cameră de creație, în care studentul își poate ridica nivelul prin crearea și rezolvarea problemelor proprii.

Teoria poate fi combinată cu practica

Anexa 3 Chestionar apricierii activității STEM din perspectiva conceptului de învățare interactiv-tehnologizată

Activități/proiecte STEM la Studiarea Teoriei Grafurilor

din perspectiva conceptului de învățare interactiv-tehnologizată

Vă rugăm să citiți cu atenție următoarele afirmații și să stabiliți cât de mult este adevărată afirmația despre dvs. Apoi, marcați (X) opțiunea care vi se potrivește cel mai bine dintre opțiunile prezentate în partea dreaptă a declarației.

Afirmația	Total dezacord	Dezacord	Neutru	De acord	Complet de acord
1. Știu să învăț eficient prin intermediul Tehnologiilor Informaționale și de internet.	0%	0%	0%	100%	0%
2. Activitatea îmi permite personal să încurajez cooperarea și intercomunicarea între studenți	0%	0%	20%	60%	20%
3. Folosesc dovezile existente pentru a evalua rezultatele obținute.	0%	0%	10%	80%	10%
4. Profit de oportunitățile de învățare care îmi sunt disponibile prin intermediul Tehnologiilor informaționale, inclusiv MAPLE.	0%	0%	10%	70%	20%
5. Lucrez eficient în grupuri mici.	0%	10%	10%	60%	20%
6. În munca de grup, respect alte puncte de vedere.	0%	0%	0%	80%	20%
7. Am îngrijorări cu privire la acuratețea informațiilor pe care le-am accesat în urma utilizării tehnologiilor informaționale.	0%	0%	60%	10%	30%
8. Accesez informații de pe platformele internet care mă vor ajuta să rezolv orice problemă.	0%	10%	20%	50%	20%
9. Am îngrijorări cu privire la fiabilitatea sursei de informații pe care am accesat-o.	0%	0%	40%	50%	10%
10. Când fac explorări, știu ce surse sunt de încredere.	0%	0%	50%	40%	10%
11. Activitatea interactiv-tehnologizată intensifică sprijinul și ajutorul reciproc între studenți	0%	0%	20%	60%	20%
12. Lucrul în echipă cultivă toleranță în raport cu alte abordări și păreri	0%	0%	10%	80%	10%
13. Activitățile interactiv-tehnologizate dezvoltă responsabilitatea colectivă dar și individuală	0%	0%	30%	60%	10%
14. Colaborarea în echipă la fiecare etapă realizată în procesul de soluționare a problemei cultivă încrederea în forțele proprii	0%	0%	20%	60%	20%

Anexa 4 Modele de teste pentru evaluare

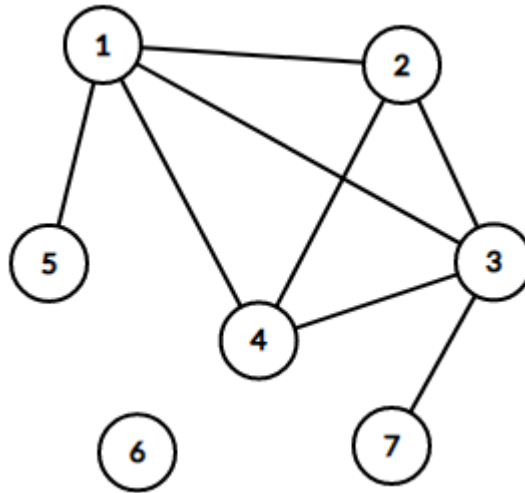
A 4.1 Testul nr.1

Teoria Grafurilor, Test -1, Varianta -I

Grupa _____

Numele, Prenumele _____

1) Se dă graful $G = (X, U)$:



- De scris mulțimea X și mulțimea U ;
- De scris matricea de adiacență A ;
- De scris listele de adiacență;
- De scris lista muchiilor;
- De scris gradele fiecărui nod.

2) Să se determine mulțimea U a grafului neorientat $G = (X, U)$, unde $X = \{1, 2, 3\}$, $d(1) = 1$, $d(2) = 2$, $d(3) = 1$.

- De scris lista de adiacență;
- De scris lista muchiilor;
- De scris matricea de adiacență.

3) Se dă matricea de adiacență

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- De construit graful $G = (X, U)$;
- De scris mulțimea X ;
- De scris mulțimea U ;
- De scris listele de adiacență;
- De scris lista muchiilor;

f) De scris gradele fiecărui nod.

4) Câte grafuri neorientate și complete cu n vârfuri există?

2	n	$(n*(n-1))/2$	$(n*(n+1))/2$
---	-----	---------------	---------------

5) Se dă graful cu 5 vârfuri definit prin mulțimea muchiilor $M=\{[1,2], [2,3], [3,4], [4,5]\}$.

Care este numărul minim de muchii ce trebuie adăugate pentru ca graful să fie hamiltonian, dar nu eulerian?

2	1	0	3
---	---	---	---

6) Câte grafuri neorientate cu n vârfuri există?

$n!$	$2(n*(n+1))/2$	$2n*(n-1)$	$2(n*(n-1))/2$
------	----------------	------------	----------------

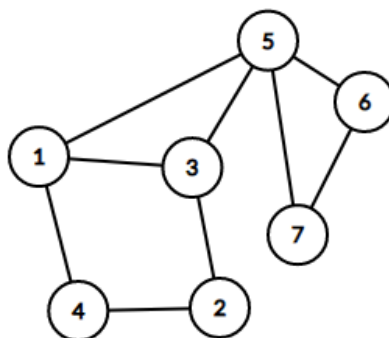
7) Numărul total de grafuri parțiale obținute dintr-un graf cu m muchii este:

2^{m-1}	2^{m+1}	2^m	2^{m-2}
-----------	-----------	-------	-----------

8) Dacă toate vârfurile unui graf conex sunt de grad par atunci:

este bipartit	este hamiltonian	este eulerian	Este complet
---------------	------------------	---------------	--------------

9) Să se realizeze parcurgerea în lățime (BFS) și adâncime (DFS) pentru fiecare nod al grafului examinat T1 de mai jos.



10) Să se construiască graful complet pentru $n=6$ vârfuri. Să se determine matricea de adiacență și gradele fiecărui nod pentru graful construit.

11) Sa se construiască grafurile bipartite complete $K_{4,7}$. Sa se determine numărul de muchii.

12) Să se determine câte grafuri parțiale pot fi obținute din graful inițial cu $n=4$ și $m=3$.

13) Să se determine câte subgrafuri pot fi obținute din graful inițial cu $n=4$ și $m=3$.

14) Să se determine numărul total de grafuri bipartite complete care se pot construi pentru graful cu $n=6$ vârfuri.

15) Pentru graful din Figura T1 să se identifice și să se scrie: 2 lanțuri elementare, 2 lanțuri simple, 2 lanțuri neelementare și simple, 2 lanțuri neelementare și compuse; 2 cicluri elementare și 2 cicluri neelementare.

16) Fie un graf neorientat conex are $n = 5$ noduri și $m = 4$ muchii. Care trebuie să fie numărul de muchii care trebuie eliminate, pentru a obține un graf parțial conex aciclic.

17) Construiți un graf cu 2 componente conexe.

18) Să se determine dacă graful din Figura T1 este: a) graf eulerian; b) graf hamiltonian. În caz afirmativ să se determine ciclul eulerian ori/și hamiltonian.

- 19) Să se construiască un graf care:
- Este graf hamiltonian, dar nu este eulerian;
 - Este graf eulerian, dar nu este hamiltonian;
 - Este și graf hamiltonian și graf eulerian;
 - Nu este graf hamiltonian, și nici nu este graf eulerian.

20) Să se scrie un program C/C++ care determina gradele vârfurilor unui graf. Să se verifice pentru graful T1.

21) Să se determine **număr cromatic**, notat $\chi(G)$, a grafului din Figura T1, adică cel mai mic număr de culori necesare pentru a colora nodurile, muchiile grafului G. Să se determine numărul ciclomatic **s(G)**.

Barem de verificare/corectare:

Item	Punctaj	Motivarea punctelor
Itemul 1	5 puncte	câte 1 punct pentru fiecare răspuns corect
Itemul 2	3 puncte	câte 1 punct pentru fiecare răspuns corect
Itemul 3	6 puncte	câte 1 punct pentru fiecare răspuns corect
Itemul 4	1 punct	1 punct pentru răspuns corect
Itemul 5	1 punct	1 punct pentru răspuns corect
Itemul 6	1 punct	1 punct pentru răspuns corect
Itemul 7	1 punct	1 punct pentru răspuns corect
Itemul 8	1 punct	1 punct pentru răspuns corect
Itemul 9	7 puncte	câte 1 punct pentru fiecare răspuns corect
Itemul 10	3 puncte	1 punct pentru construirea grafului complet 1 punct pentru determinarea matricei e adiacență 1 punct pentru determinarea gradele nodurilor grafului construit
Itemul 11	4 puncte	câte 1 punct pentru construirea grafului complet câte 1 punct pentru determinarea numărului de muchii pentru fiecare graf
Itemul 12	1 punct	1 punct pentru răspuns corect
Itemul 13	1 punct	1 punct pentru răspuns corect
Itemul 14	1 punct	1 punct pentru răspuns corect
Itemul 15	6 puncte	câte 0,5 puncte pentru fiecare lanț/ciclu
Itemul 16	1 punct	1 punct pentru răspuns corect
Itemul 17	1 punct	1 punct pentru răspuns corect
Itemul 18	2 puncte	câte 1 punct pentru fiecare răspuns corect
Itemul 19	4 puncte	câte 1 punct pentru fiecare răspuns corect
Itemul 20	5 puncte	5 puncte pentru scrierea programului corect
Itemul 21	5 puncte	5 puncte pentru prezentarea calculelor și prezentarea răspunsurilor corecte

Barem de notare

Nota	5	6	7	8	9	10
Punctaj	20-27	28-33	34-40	41-47	48-54	55-60

A 4.2. Testul nr. 2

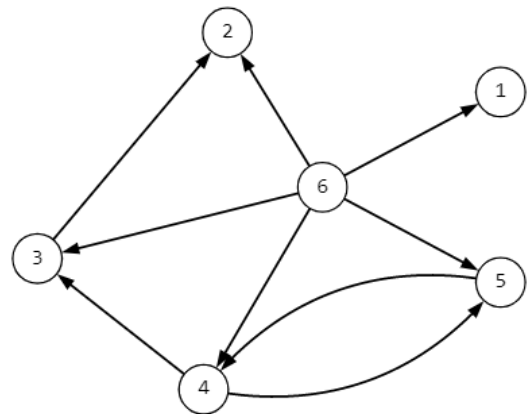
Teoria Grafurilor, Test -2, Varianta -I

Grupa _____

Numele, Prenumele _____

1. Este dat graful alăturat din figura de mai jos. Să se determine:

- matricea de adiacență
- matricea de incidență
- matricea drumurilor
- lista de arce
- lista de adiacență
- gradele exterioare și interioare pentru fiecare vârf
- pentru $A = \{2, 3, 4, 5\}$ să se scrie $d(A) = d^-(A) + d^+(A)$



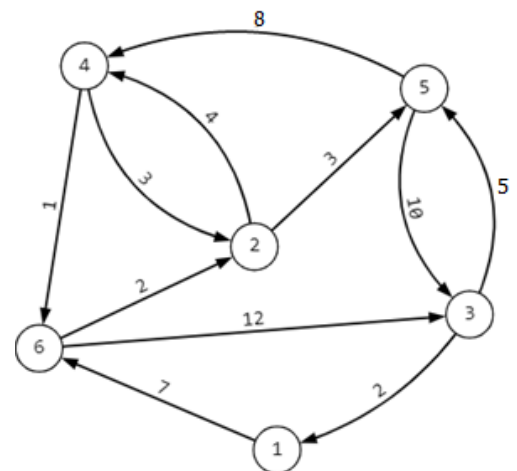
2. Să se alcătuiască un graf orientat astfel, încât:

- este graf hamiltonian, dar nu este eulerian
- este graf eulerian, dar nu este hamiltonian
- este și graf hamiltonian și graf eulerian
- nu este graf hamiltonian, și nici nu este graf eulerian

3. Fie dat graful orientat din figura de mai jos:

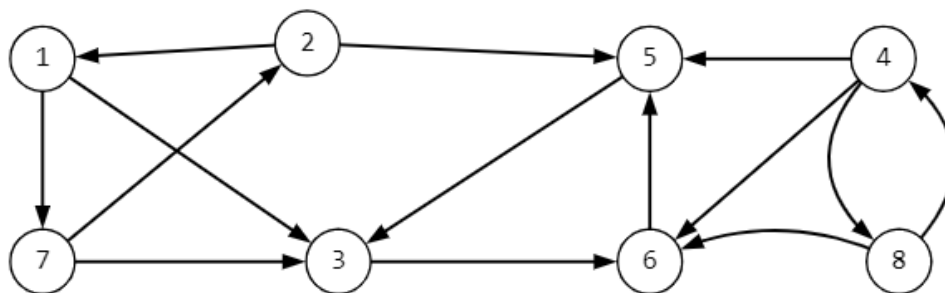
Să se determine:

- matricea ponderilor de forma I
- matricea vârfuri-arce
- lista de adiacență
- matricea drumurilor
- lanț elementar (să nu fie drum)
- drum elementar
- drum simplu
- drum neelementar
- circuit elementar
- să se determine dacă este graf eulerian.
- să se determine dacă este graf hamiltonian
- să se determine dacă este tare conex



4. Pentru graful din figura de mai jos să se determine componentele tare conex aplicând:

- algoritmul intersecțiilor matricelor drumurilor;
- algoritmul Kosaraju.



5. Se dă graf orientat din figura de mai jos cu $n = 6$ vârfuri și $m = 13$ arce prin lista arcelor de mai jos. Construiți graful. Afișați circuitele hamiltoniene ale grafului.
 $[1, 3], [1, 4], [2, 3], [2, 5], [3, 2], [4, 2], [4, 5], [4, 6], [5, 2], [5, 4], [6, 1], [6, 3], [6, 4]$

6. Un graf orientat este prezentat prin următoarea matrice de adiacență:

```

0, 0, 0, 0, 1
1, 0, 1, 0, 0
0, 1, 0, 0, 0
0, 0, 1, 0, 1
1, 1, 1, 1, 0

```

Construiți graful. Verificați dacă graful respectiv nu are circuite. Aplicați algoritmul lui Chen pentru determinarea drumurilor hamiltoniene.

7. Să se alcătuiască un graf orientat astfel încât:

- este graf complet, dar nu este graf turneu;
- este și graf complet și graf turneu.

Barem de verificare/corectare:

Item	Punctaj	Motivarea punctelor
Itemul 1	7 puncte	câte 1 punct pentru fiecare răspuns corect
Itemul 2	4 puncte	câte 1 punct pentru fiecare răspuns corect
Itemul 3	12 puncte	câte 1 punct pentru fiecare răspuns corect
Itemul 4	6 puncte	câte 3 puncte pentru fiecare algoritm prezentat corect
Itemul 5	3 punct	1 punct pentru graful construit și 2 puncte pentru circuitele corecte
Itemul 6	4 puncte	1 punct pentru graful construit, 1 punct pentru determinarea existenței circuitelor și 2 puncte pentru prezentarea algoritmului Chen
Itemul 7	4 puncte	câte 2 puncte pentru fiecare graf construit

Barem de notare

Nota	5	6	7	8	9	10
Punctaj	10-16	17-21	22-26	27-31	32-35	36-40

A 4.3. Testul nr. 3

Teoria Grafurilor, Test - 3

„Drumuri minime”

Grupa _____

Numele, Prenumele _____

Fiecare student își selectează varianta în conformitate cu numărul de ordine al studentului din registrul Grupei

Sarcina 1. Aplicând algoritmul Dijkstra să se determine drumul de cost minim de vârful r până la toate celelalte vârfuri ale grafului, reprezentat prin matricea ponderilor A_0 .

Sarcina 2. Aplicând algoritmul Roy Floyd să se determine drumurile de cost minim între toate vârfurile grafului reprezentat prin matricea ponderilor A_0 .

Varianta	Sarcina 1	Sarcina 2
N1	Pentru Sarcina 1, considerați $r=1$ și $A_0 = \begin{pmatrix} 0 & 7 & 4 & \infty \\ 5 & 0 & \infty & 8 \\ \infty & \infty & 0 & 3 \\ 9 & 6 & \infty & 0 \end{pmatrix}$	$A_0 = \begin{pmatrix} 0 & 6 & 4 & \infty \\ 5 & 0 & \infty & 8 \\ \infty & \infty & 0 & 3 \\ 9 & 6 & \infty & 0 \end{pmatrix}$
N2	Pentru Sarcina 1, considerați $r=2$ și $A_0 = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 4 & \infty \\ 5 & 0 & \infty & 8 \\ \infty & \infty & 0 & 3 \\ 7 & 6 & \infty & 0 \end{pmatrix}$	$A_0 = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 4 & \infty \\ 7 & 0 & \infty & 8 \\ \infty & \infty & 0 & 4 \\ 10 & 6 & \infty & 0 \end{pmatrix}$
N3	Pentru Sarcina 1, considerați $r=4$ și $A_0 = \begin{pmatrix} 0 & 7 & 4 & \infty \\ 5 & 0 & \infty & 8 \\ \infty & \infty & 0 & 3 \\ 9 & 6 & \infty & 0 \end{pmatrix}$	$A_0 = \begin{pmatrix} 0 & 9 & 5 & \infty \\ 7 & 0 & \infty & 8 \\ \infty & \infty & 0 & 4 \\ 11 & 8 & \infty & 0 \end{pmatrix}$
N4	Pentru Sarcina 1, considerați $r=1$ și $A_0 = \begin{pmatrix} 0 & 8 & 4 & \infty \\ 9 & 0 & \infty & 8 \\ \infty & \infty & 0 & 3 \\ 10 & 6 & \infty & 0 \end{pmatrix}$	$A_0 = \begin{pmatrix} 0 & 9 & 6 & \infty \\ 5 & 0 & \infty & 4 \\ \infty & \infty & 0 & 3 \\ 11 & 8 & \infty & 0 \end{pmatrix}$
N5	Pentru Sarcina 1, considerați $r=2$ și $A_0 = \begin{pmatrix} 0 & 8 & 4 & \infty \\ 9 & 0 & \infty & 8 \\ \infty & \infty & 0 & 3 \\ 10 & 6 & \infty & 0 \end{pmatrix}$	$A_0 = \begin{pmatrix} 0 & 10 & 5 & \infty \\ 7 & 0 & \infty & 8 \\ \infty & \infty & 0 & 4 \\ 10 & 9 & \infty & 0 \end{pmatrix}$

Barem de verificare/corectare

Se acordă câte 10 puncte pentru rezolvarea corectă pentru fiecare algoritm.

Barem de notare

Nota	5	6	7	8	9	10
Punctaj	5-7	8-10	11-13	14-16	17-18	19-20

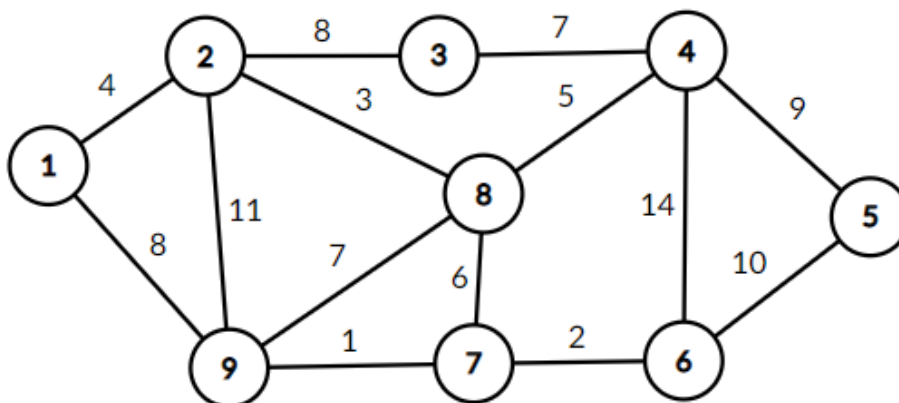
A 4.4. Testul nr.4

Teoria Grafurilor, Test – 4 „Algoritmul Kruskal și Prim. Parcurgerea arborilor binari” Varianta 1

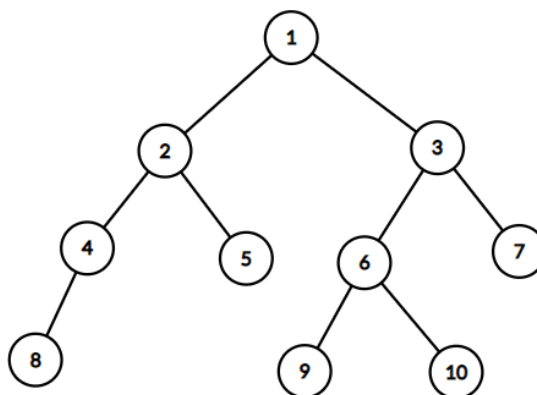
Grupa _____

Numele, Prenumele _____

1. Aplicând algoritmul Kruskal și algoritmul Prim să se determine arborele parțial de cost minim (APCM) pentru graful neorientat ponderat de mai jos. Să se construiască APCM pentru ambii algoritmi. Să se compare rezultatele.



2. Să se realizeze parcurgerile RSD, SRD și SDR pentru următorul arbore binar



Barem de verificare/corectare:

Itemul 1: se acordă câte 7 puncte pentru rezolvarea corectă pentru fiecare algoritm.

Itemul 2: se acordă câte 2 puncte pentru prezentarea fiecărei parcurgere corecte.

Barem de notare

Nota	5	6	7	8	9	10
Punctaj	5-7	8-10	11-13	14-16	17-18	19-20

A 4.5. Testul nr.5

Teoria Grafurilor, Test – 5 Arborele Binar de Căutare. Sortarea HeapSort Varianta 1

Grupa _____

Numele, Prenumele _____

Să se rezolve următoarele probleme.

1. Aplicând algoritmul inserării se cere de găsit poziția și de inserat, în Arborele Binar de Căutare $H = \{17, 15, 20, 13, 17, 25\}$, nodul cu valoarea „7”. Să se descrie execuția algoritmului pe Pași. Să se construiască Arborele Binar de Căutare cu nodul inserat.
2. Se dă un vector de numere întregi: $H = \{8, 7, 12, 9, 15, 14, 19, 22\}$. Se cere de construit un vector maxheap din H. Să se construiască grafic reprezentarea arborescentă.
3. Se dă un vector de numere întregi: $H = \{15, 2, 14, 5, 16, 10\}$.
 - b) Se cere de construit un vector **MaxHeap** și ulterior să se aplice algoritmul HeapSort pentru a ordona vectorul crescător.
 - c) Să se verifice rezultatele obținute prin intermediul programului de la pagina 25-26 din materialul examinat rulându-l în C++ on line:
Nota 1. https://www.onlinegdb.com/online_c++_compiler
 - Nota 2.** Să se includă datele problemei în program: `arr[] = { 15, 2, 14, 5, 16, 10 };`
 - d) Să se modifice programul online pentru a ordona descrescător tabloul H.

C++ implementare

```
// C++ Implementarea algoritmului Heap Sort

#include <iostream>
using namespace std;

void heapify(int a [], int n, int i)
{
    int max = i;
    int l = 2 * i + 1;
    int r = 2 * i + 2;

    if (l < n && a[l] > a[max])
        max = l;
    if (r < n && a[r] > a[max])
        max = r;
    if (max != i) {
        swap(a[i], a[max]);
        heapify(a, n, max);
    }
}

void heapSort(int a[], int n)
{
    for (int i = n / 2 - 1; i >= 0; i--)
        heapify(a, n, i);
    for (int i = n - 1; i >= 0; i--) {
        swap(a[0], a[i]);
        heapify(a, i, 0);
    }
}
```

```

void printArray(int a[], int n)
{
    for (int i = 0; i < n; ++i)
        cout << a[i] << " ";
    cout << "\n";
}

int main()
{
    int a[] = { 12, 6, 10, 5, 1, 9 };
    int n = sizeof(a) / sizeof(a[0]);
    heapSort(a, n);
    cout << "Vectorul sortat: \n";
    printArray(a, n);
}

```

Barem de verificare/corectare:

Itemul 1: se acordă 6 puncte pentru rezolvarea corectă.

Itemul 2: se acordă 6 puncte pentru rezolvarea corectă.

Itemul 3: se acordă 4 puncte pentru construirea unui vector MaxHeap și 4 puncte pentru algoritmul HeapSort, 2 puncte pentru verificarea rezultatelor obținute în programul C++ și 2 puncte pentru modificarea programului (algoritmul de sortare).

Barem de notare

Nota	5	6	7	8	9	10
Punctaj	5-9	10-13	14-16	17-19	20-22	23-24

Anexa 5. Test de evaluare finală

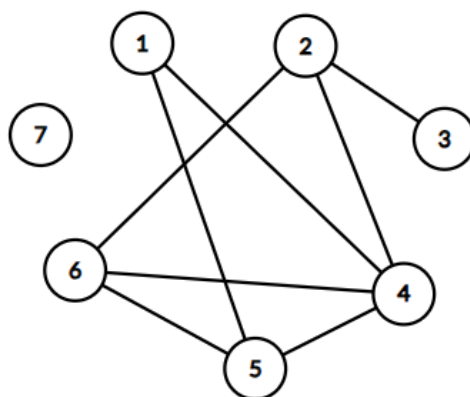
Teoria Grafurilor Examen, Varianta 1

Grupa _____

Numele, Prenumele _____

Să se rezolve următoarele probleme.

1) Se dă graful $G = (X, U)$:



- a) De scris mulțimea X și mulțimea U
- b) De scris matricea de adiacență A
- c) De scris listele de adiacență
- d) De scris lista muchiilor
- e) De scris gradele fiecărui nod

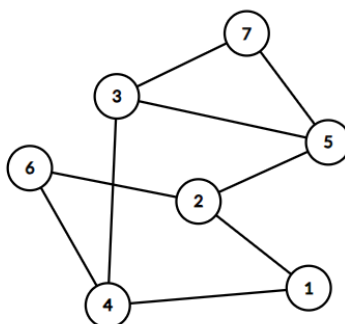
(5 puncte)

2) Să se determine mulțimea U a grafului neorientat $G = (X, U)$, unde $X = \{1, 2, 3, 4\}$, $d(1) = 1$, $d(2) = 3$, $d(3) = 2$, $d(4) = 2$.

- a) De scris lista de adiacență;
- b) De scris lista muchiilor;
- c) De scris matricea de adiacență;
- d) De construit graful G .

(4 puncte)

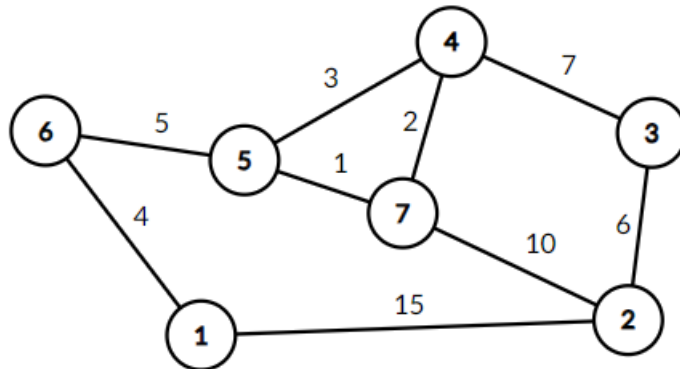
3) Să se realizeze parcurgerea în lățime (BFS) și adâncime (DFS) pentru fiecare nod al grafului de mai jos. **(7 puncte)**



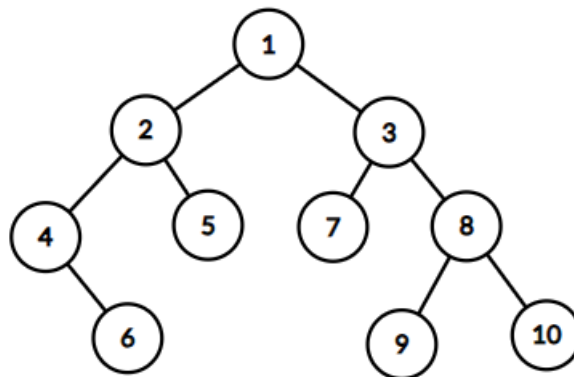
4) Aplicând algoritmul Roy Floyd să se determine manual drumurile de cost minim între toate vârfurile grafului reprezentat prin matricea ponderilor A_0 . Să se verifice în Maple rezultatele obținute. (9 puncte)

$$A_0 = \begin{pmatrix} 0 & 6 & 4 & \infty \\ 8 & 0 & \infty & 9 \\ \infty & \infty & 0 & 3 \\ 7 & 6 & \infty & 0 \end{pmatrix}$$

5) Aplicând algoritmul Kruskal și algoritmul Prim să se determine arborele parțial de cost minim (APCM) pentru graful neorientat ponderat de mai jos. Să se construiască APCM pentru ambii algoritmi. Să se compare rezultatele. Să se verifice în Maple rezultatele obținute. (6 puncte)



6) Să se realizeze parcurgerile RSD, SRD și SDR pentru următorul arbore binar. (6 puncte)



7) Se dă un vector de numere întregi: $H = \{15, 7, 19, 9, 21, 27\}$. Se cere de construit un vector **MaxHeap** și ulterior să se aplice algoritmul HeapSort pentru a ordona vectorul crescător. (8 puncte)

Barem de notare

Nota	5	6	7	8	9	10
Punctaj	18-24	25-29	30-34	35-39	40-42	43-45

Anexa 6. Datele statistice la începutul experimentului pedagogic

A 6.1. Notele medii ale studenților pentru perioada 2016-2017

Nr. d/o	Cod_student	Bazele programării / Fundamentele programării	Algebra / Mulțimi și structuri algebrice	Geometria analitică	Sisteme de operare	Nota medie
Eșantionul experimental						
1.	Student1	5	5	5	6	5,25
2.	Student2	6	6	7	7	6,5
3.	Student3	7	6	7	7	6,75
4.	Student4	7	6	6	7	6,50
5.	Student5	7	7	8	7	7,25
6.	Student6	6	5	5	6	5,50
7.	Student7	5	7	7	8	6,75
8.	Student8	6	7	7	7	6,75
9.	Student9	6	6	7	7	6,50
10.	Student10	6	7	6	6	6,25
11.	Student11	7	7	6	6	6,50
12.	Student12	5	5	5	5	5,00
13.	Student13	7	8	7	8	7,50
14.	Student14	7	8	8	7	7,50
15.	Student15	6	5	7	6	6,00
16.	Student16	7	8	8	7	7,50
17.	Student17	5	5	6	5	5,25
18.	Student18	8	7	7	7	7,25
19.	Student19	8	7	7	8	7,50
20.	Student20	7	7	8	8	7,50
21.	Student21	9	9	10	10	9,50
22.	Student22	9	8	9	8	8,50
23.	Student23	8	7	8	8	7,75
24.	Student24	8	7	7	8	7,50
25.	Student25	7	6	6	6	6,25
26.	Student26	8	7	7	7	7,25
27.	Student27	7	7	6	7	6,75
28.	Student28	8	7	8	8	7,75
29.	Student29	9	9	10	10	9,50
Eșantionul de control						
1.	Stud1	6	7	7	7	6,75
2.	Stud2	6	6	7	7	6,50
3.	Stud3	6	7	8	6	6,75
4.	Stud4	7	7	6	6	6,50
5.	Stud5	5	5	5	5	5,00
6.	Stud6	7	8	7	8	7,50
7.	Stud7	7	8	8	7	7,50
8.	Stud8	6	5	7	6	6,00

9.	Stud9	7	8	8	7	7,50
10.	Stud10	5	5	6	5	5,25
11.	Stud11	8	7	7	7	7,25
12.	Stud12	8	7	7	8	7,50
13.	Stud13	7	7	8	8	7,50
14.	Stud14	9	9	10	10	9,50
15.	Stud15	9	8	9	8	8,50
16.	Stud16	8	7	8	8	7,75
17.	Stud17	8	7	7	8	7,50
18.	Stud18	7	6	6	6	6,25
19.	Stud19	8	7	7	7	7,25
20.	Stud20	7	7	6	7	6,75
21.	Stud21	5	6	5	6	5,50
22.	Stud22	6	6	7	7	6,50
23.	Stud23	7	6	7	7	6,75
24.	Stud24	7	6	6	7	6,50
25.	Stud25	7	7	8	7	7,25
26.	Stud26	6	5	7	6	6,00

A 6.2 Notele medii ale studenților pentru perioada 2017-2018

Nr. d/o	Cod_student	Bazele programării/ Fundamentele programării	Algebra/ Mulțimi și structuri algebrice	Geometria analitică	Sisteme de operare	Nota medie
Eșantionul experimental						
1.	Student1	8	7	7	8	7,50
2.	Student2	7	7	8	8	7,50
3.	Student3	9	9	10	10	9,50
4.	Student4	9	8	9	8	8,50
5.	Student5	8	7	8	8	7,75
6.	Student6	8	7	7	8	7,50
7.	Student7	7	6	6	6	6,25
8.	Student8	8	7	8	8	7,75
9.	Student9	7	7	6	7	6,75
10.	Student10	5	5	5	6	5,25
11.	Student11	6	6	7	7	6,50
12.	Student12	7	8	7	7	7,25
13.	Student13	7	6	6	7	6,50
14.	Student14	7	7	8	7	7,25
15.	Student15	6	5	5	6	5,50
16.	Student16	5	7	7	8	6,75
17.	Student17	10	9	8	9	9,00
18.	Student18	6	6	7	7	6,50
19.	Student19	6	7	6	6	6,25
20.	Student20	7	7	6	6	6,50

Nr. d/o	Cod_student	Bazele programării/ Fundamentele programării	Algebra/ Mulțimi și structuri algebrice	Geometria analitică	Sisteme de operare	Nota medie
21.	Student21	5	5	5	5	5,00
22.	Student22	7	8	7	8	7,50
23.	Student23	7	8	8	7	7,50
24.	Student24	6	5	7	6	6,00
25.	Student25	10	8	8	9	8,75
26.	Student26	5	5	6	5	5,25
27.	Student27	8	7	7	7	7,25
Eșantionul de control						
1.	Stud1	8	7	8	8	7,75
2.	Stud2	8	7	7	8	7,50
3.	Stud3	7	6	6	6	6,25
4.	Stud4	8	7	7	7	7,25
5.	Stud5	7	8	8	7	7,50
6.	Stud6	5	5	6	5	5,25
7.	Stud7	8	7	7	7	7,25
8.	Stud8	8	7	7	8	7,50
9.	Stud9	7	7	8	8	7,50
10.	Stud10	9	9	10	10	9,50
11.	Stud11	9	8	7	8	8,00
12.	Stud12	6	7	7	7	6,75
13.	Stud13	6	6	7	7	6,50
14.	Stud14	6	7	8	6	6,75
15.	Stud15	7	7	6	6	6,50
16.	Stud16	5	5	5	5	5,00
17.	Stud17	7	8	7	8	7,50
18.	Stud18	7	8	8	7	7,50
19.	Stud19	6	5	7	6	6,00

A 6.3 Notele medii ale studenților pentru perioada 2018-2019

Nr.ord.	Cod_student	Bazele programării / Fundamentele programării	Algebra / Mulțimi și structuri algebrice	Geometria analitică	Sisteme de operare	Nota medie
Eșantionul experimental						
1.	Student1	5	7	7	8	6,75
2.	Student2	6	7	7	7	6,75
3.	Student3	6	6	7	7	6,50
4.	Student4	6	7	6	6	6,25
5.	Student5	7	7	6	6	6,5
6.	Student6	5	5	5	5	5,00
7.	Student7	7	8	7	8	7,50

8.	Student8	7	8	8	7	7,50
9.	Student9	6	5	7	6	6,00
10.	Student10	7	8	8	7	7,50
11.	Student11	5	5	5	6	5,25
12.	Student12	6	6	7	7	6,50
13.	Student13	7	6	7	7	6,75
14.	Student14	7	6	6	7	6,50
15.	Student15	7	7	8	7	7,25
16.	Student16	6	5	5	6	5,50
17.	Student17	5	5	6	5	5,25
18.	Student18	8	7	7	7	7,25
19.	Student19	8	7	7	8	7,50
20.	Student20	8	7	7	8	7,50
21.	Student21	7	6	6	6	6,25
22.	Student22	8	7	7	7	7,25
23.	Student23	7	7	6	7	6,75
24.	Student24	8	7	8	8	7,75
25.	Student25	9	9	10	10	9,50
Eșantionul de control						
1.	Stud1	7	7	8	8	7,50
2.	Stud2	8	7	7	7	7,25
3.	Stud3	7	7	6	7	6,75
4.	Stud4	6	5	7	6	6,00
5.	Stud5	7	8	8	7	7,50
6.	Stud6	6	5	7	6	6,00
7.	Stud7	7	8	8	7	7,50
8.	Stud8	5	5	6	5	5,25
9.	Stud9	8	7	7	7	7,25
10.	Stud10	8	7	7	8	7,50
11.	Stud11	6	7	7	7	6,75
12.	Stud12	6	6	7	7	6,50
13.	Stud13	6	7	8	6	6,75
14.	Stud14	7	7	6	6	6,50
15.	Stud15	5	5	5	5	5,00
16.	Stud16	7	8	7	8	7,50

A 6.4 Notele medii ale studenților pentru perioada 2019-2020

Nr. d/o	Cod_student	Bazele programării/ Fundamentele programării	Algebra/ Mulțimi și structuri algebrice	Geometria analitică	Sisteme de operare	Nota medie
Eșantionul experimental						
1.	Student1	5	5	5	6	5,25
2.	Student2	6	8	7	9	7,50
3.	Student3	7	9	7	7	7,50

4.	Student4	7	6	6	7	6,50
5.	Student5	10	10	8	9	9,25
6.	Student6	8	5	5	6	6,00
7.	Student7	5	8	7	8	7,00
8.	Student8	6	7	8	7	7,00
9.	Student9	9	6	7	7	7,25
10.	Student10	7	7	6	6	6,50
11.	Student11	7	8	8	7	7,50
12.	Student12	6	5	5	5	5,25
13.	Student13	6	8	8	8	7,50
14.	Student14	9	7	10	10	9,00
15.	Student15	7	5	6	8	6,50
Eșantionul de control						
1.	Stud1	6	7	7	7	6,75
2.	Stud2	6	6	7	7	6,5
3.	Stud3	6	7	8	6	6,75
4.	Stud4	7	7	6	6	6,50
5.	Stud5	5	5	5	5	5,00
6.	Stud6	7	8	7	8	7,50
7.	Stud7	7	8	8	7	7,50
8.	Stud8	6	5	7	6	6,00
9.	Stud9	7	8	8	7	7,50
10.	Stud10	5	5	6	5	5,25
11.	Stud11	8	7	7	7	7,25
12.	Stud12	8	9	9	8	8,50
13.	Stud13	7	7	8	8	7,50
14.	Stud14	9	9	10	10	9,50
15.	Stud15	9	8	9	8	8,50
16.	Stud16	8	7	8	8	7,75
17.	Stud17	8	7	7	8	7,50
18.	Stud18	7	6	6	6	6,25
19.	Stud19	8	7	7	7	7,25
20.	Stud20	7	7	6	7	6,75
21.	Stud21	5	6	5	6	5,50
22.	Stud22	9	10	8	7	8,50
23.	Stud23	7	6	7	7	6,75
24.	Stud24	7	6	6	7	6,50

Anexa 7. Calcule referitoare la omogenitatea eșantioanelor din perioada 2017-2018

Статистика группы

	Esantion	N	Среднее значение	Стандартная отклонения	Среднекв. ошибка среднего
Nota_medie	1	27	7,0185	1,13918	,21923
	2	19	7,0395	1,01811	,23357

Критерий для независимых выборок

		Критерий равенства дисперсий Ливиня		t-критерий для равенства средних						
		F	Знач.	t	ст.св.	Знач. (2-х сторонняя)	Разность средних	Среднеквадратичная ошибка разности	95% доверительный интервал для разности	
									Нижняя	Верхняя
Nota_medie	Предполагаются равные дисперсии	,484	,490	-,064	44	,949	-,02096	,32678	-,67953	,63762
	Не предполагаются равные дисперсии			-,065	41,427	,948	-,02096	,32034	-,66770	,62579

din perioada 2018-2019

Статистика группы

	Esantion	N	Среднее значение	Стандартная отклонения	Среднекв. ошибка среднего
Nota_medie	1	25	6,7600	,96954	,19391
	2	16	6,7188	,81074	,20268

Критерий для независимых выборок

		Критерий равенства дисперсий Ливиня		t-критерий для равенства средних						
		F	Знач.	t	ст.св.	Знач. (2-х сторонняя)	Разность средних	Среднеквадратичная ошибка разности	95% доверительный интервал для разности	
									Нижняя	Верхняя
Nota_medie	Предполагаются равные дисперсии	,179	,675	,141	39	,888	,04125	,29190	-,54917	,63167
	Не предполагаются равные дисперсии			,147	36,115	,884	,04125	,28050	-,52757	,61007

din perioada 2018-2019

Статистика группы

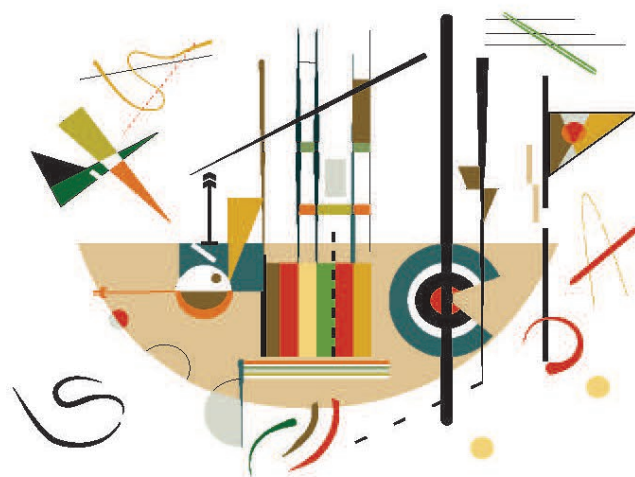
	Esantion	N	Среднее значение	Стандартная отклонения	Среднекв. ошибка среднего
Nota_medie	1	15	7,0333	1,13337	,29263
	2	24	7,0521	1,07839	,22013

Критерий для независимых выборок

	Критерий равенства дисперсий Ливиня		t-критерий для равенства средних						
	F	Знач.	т	ст.св.	Знач. (2-х сторонняя)	Разность средних	Среднеквадратичная ошибка разности	95% доверительный интервал для разности	
								Нижняя	Верхняя
Nota_medie	,001	,971	-,052	37	,959	-,01875	,36190	-,75202	,71452
			-,051	28,727	,960	-,01875	,36618	-,76799	,73049

ELEMENTE DE TEORIA GRAFURILOR

Liubomir Chiriac • Marina Bostan



Chișinău, 2022

Lucrare realizată în cadrul proiectului de cercetări științifice „Metodologia implementării TIC în procesul de studiere a științelor reale în sistemul de educație din Republica Moldova din perspectiva inter/transdisciplinarității (concept STEAM)”, inclus în „Program de stat” (2020-2023), Prioritatea IV: Provocări societale, cifrul 20.80009.0807.20

Lucrarea aprobată de către Senatul Universității de Stat din Tiraspol

Recenzenți:

Dumitru COZMA, dr. habilitat, profesor universitar, Universitatea de Stat din Tiraspol

Inga ȚIȚCHIEV, dr., conferențiar universitar, Institutul de Matematică și Informatic

Descriere CIP

Cuprins

INTRODUCERE.....	7
I. GRAFURI NEORIENTATE	16
1.1. Noțiuni introductive	16
1.2. Reprezentarea grafurilor neorientate	27
1.3. Parcurgerea grafurilor neorientate	48
1.4. Clase speciale de grafuri	58
1.5. Lanț, ciclu	74
1.6. Grafuri euleriene	88
1.7. Grafuri hamiltoniene	99
1.8. Număr cicromatic. Colorarea grafurilor	107
II. GRAFURI ORIENTATE	126
2.1. Noțiuni introductive	126
2.2. Reprezentări ale grafurilor orientate	132
2.3. Graf orientat complet. Graf turneu.....	140
2.4. Lanț, Drum, Circuit.....	146
2.5. Conexitate. Tare conexitate	151
2.6. Graf hamiltonian. Graf eulerian	162
III. ALGORITMI PENTRU DETERMINAREA DRUMURILOR MINIME ÎN GRAFURI	175
3.1. Introducere. Drumuri de cost minim.....	175
3.2. Utilizarea softului matematic Maple la soluționarea problemei drumului minim	176

3.3. Problema drumurilor minime în grafuri	177
3.4. Implementarea algoritmului lui Dijkstra	178
3.5. Implementarea algoritmului Roy-Floyd	192
IV. ARBORI. ARBORI BINARI. ARBORI PARȚIALI DE COST MINIM	206
4.1. Arbori. Definiții și proprietăți	206
4.2. Arborii binari și proprietăți	212
4.3. Parcurgerea arborilor binari	223
4.4. Arborele parțial de cost minim. Algoritmul Kruskal și algoritmul Prim	228
V. MAXHEAP, MINHEAP, ALGORITMI HEAP-SORT	252
5.1. Arbori binari de căutare	252
5.2. Noțiuni de Heap-uri: MaxHeap, MinHeap. Proprietăți	260
5.3. Algoritmi de filtrare, inserare și ștergere pe o structură Heap	262
5.4. Construirea unui vector MaxHeap	268
5.5. Algoritmul Heap-Sort	272
VI. ALGORITMUL FORD-FULKERSON. FLUXUL ÎN REȚEA	284
6.1. Formularea problemei. Noțiuni fundamentale	284
6.2. Algoritmul Ford-Fulkerson. Fluxul maxim în rețea	287
6.3. Aplicarea algoritmului Ford-Fulkerson la rezolvarea problemelor	289
VII. CUPLAJE	302
7.1. Formularea problemei. Noțiuni fundamentale	302
7.2. Determinarea cuplajelor maxime într-un graf bipartit	304
7.3. Soluționarea unor probleme de repartiție	309
BIBLIOGRAFIE	315



INTRODUCERE

1

Scurt istoric privind dezvoltarea Teoriei Grafurilor

În anul 1736 renumitul matematician elvețian L. Euler în lucrarea sa „The Seven Bridges of Königsberg” introduce primele noțiuni din teoria grafurilor, examinată ca parte integrată a matematicii. În acest articol Euler a propus soluția rezolvării problemelor celor 7 poduri prin introducerea noțiunilor de ciclu eulerian, graf eulerian și schițând demonstrația celebrei teoreme a lui Euler. De altfel, anul 1736 se consideră anul lansării teoriei grafurilor. Să punctăm faptul că un alt matematician german, Carl Hierholzer, care a examinat aceleași probleme ca și L. Euler, și-a publicat propriile cercetări în anul 1873. Carl Hierholzer a demonstrat suplimentar unele rezultate considerate de Euler evidente. Este necesar de menționat că termenul graf a fost introdus pentru prima dată în sensul sau actual în 1878 de matematicianul englez James Joseph Sylvester.

Ulterior, J. J. Sylvester, în calitate de profesor la Universitatea Johns Hopkins și ca fondator al American Journal of Mathematics, în ultima jumătate a secolului al XIX-lea, a contribuit enorm la dezvoltarea matematicii americane.

În anul 1936, cu 200 de ani mai târziu, în Germania, Leipzig, matematicianul magiar Denes Kőrege a tipărit prima carte în teoria grafurilor „Theorie der endlichen und unendlichen Graphen”. În premieră, în cartea respectivă, noțiunile introduse de matematicianul elvețian sunt numite în cinstea lui: lanț și graf eulerian, Teorema Euler, etc. Mai târziu, în anul 1957, C. Berge publică o monografie completă despre grafuri „Théorie des graphes et ses applications”, care a jucat un rol deosebit în promovarea și dezvoltarea ulterioară a teoriei grafurilor.

- Cu ajutorul grafurilor orientate ponderate sunt modelate rețele neuronale artificiale *feed-forward* și de tip *recurent*;
- Studiul bazelor de date se poate realiza cu structuri ierarhice de tip arbore și cu structuri de tip rețea prin intermediul grafurilor orientate.

Probleme propuse

1

Problema Euler-problema celor 7 poduri.

Orașul Königsberg din Prusia (astăzi, Kaliningrad, Rusia) se întindea pe ambele maluri ale râului Pregel, cuprinzând și două insule mari A și D legate una de cealaltă prin intermediul podului 4 și cu diverse alte porțiuni ale orașului prin 7 (șapte) poduri. Problema constă în elaborarea unui drum (traseu), care să traverseze fiecare dintre aceste poduri odată și numai odată. Este posibil de găsit un astfel de traseu? Argumentați răspunsul.

Figura 8. Podurile din Königsberg

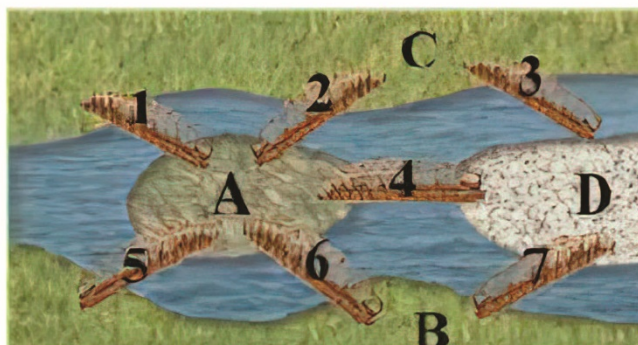
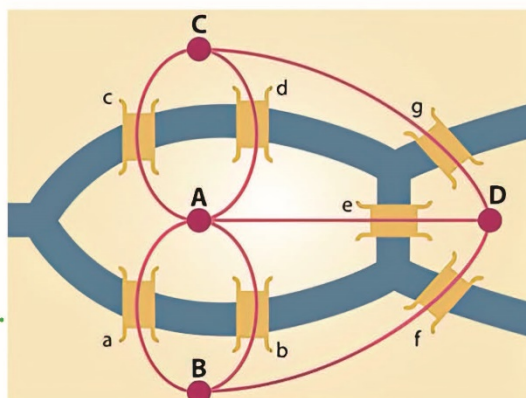
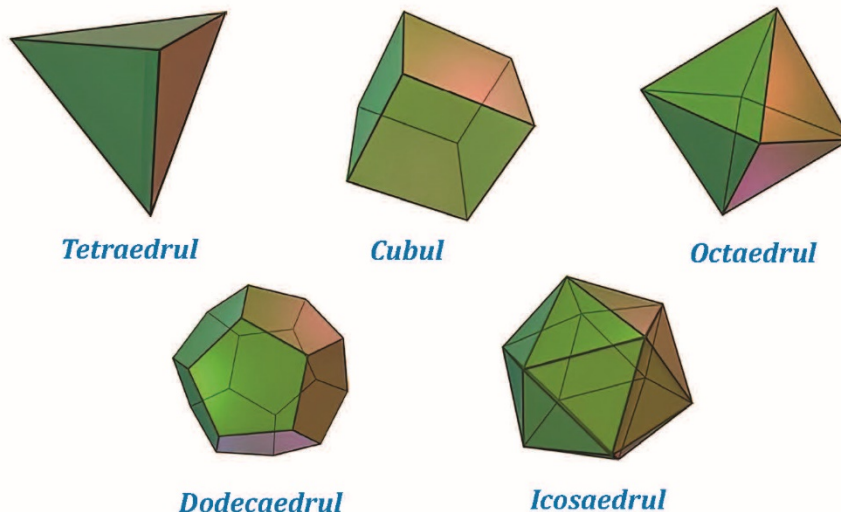


Figura 9. Graful planar care reprezintă problema podurilor



Mai jos construim graful planar al problemei descrise mai sus.

Figura 11. Poliedre regulate



b) Să se schițeze graful planar asociat fiecărui poliedru regulat așa cum s-a procedat pentru dodecaedrul.

5

Problema convorbirilor telefonice.

Cinci prieteni și respectiv șapte prieteni au vorbit între ei la telefon, pentru a detalia planul unei excursii. Când s-au întâlnit, ei au reconstituit convorbirile avute, reprezentându-le sub forma grafuri: Figura 5 și Figura 6.

Figura 12. Graful convorbirilor avute de 5 prieteni

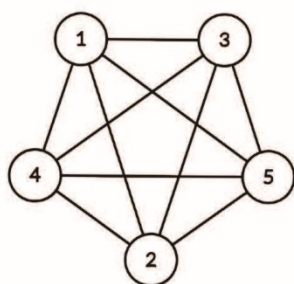
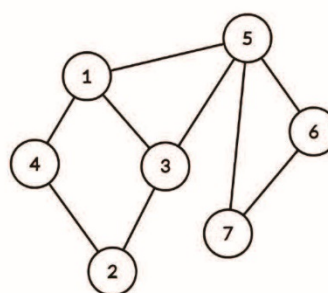


Figura 13. Graful convorbirilor avute de 7 prieteni



Câte convorbiri au fost efectuate în ambele situații? Cine a vorbit de cele mai multe ori la telefon? Dar de cele mai puține ori? Se poate reprezenta graful convorbirilor într-o altă formă.



1 GRAFURI NEORIENTATE

În multe situații cotidiene, o reprezentare schematică este preferabilă unei reprezentări detaliate. În acest fel, ne putem concentra atenția asupra esențialei. În contextul dat, în capitolul respectiv, vom da o serie de concepte, definiții și noțiuni care țin de teoria grafurilor. Se vor demonstra diverse proprietăți ale grafurilor și se vor examina grafuri speciale ce prezintă un interes deosebit pentru rezolvarea problemelor practice.

1.1. Noțiuni introductive

Definiție 1.1. Fie X o mulțime finită și nevidă și mulțimea de perechi $U \subset \{\{x, y\} | x, y \in X\}$. Numim **graf** (sau **graf neorientat**) perechea $G = (X, U)$. Elemente din mulțimea X se numesc **noduri** sau **vârfuri**, iar elementele din mulțimea U poartă numele de **muchii** ale grafului.

Așadar, se numește **graf neorientat** (G) o pereche ordonată de mulțimi (X, U) , unde X este o mulțime finită și nevidă de elemente, iar U o mulțime de perechi formate cu elemente distincte din mulțimea X .

Perechea neordonată formată din vârfurile x și y se notează $u = [x, y]$; vârfurile x și y se numesc **extremitățile muchiei**.

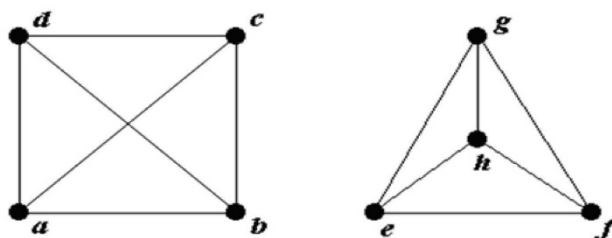
În caz general, într-un graf neorientat $G = (X, U)$ se folosesc notațiile:

- $\text{Card}(X) = n$ – numărul de noduri din graf.
- $\text{Card}(U) = m$ – numărul de muchii din graf.

Definiție 1.2. Dacă există o muchie cu extremitățile x și y , atunci nodurile x și y sunt **adiacente**. Fiecare extremitate a unei muchii este considerată **incidentă** cu muchia.

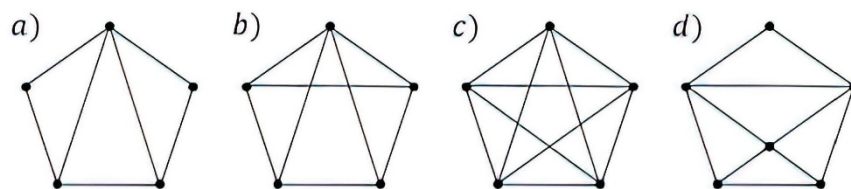
Grafurile sunt izomorfe. Într-adevăr, aplicațiile $x_1 \rightarrow y_1, x_2 \rightarrow y_2, x_3 \rightarrow y_3, x_4 \rightarrow y_4, x_5 \rightarrow y_5$, care reprezintă un izomorfism, transformă cu ușurință primul graf în al doilea graf și gradele nodurilor respective se păstrează la fel cum și numărul de muchii adiacente fiecărui nod.

Exemplul 1.38. Grafurile de mai jos sunt izomorfe. Argumentați de ce?



Grafurile sunt izomorfe. Aplicațiile $a \rightarrow e, b \rightarrow f, c \rightarrow g, d \rightarrow h$, reprezintă un izomorfism și transformă primul graf în al doilea graf și gradele nodurilor respective se păstrează. De asemenea, la izomorfism se păstrează și numărul de muchii adiacente fiecărui din cele 5 noduri.

Exemplul 1.39. Indiferent de faptul care perechi de grafuri se examinează grafurile respective sunt neizomorfe. Argumentați de ce?



Probleme propuse 1.4

- 1 Fie graful $G = (X, U)$ unde $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ este mulțimea de vârfuri, iar mulțimea muchiilor este: $U = \{[1, 2], [1, 3], [2, 3], [2, 4], [3, 6], [4, 5], [5, 6]\}$.
Sunt eliminate nodurile 3 și 5. Se obține mulțimea nodurilor $Y = \{1, 2, 4, 6\}$ din X .
 - a) Să se descrie mulțimea V a grafului $G_1 = (Y, V)$ care este subgraf pentru graful $G = (X, U)$.
 - b) Să se construiască subgraful $G_1 = (Y, V)$.

2 Fie graful $G = (X, U)$ unde $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ este mulțimea de vârfuri, iar mulțimea muchiilor este: $U = \{[1, 2], [1, 3], [2, 3], [2, 4], [3, 6], [4, 5], [5, 6]\}$. Sunt eliminate muchiile $[1, 3], [2, 3], [2, 4]$. Se obține mulțimea muchiilor V din U .

- Să se descrie mulțimea V a grafului $G_1 = (X, V)$ care este subgraf pentru graful $G = (X, U)$.
- Să se construiască subgraful $G_1 = (Y, V)$.

3 Să se construiască grafurile complete K_7 și K_8 . Sa se determine numărul de muchii.

Rezolvare: Maple18

with(GraphTheory)//Apelăm pachetul *GraphTheory*

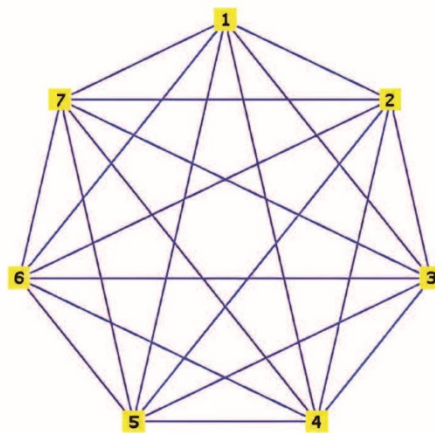
//Declarăm Graful neorientat G cu 7 noduri

K7 := CompleteGraph(7)

Graph 1: an undirected unweighted graph with 7 vertices and 21 edge(s)

//Construim/desenăm graful complet K_7

DrawGraph(G);



//Numărul de noduri/vârfuri

NumberOfVertices(K7);

7

```
//Numărul de muchii
```

```
NumberOfEdges(K7);
```

21

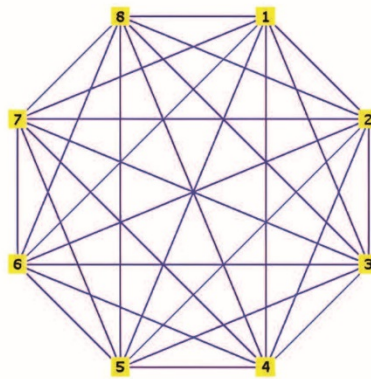
```
//Declarăm Graful neorientat complet K cu 8 noduri
```

```
K8 := CompleteGraph(8);
```

Graph 2: an undirected unweighted graph with 8 vertices and 28 edge(s)

```
//Construim/desenăm graful complet K8
```

```
DrawGraph(K8);
```



```
//Numărul de noduri/vârfuri
```

```
NumberOfVertices(K8);
```

8

```
//Numărul de muchii
```

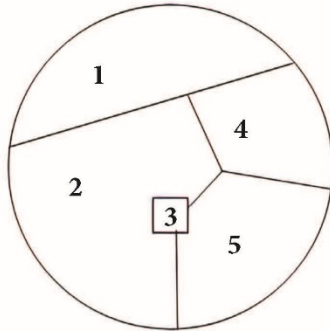
```
NumberOfEdges(K8);
```

28

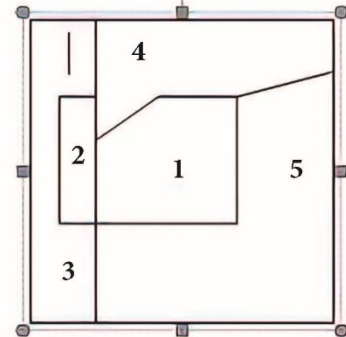
- 4 Fie $G = (X, U)$, unde $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $U = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$. Sunt date mulțimile $A = \{1, 2, 3, 4\}$ și $B = \{5, 6, 7\}$ astfel, încât $A \cap B = \emptyset$ și $A \cup B = X$. Să se scrie mulțimea $U = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ încât fiecare muchie să aibă o extremitate în A și o extremitate în B .

- 5 Să se construiască grafuri bipartite complete pentru $n = 4$.

Harta N1



Harta N2



3

Să se determine dacă grafurile din Figurile A și B sunt 3-colorabile după noduri? Să se realizeze geometric tipul de colorare identificat.

Figura A

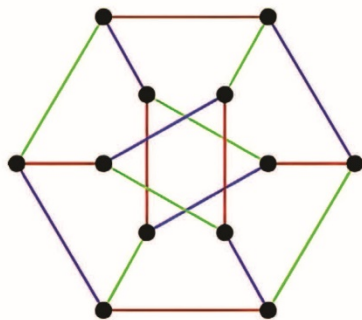
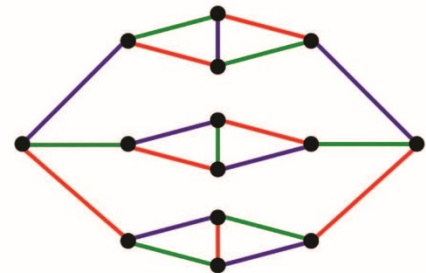


Figura B

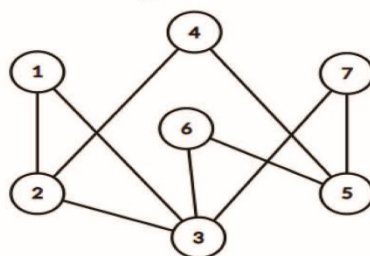


Test N1. Grafuri neorientate

Notății: Prin n – notăm numărul de noduri (vârfuri), iar prin m – numărul de muchii.

1. Pentru graful din Figura T1 să se determine:

Figura T1



- Gradele fiecărui nod.
- Matricea de adiacență
- Lista de adiacență.
- Lista muchiilor.
- Matricea de incidență.



2 GRAFURI ORIENTATE

În teoria grafurilor, un graf orientat ori digraf reprezintă un graf la care muchiile sunt arce (au un sens). Altfel spus, grafurile orientate sunt grafuri în care arcele care conectează nodurile au un singur sens. Examinăm în acest capitol proprietățile grafurilor orientate.

2.1. Noțiuni introductive

Definiție 2.1. Fie X o mulțime finită și nevidă. Numim **graf orientat (digraf)** orice pereche $G = (X, U)$ în care $U \subset X \times X$ este o mulțime finită de perechi ordonate cu componente din X (U este o relație binară pe X).

Elementele mulțimii X vor fi numite **vârfuri** sau **noduri**. Elementele mulțimii U se numesc **arce**.

Orice arc are forma (a, b) , în care a se numește **extremitate inițială**, iar b se numește **extremitate finală** a arcului (a, b) .

Exemplu 2.1. Considerăm mulțimea $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ și mulțimea, $U \subset X \times X$, $U = \{(1,2), (1,3), (1,6), (2,3), (2,9), (3,4), (4,5), (4,9), (5,6), (6,8), (7,6), (8,7), (9,8)\}$.

Graful descris are următoarea reprezentare din Figura 2.1.1.

Un graf orientat se reprezintă grafic printr-o mulțime de puncte corespunzătoare vârfurilor și printr-o mulțime de segmente orientate (săgeți) corespunzătoare arcelor. O săgeată este orientată de la extremitatea inițială spre extremitatea finală a arcului pe care îl reprezintă.

Figura 2.2.3. Graful orientat

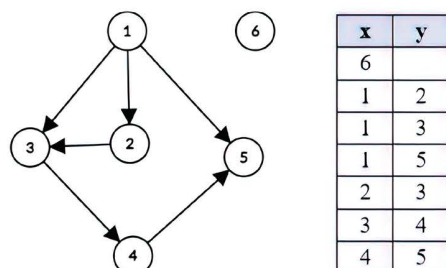
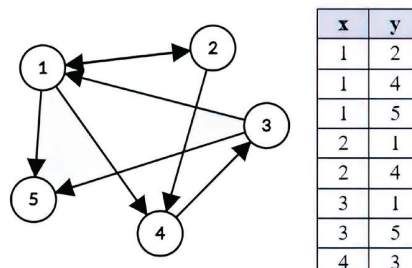


Figura 2.2.4. Graful orientat



B. Matricea de adiacență

Matricea de adiacență: face o asociere între vârfuri și indicii matricei. Este o matrice pătratică cu $n \times n$ elemente, unde n este numărul de noduri.

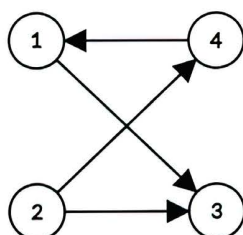
$$a_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{dacă arcul } (i,j) \text{ există} \\ 0, & \text{dacă arcul } (i,j) \text{ nu există} \end{cases}$$

Exemplu 2.6. Pentru graful orientat prezentat în Figura 2.2.3 avem următoarea matrice de adiacență:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

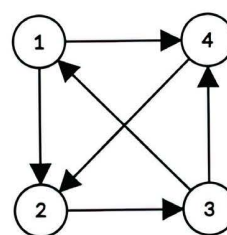
Exemplu 2.7. Pentru grafurile orientate prezentat mai jos vom construi matricile de adiacență.

Figura 2.2.5. Graful orientat



$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Figura 2.2.6. Graful orientat



$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



4 ARBORI. ARBORI BINARI. ARBORI PARȚIALI DE COST MINIM

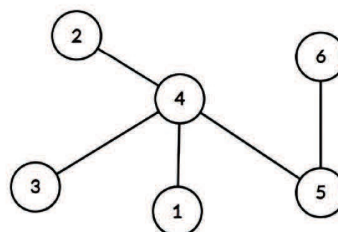
În teoria grafurilor noțiunea de „arbore” a fost folosită, în anul 1857, pentru prima dată de Arthur Cayley (16 August 1821 – 26 Ianuarie 1895), matematician britanic. El s-a inspirat de la termenul „arbore” utilizat în biologie. Arborii în teoria grafurilor au fost cercetați, la etapa inițială de cunoștințe savanți ai timpului: Arthur Cayley (aplicații în chimie), G. R. Kirchhoff (12 Martie 1824 – 17 Octombrie 1887) (aplicații la studiul rețelelor electrice), etc. În informatică, un arbore binar este un arbore în care fiecare nod are cel mult doi succesori (fii). Conceptele de arbori, arbori binari, arbori parțiali de cost minim are o aplicație enormă la soluționarea problemelor practice.

4.1. Arbori. Definiții și proprietăți

În teoria grafurilor noțiunea de arbore se introduce în felul următor.

Definiție 4.1. Un **arbore** este un graf neorientat, conex și fără cicluri.

Figura 4.1.1. Exemplu de arbore



4.2. Arborii binari și proprietăți

Arborii binari sunt utilizați în mod special în calitate de arbori binari de căutare și la structurile de tip Heap.

Definiție 4.2. Un **arbore binar** este o mulțime finită de noduri care este fie vidă, fie reprezintă un arbore ordonat în care fiecare nod are cel mult doi descendenți.

Astfel, un **arbore binar** este un arbore în care fiecare nod are cel mult doi succesori (fii). Succesorii se numesc „nodul stânga” și „nodul dreapta” (Figura 4.2.1).

Un arbore binar în care fiecare nod are 0 sau 2 descendenți se numește **arbore binar complet**. Un astfel de arbore este reprezentat în Figura 4.2.2.

Figura 4.2.1. Exemplu de arbore binar

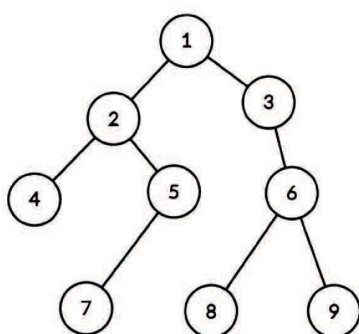
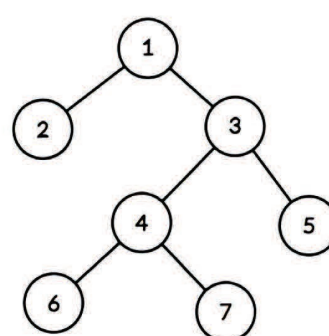
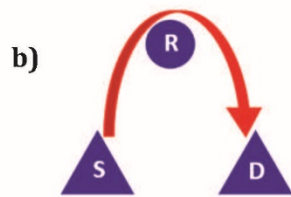


Figura 4.2.2. Exemplu de arbore binar complet



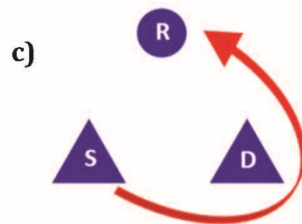
PROPRIETĂȚI GENERALE ALE ARBORILOR BINARI

1. Un arbore binar complet care are n noduri terminale, toate situate pe același nivel, are în total $2n - 1$ noduri. În consecință, un arbore binar complet are un număr impar de noduri.
2. Numărul maxim de noduri de pe nivelul i al unui arbore este 2^i .
3. Numărul maxim de noduri dintr-un arbore binar cu înălțimea h este $2^{h+1} - 1$.
4. Un arbore binar cu n noduri are înălțimea mai mare sau egală cu $\lceil \log_2 n \rceil$.



Traversarea în inordine (SRD)

- se traversează subarborele stâng
- se vizitează rădăcina
- se traversează subarborele drept

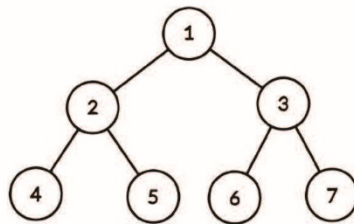


Traversarea în postordine (SDR)

- se traversează subarborele stâng
- se traversează subarborele drept
- se vizitează rădăcina

Exemplu 4.10. Să se realizeze parcurgerile RSD, SRD și SDR pentru următorul arbore binar plin.

Figura 4.3.1. Arbore binar plin

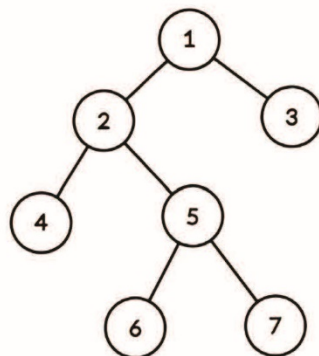


Pentru arborele binar din figura alăturată, avem următoarele rezultate ale parcurgerilor:

- metoda **RSD**: 1, 2, 4, 5, 3, 6, 7
- metoda **SRD**: 4, 2, 5, 1, 6, 3, 7
- metoda **SDR**: 4, 5, 2, 6, 7, 3, 1

Exemplu 4.11. Să se realizeze parcurgerile RSD, SRD și SDR pentru următorul arbore binar strict.

Figura 4.3.2. Arbore binar strict



Pentru arborele binar alăturat, avem următoarele rezultate ale parcurgerilor:

- metoda **RSD**: 1, 2, 4, 5, 6, 7, 3
- metoda **SRD**: 4, 2, 6, 5, 7, 1, 3
- metoda **SDR**: 4, 6, 7, 5, 2, 3, 1



6

ALGORITMUL FORD-FULKERSON. FLUXUL ÎN REȚEA

Problema debitului maxim a fost formulată pentru prima dată în 1954 de către matematicianul american T. E. Harris (11 Ianuarie 1919 – 3 Noiembrie 2005) și F. S. Ross ca model simplificat al fluxului de trafic feroviar sovietic. În 1955, matematicienii americani Lester R. Ford, Jr. (Septembrie 23, 1927 – Februarie 26, 2017) și Delbert R. Fulkerson (August 14, 1924 – Ianuarie 10, 1976) au elaborat în premieră cunoscutul algoritm Ford-Fulkerson. Publicat în anul 1956, în „Revista canadiană de matematică”, articolul „Flux maxim printr-o rețea” a atras atenția matematicienilor și experților în domeniu. Iar în anul 1962, Lester R. Ford, Jr și Delbert R. Fulkerson, au publicat celebra monografia „Fluxuri în rețele”, Princeton University Press, care a direcționat cercetările pe subiectul respectiv.

6.1. Formularea problemei. Noțiuni fundamentale

În lucrarea lor din 1956, Ford și Fulkerson au scris că problema lui Harris și Ross este formulată după cum urmează: „*Luați în considerare o rețea feroviară care conectează două orașe prin intermediul unui număr de orașe intermediare, în care fiecare legătură a rețelei are un număr atribuit care reprezintă capacitatea sa. Presupunând o stare de echilibru, găsiți un flux maxim dintr-un oraș dat în celălalt.*”

Pe parcursul mai multor ani, au fost descoperite diverse soluții îmbunătățite la problema debitului maxim, în special cel mai succint algoritm a lui Edmonds și Karp și în mod independent Diniz; algoritmul de blocare a fluxului din Diniz; algoritmul Push-relabel de Tarjan și Goldberg; algoritmul de flux de blocare binar al Goldberg și Rao; algoritmiile lui Sherman și Kelner, Lee, Orecchia



7 CUPLAJE

Problema determinării cuplajelor maxime într-un graf bipartit poate fi efectuată prin mai multe metode. În lucrarea dată vom examina două metode privind determinarea cuplajelor maxime:

- **Metoda reducerii problemei la găsirea fluxului maxim într-o rețea.**
- **Metoda construirii lanțurilor alternante.**

7.1. Formularea problemei. Noțiuni fundamentale

Teoria fluxurilor într-o rețea are diverse aplicații în teoria grafurilor. Mai jos ne vom referi la aplicațiile care țin de grafurile bipartite.

Reamintim că un graf $G = G(V, E)$ este **bipartit** (bigraf) dacă mulțimea de vârfuri V poate fi reprezentată ca o reuniune de două mulțimi disjuncte, $V = A \cup B$, astfel încât fiecare muchie să aibă forma (v_i, v_j) , unde $v_i \in A$ și $v_j \in B$. Nu există două vârfuri din aceeași mulțime (A sau B) care să fie conectate printr-o muchie între ele.

Definiție 7.1. *Un cuplaj în graful neorientat $G = G(V, E)$ este o mulțime de muchii M în care nici o pereche de muchii nu are un nod comun.*

Nodurile adiacente la muchiile din m se numesc noduri saturate de m (sau M -saturate). Celelalte noduri se numesc M -nesaturate.

Definiție 7.2. *Un cuplaj perfect al lui G este un cuplaj care saturează toate nodurile lui G . Acest fapt înseamnă că pentru orice vârf $v_i \in A$ există un vârf $v_j \in B$, astfel încât $(v_i, v_j) \in M$.*

Anexa 9. Planuri de învățământ

A 9.1. Informatică și matematică. Plan de învățământ. UST

Ministerul Educației, Culturii și Cercetării al Republicii Moldova
Universitatea de Stat din Tiraspol

Coordonat

Ministerul Educației, Culturii și Cercetării
al Republicii Moldova

Ed. univ. 2018

Nr. de înregistrare



Aprobat

Senatul UST, proces-verbal nr. 4
din 28 noiembrie 2017

Rector, dr., prof. univ. E. Coropceanu

Plan de învățământ

Facultatea: Fizică, matematică și tehnologii informaționale

Nivelul calificării conform ISCED:

nivelul 6 - învățământ superior, ciclul I

Domeniul general de studiu:

011 Științe ale educației

Titlul obținut:

Licențiat în Științe ale educației

Domeniul de formare profesională:

0114 Formarea profesorilor

Specialitatea:

0114.2/0114.1 Informatică și matematică

Numărul total de credite de studiu: 240

Baza admiterii: diploma de bacalaureat,
diploma de studii profesionale sau un act
echivalent de studii

Limba de instruire: română

Forma de organizare a învățământului:
învățământ cu frecvență

Profa

Calendarul universitar

Anul de studii	Activități didactice		Sesiuni de examene		Stagii de practică	Vacanțe		
	Sem. I	Sem. II	Sem. I	Sem. II		Iarnă	Primăvară	Vară
I	01.09-15.12 (15 săptămâni)	30.01-21.05 (15 săptămâni)	16.12-30.12 16.01-29.01 (4 săptămâni)	22.05-18.06 (4 săptămâni)	-	01.01-15.01 (2 săptămâni)	Vacanța de Paști (1 săptămână)	19.06-31.08 (11 săptămâni)
II	01.09-15.12 (15 săptămâni)	30.01-21.05 (15 săptămâni)	16.12-30.12 16.01-29.01 (4 săptămâni)	22.05-18.06 (4 săptămâni)	Sem. IV Practica de inițiere 60 ore (aprilie-mai) (2 săptămâni)	01.01-15.01 (2 săptămâni)	Vacanța de Paști (1 săptămână)	19.06-31.08 (11 săptămâni)
III	01.09-15.12 (15 săptămâni)	30.01-21.05 (15 săptămâni)	16.12-30.12 16.01-29.01 (4 săptămâni)	22.05-18.06 (4 săptămâni)	Sem. VI Practica pedagogică I 300 ore (30.01-07.03) (5 săptămâni)	01.01-15.01 (2 săptămâni)	Vacanța de Paști (1 săptămână)	19.06-31.08 (11 săptămâni)
IV	01.09-15.12 (15 săptămâni)	30.01-21.05 (15 săptămâni)	16.12-30.12 16.01-29.01 (4 săptămâni)	01.04-14.04 (2 săptămâni) 22.05-14.06 (3 săptămâni)	Sem. VII Practica pedagogică II 300 ore (15.09-21.11) (5 săptămâni) Sem. VIII Practica de licență 240 ore (20.04-21.05) (4 săptămâni)	01.01-15.01 (2 săptămâni)	Vacanța de Paști (1 săptămână)	-

Planul de învățământ pe ani de studiu

Anul I

Semestrul I

Codul	Denumirea unității de curs	Total ore			Numărul de ore pe semestru			Forma de evaluare	Nr. credite
		Total	Direct	Ind.	C	S	L		
F.01.O.001	Analiza funcțiilor de o variabilă reală	120	75	45	45	30	-	E	4
F.01.O.002	Mulțimi și structuri algebrice	90	60	30	30	30	-	E	3
F.01.O.003	Geometria analitică în plan	90	60	30	30	30	-	E	3
S2.01.O.004	Complemente de matematică elementară	90	60	30	30	30	-	E	3
F.01.O.005	Sisteme de operare și arhitectura calculatorului	90	60	30	30	-	30	E	3
F.01.O.006	Fundamentele programării	150	75	75	45	-	30	E	5
F.01.O.007	Psihologia	180	60	120	30	30	-	E	6
G.01.O.008	Limba engleză 1 (Limba franceză 1)	90	30	60	-	30	-	E	3
Total		900	480	420	240	180	60	-	30
G.01.O.009	Educația fizică 1	30	30	-	-	30	-	C	-

Semestrul II

Codul	Denumirea unității de curs	Total ore			Numărul de ore pe semestru			Forma de evaluare	Nr. credite
		Total	Direct	Ind.	C	S	L		
F.02.O.010	Serii numerice și funcționale	120	75	45	45	30	-	E	4
F.02.O.011	Algebra liniară	90	60	30	30	30	-	E	3
F.02.O.012	Geometria analitică în spațiu	90	60	30	30	30	-	E	3

F.02.O.013	Programarea în limbaje de nivel mediu	150	90	60	45	-	45	E	5
S1.02.O.014	Grafuri, metode de parcurgere și reprezentări	120	75	45	45	-	30	E	4
F.02.O.015	Pedagogia	180	60	120	30	30	-	E	6
G.02.O.016	Limba engleză 2 (Limba franceză 2)	150	60	90	-	60	-	E	5
Total		900	480	420	225	180	75	-	30
G.02.O.017	Educația fizică 2	30	30	-	-	30	-	C	-

Anul II

Semestrul III

Codul	Denumirea unității de curs	Total ore			Numărul de ore pe semestru			Forma de evaluare	Nr. credite
		Total	Direct	Ind.	C	S	L		
F.03.O.018	Analiza funcțiilor de mai multe variabile reale	120	75	45	45	30	-	E	4
S2.03.O.019	Elemente de teoria numerelor	60	45	15	30	15	-	E	4
S2.03.O.020	Logică matematică	60	45	15	30	15	-		
F.03.O.021	Probabilități și statistică matematică	90	60	30	30	30	-	E	3
S1.03.O.022	Robotică	120	60	60	30	-	30	E	4
S1.03.O.023	Structuri de date și algoritmi	120	60	60	30	-	30	E	4
S1.03.O.024	Proiectarea Web	120	60	60	30	-	30	E	4
F.03.O.025	Psihologia personalității	90	30	60	14	16	-	E	3
U.03.A.026 U.03.A.027	Științe filosofice/ Prob. filos. ale domeniului de formare profesională	120	45	75	30	15	-	E	4
Total		900	480	420	269	121	90	-	30

Semestrul IV

Codul	Denumirea unității de curs	Total ore			Numărul de ore pe semestru			Forma de evaluare	Nr. credite
		Total	Direct	Ind.	C	S	L		
S2.04.O.028	Ecuatii diferențiale	120	75	45	45	30	-	E	4
S2.04.O.029	Transformări geometrice	60	45	15	30	15	-	E	4
S2.04.O.030	Geometria constructivă	60	30	30	15	15	-		
S1.04.O.031	Grafica asistată la calculator	90	60	30	30	-	30	E	3
S1.04.O.032	Programarea vizuală	150	90	60	45	15	30	E	5
S1.04.O.033	Programarea aplicațiilor Web Client	120	75	45	45	-	30	E	4
U.04.A.034 U.04.A.035 U.04.A.036	Sociologia/ Culturologia/ Științe econom. și politice	120	45	75	30	15	-	E	4
G.04.O.037	Tehnici de comunicare	60	30	30	14	16	-	E	2
F.04.O.038	Educația incluzivă	60	30	30	14	16	-	E	2
	Practica de inițiere în specialitate	60	-	60	-	-	-	E	2
Total		900	480	420	268	122	90	-	30

Anul III

Semestrul V

Codul	Denumirea unității de curs	Total ore			Numărul de ore pe semestru			Forma de evaluare	Nr. credite
		Total	Direct	Ind.	C	S	L		
S2.05.O.039	Analiză funcțională	60	45	15	30	15	-	E	2
S2.05.O.040	Grupuri și inele	60	45	15	30	15	-	E	2
S2.05.O.041	Metoda imaginilor	60	45	15	30	15	-	E	2
S1.05.O.042	Baze de date și cunoștințe	120	60	30	30	-	30	E	4
S1.05.O.043	Programare Java	120	60	30	30	-	30	E	6
S1.05.O.044	Programarea pentru device-uri mobile	60	30	30	15	-	15		
F.05.O.045	Didactica matematicii	120	60	60	30	30	-	E	4
F.05.O.046	Didactica informaticii	180	90	90	45	-	45	E	6
U.05.A.047 U.05.A.048 U.05.A.049	Civilizația europeană/ Integ. econom. europeană/ Politici educaționale în context european	120	45	75	30	15	-	E	4
Total		900	480	420	270	90	120	-	30

Semestrul VI

Codul	Denumirea unității de curs	Total ore			Numărul de ore pe semestru			Forma de evaluare	Nr. credite
		Total	Direct	Ind.	C	S	L		
S2.06.O.050	Analiză complexă	90	60	30	40	20	-	E	3
S2.06.O.051	Teoria polinoamelor	60	40	20	20	20	-	E	2
S2.06.O.052	Bazele geometriei euclidiene	60	40	20	20	20	-	E	2
S1.06.O.053	SGBD	60	40	20	20	-	20	E	2
S1.06.O.054	Limbaje de asamblare	90	60	30	30	-	30	E	3
S1.06.O.055	Programarea orientată pe obiecte	90	60	30	30	-	30	E	3
F.06.O.056	Teoria și metodologia evaluării	90	30	60	14	16	-	E	3
G.06.O.057	Etica profesională	60	30	30	14	16	-	E	2
	Practica pedagogică I	300	-	300	-	-	-	E	10
Total		900	360	540	188	92	80	-	30

Anul IV

Semestrul VII

Codul	Denumirea unității de curs	Total ore			Numărul de ore pe semestru			Forma de evaluare	Nr. credite
		Total	Direct	Ind.	C	S	L		
S2.07.O.058	Funcții elementare în domeniul complex	60	40	20	20	20	-	E	2
S2.07.A.059 S2.07.A.060	Geometria proiectivă/ Elem. de geom. neeuclidiene	60	40	20	20	20	-	E	2
S1.07.O.061	Criptografie și securitatea informației	90	50	40	30	-	20	E	3
S1.07.A.062 S1.07.A.063	Inteligența artificială/ Sisteme expert	60	40	20	20	-	20	E	2
S1.07.O.064	Metode numerice	120	90	30	50	-	40	E	4
S1.07.O.065	Programarea aplicațiilor client-server	90	50	40	30	-	20	E	3
S1.07.A.066 S1.07.A.067	Programarea logică/ Algoritmi genetici	120	50	70	30	-	20	E	4
	Practica pedagogică II	300	-	300	-	-	-	E	10
Total		900	360	540	200	40	120	-	30

Semestrul VIII

Codul	Denumirea unității de curs	Total ore			Numărul de ore pe semestru			Forma de evaluare	Nr. credite
		Total	Direct	Ind.	C	S	L		
S2.08.A.068 S2.08.A.069	Teoria funcției de var. reală/ Analiza matematică prin exemple și contraexemple	60	44	16	33	11	-	E	2
S2.08.O.070	Sisteme numerice	60	44	16	33	11	-	E	2
S1.08.O.071	Tehnici de programare	60	44	16	22	-	22	E	2
S1.08.O.072	Rețele de calculatoare	60	44	16	22	-	22	E	2
S1.08.A.073 S1.08.A.074	Rețele Petri și aplicații/ Sisteme electronice de calcul	60	44	16	33	-	11	E	2
	Practica de licență	240	-	240	-	-	-	E	8
	Examen de licență	360	-	360	-	-	-	E	12
Total		900	220	680	143	22	55	-	30

Stagiile de practică

Nr.	Stagiile de practică	Sem.	Numărul de săpt./ore	Perioada	Numărul de credite
1.	Practica de specialitate • de inițiere	IV	2 săpt./60 ore	aprilie-mai	2
2.	Practica pedagogică: • I • II	VI VII	5 săpt./300 ore 5 săpt./300 ore	ianuarie – februarie septembrie – octombrie	10 10
3.	Practica de licență (de cercetare, documentare, redactare finală a tezei de licență)	VIII	4 săpt./180 ore	aprilie – mai	8

Unitățile de curs la libera alegere

Nr.	Denumirea unității de curs	Anul	Sem.	Numărul de ore pe semestru			Forma de evaluare	Nr. credite
				C	S	L		
1.	Bazele metodologice ale cursului gimnazial de algebră	I	I	15	30	-	E	3
2.	Bazele metodologice ale cursului gimnazial de geometrie	I	II	15	30	-	E	3
3.	Limbaje și sisteme de contemporane de programare	II	III	30	-	15	E	3
4.	Bifurcații și aplicațiile lor/ Metode și tehnici de prelucrare a sondajelor	II	IV	30	15	-	E	3
5.	Singularități și soluții algebrice	III	V	30	15	-	E	3
6.	Securitatea muncii	III	V	15	15	-	E	2
7.	Protecția civilă	III	VI	15	15	-	E	2
8.	Teoria jocurilor și programare	III	VI	30	-	15	E	3
9.	Testarea produselor program	VI	VII	30	-	15	E	3
10.	Modelarea matematică	IV	VIII	30	15	-	E	3
Total				240	135	45	-	28

Examen de licență

Nr.	Denumirea activității	Perioada	Nr. credite
1.	Susținerea tezei de licență	iunie	12

Decanul facultății FMTI

dr., conf. univ. A. Braicov

Șef catedră Algebră, Geometrie și Topologie

dr. hab., prof. univ. M. Cioban

Șef catedră Informatică și Tehnologii informaționale

dr. hab., prof. univ. L. Chiriac

Șef catedră Analiză matematică și Ecuații diferențiale

dr. hab., conf. univ. D. Cozma

Șef catedră Didactica matematicii, fizicii și informaticii

dr. hab., prof. univ. L. Calmuțchi

Șef catedră Fizică teoretică și Experimentală

dr., conf. univ. I. Postolachi

Șef DMPIAC

dr., conf. univ. I. Codreanu

Учреждение высшего образования
и организации образовательного процесса
Внесено в реестр ОП МПГУ
№ 7740

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Московский педагогический государственный университет"

УЧЕБНЫЙ ПЛАН

подготовки бакалавров

09.03.03

Направление 09.03.03 ПРИКЛАДНАЯ ИНФОРМАТИКА

Кафедра: теоретической информатики и дискретной математики

Факультет: Математический факультет

Квалификация: бакалавр
Программа подготовки: академ. бакалавриат
Форма обучения: очная
Срок обучения: 4г
Виды деятельности
- проектная
- производственно-технологическая
- научно-исследовательская

Год начала подготовки
(по учебному плану)

Образовательный стандарт

2017

2017

12.03.2015

СОГЛАСОВАНО

Начальник отдела развития образовательных программ
бакалавриата, специалитета, СПО УАП и СОП

Декан факультета

Руководитель ОП

 / Акимова А.И.
 / Поликарпов С.А.
 / Каракозов С.Д.

Проректор по учебной работе
УТВЕРЖДАЮ

Воттова Е.П.
20.11.17

1. Календарный учебный график

[illegible]

2. Сводные данные

	Курс 1		Курс 2		Курс 3		Курс 4		Итого
	сбм. 1	сбм. 2	сбм. 1	сбм. 2	сбм. 1	сбм. 2	сбм. 1	сбм. 2	
Теоретическое обучение	18	18	36	36	18	18	14	11	131
Экзаменационные сессии	3	3	6	6	3	3	3	3	21
Учебная практика (рассред.)					2	2			2
Научно-исследовательская работа							2	2	2
Производственная практика							2	4	6
Гос. экзамены и/или защита ВКР								6	6
Каникулы	2	8	10	2	8	10	2	8	10
Итого	23	29	52	23	29	52	23	29	52
Студентов	20								208
Групп	1								

[illegible]

Занятия и семестры																	Закрепленная кафедра	Компетенции
Курс 3																		
Семестр 5 (18 нед)					Семестр 6 (18 нед)					Семестр 7 (14 нед)					Семестр 8 (11 нед)			
Лек	Лаб	Пр	СР	Контроль	ЗЕТ	Лек	Лаб	Пр	СР	Контроль	ЗЕТ	Лек	Лаб	Пр	СР	Контроль		
137						18	36		45	45	4						77 ПК-1, 5, 6, 7	
140												14	28		57	45	4	77 ПК-3
143	18	36	54	3	36	36	36	36	4								77 ОПК-2; ПК-23	
146																	77 ПК-11	
149												14	28	30	36	3	79 ОПК-4; ПК-1, 14	
153	36	36	24	48	4												75 ОПК-2	
156																	79 ПК-23	
159																	79 ПК-23	
162	36	36	24	48	4												77 ПК-23	
165																	77 ОПК-2; ПК-23	
171	36	126	288	11	36	54	108	4		60	288	9		44	100	4		
173		54				54				4							49 ОК-8	
177																	77 ОПК-3	
178										28	116	4					77 ОПК-3	
181										28	116	4					46 ОПК-3	
184																	73 ПК-23	
185																	77 ПК-23	
188																		
191																	76 ПК-23	
192	36	108	4														77 ПК-2	
195	36	108	4															
198																		
199	36	72	3		36	108	4										77 ПК-23	
202	36	72	3		36	108	4										77 ПК-23	
203	36	72	3		36	108	4										77 ПК-23	
206																		
207										28	152	5		44	100	4	77 ПК-23	
210										28	152	5		44	100	4	79 ПК-23	
211										28	152	5		44	100	4	77 ПК-23	
214																		
215	36	108	4														77 ПК-11	
218	36	108	4														77 ПК-23	
224																		
225	Итого	СР	Алг	ЗЕТ	Итого	СР	Алг	ЗЕТ	Итого	СР	Алг	ЗЕТ	Итого	СР	Алг	ЗЕТ	Компетенции	
226					2	108	108	3	4	216	6	4	216	6				
228					2	108	108	3										
229					2	108	108	3									77 ПК-16, 24	
232					2	108			2	108	3							
233					2	108			2	108	3						77 ОПК-7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 15, 23, 24	
236					2	108			2	108	3	4	216	6				
237					2	108			2	108	3						77 ПК-14, 16, 24	
238												4	216	6			77 ОПК-1, 2, 3, 4	
241	Итого	СР	Алг	ЗЕТ	Итого	СР	Алг	ЗЕТ	Итого	СР	Алг	ЗЕТ	Итого	СР	Алг	ЗЕТ	Компетенции	
242																		

Индекс	Наименование	Формы контроля		Всего часов										Распределение																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
				в том числе																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																			
		Экзамны	Зачеты	Зачеты с оценкой	Курсовые работы	по плану	по факту	из них		по плану	по факту	по плану	по факту	по плану	по факту	по плану	по факту	по плану	по факту	по плану	по факту	по плану	по факту	по плану	по факту	по плану	по факту	по плану	по факту																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
								ЗЕТ	ЗЕТ																					ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ	ЗЕТ

Уроки и семестры		Курс 3												Курс 4												Закрепленная кафедра					
		Семестр 5 (18 нед)				Семестр 6 (18 нед)				Семестр 7 (14 нед)				Семестр 8 (11 нед)																	
		Лек	Лаб	Пр	СР	Контроль	ЗЕТ	Лек	Лаб	Пр	СР	Контроль	ЗЕТ	Лек	Лаб	Пр	СР	Контроль	ЗЕТ	Лек	Лаб	Пр	СР	Контроль	ЗЕТ						
243																															
246	Лек	Лаб	Пр	СР	Контроль	ЗЕТ	Лек	Лаб	Пр	СР	Контроль	ЗЕТ	Лек	Лаб	Пр	СР	Контроль	ЗЕТ	Лек	Лаб	Пр	СР	Контроль	ЗЕТ	Лек	Лаб	Пр	СР	Контроль	ЗЕТ	Компетенции
247																															Компетенции
248																															Компетенции
249	Лек	Лаб	Пр	СР	Контроль	ЗЕТ	Лек	Лаб	Пр	СР	Контроль	ЗЕТ	Лек	Лаб	Пр	СР	Контроль	ЗЕТ	Лек	Лаб	Пр	СР	Контроль	ЗЕТ	Лек	Лаб	Пр	СР	Контроль	ЗЕТ	Компетенции
253	Неделя																														Компетенции
254	Итого																														Компетенции
255																															Компетенции
256																															Компетенции
257	Лек	Лаб	Пр	СР	Контроль	ЗЕТ	Лек	Лаб	Пр	СР	Контроль	ЗЕТ	Лек	Лаб	Пр	СР	Контроль	ЗЕТ	Лек	Лаб	Пр	СР	Контроль	ЗЕТ	Лек	Лаб	Пр	СР	Контроль	ЗЕТ	Компетенции
258																															Компетенции
259																															Компетенции
260																															Компетенции
261																															Компетенции
262																															Компетенции

СВОДНЫЕ ДАННЫЕ Учебный план бакалавров «Д.09.03.03. Прикладная информатика. 2017», академ.группа хмл, код направления 09.03.03, год начала подготовки 2017

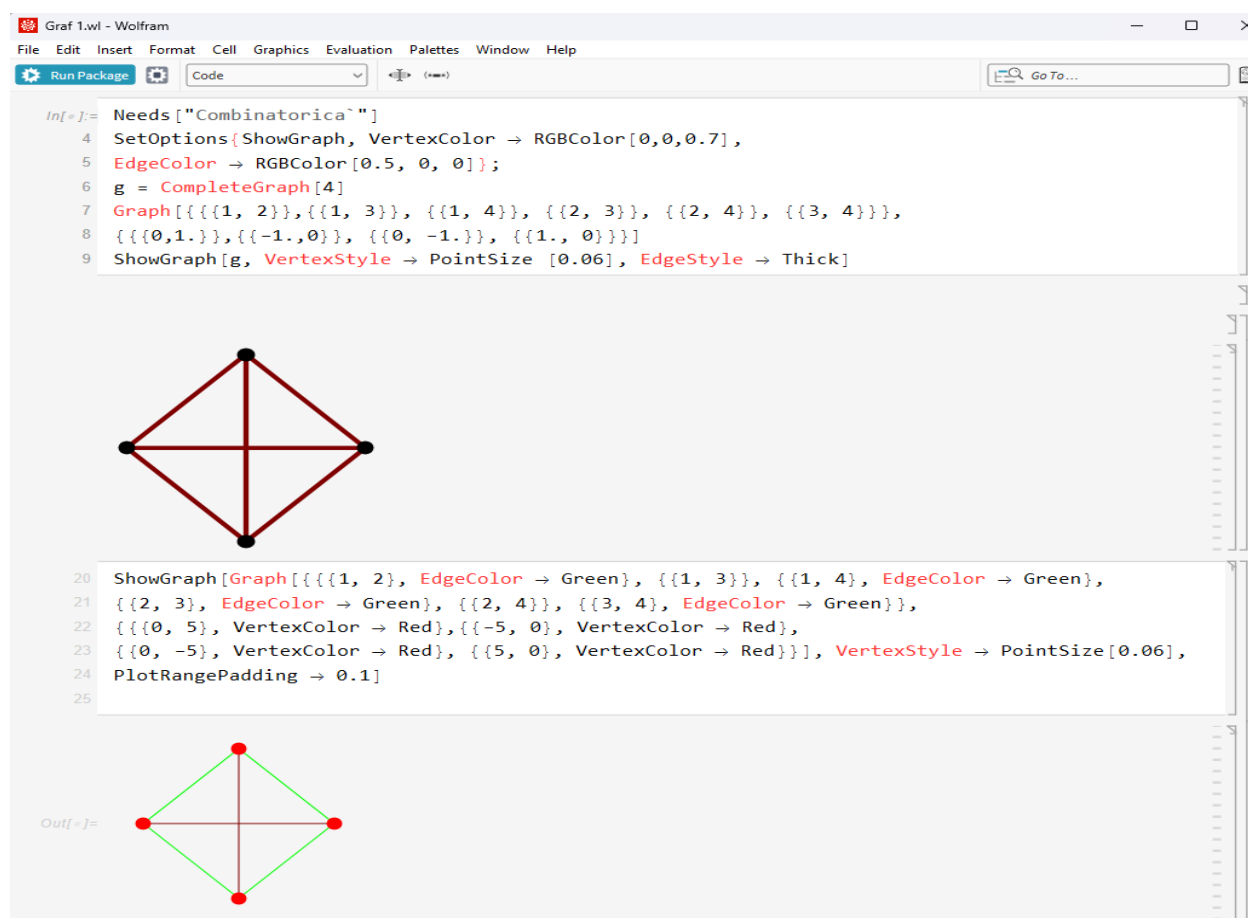
	Итого										Курс 1		Курс 2				Курс 3				Курс 4			
	Баз. %	Вар. %	ДВ(от Вар.%)	ЗЕТ			Всего	Сем 1	Сем 2	Всего	Сем 3	Сем 4	Всего	Сем 5	Сем 6	Всего	Сем 7	Сем 8						
				Мин.	Макс.	Факт																		
Итого				238	253	242	60	30	30	60	30	30	60	30	30	60	30	30	62	31	31			
Итого по ООП (без факультативов)				237	243	240	60	30	30	60	30	30	60	30	30	60	30	30	60	30	30			
Итого по блоку Б1	53%	47%	30,3%	216	216	216	60	30	30	60	30	30	57	30	27	39	24	15						
Дисциплины (модули)	53%	47%	30,3%	216	216	216	60	30	30	60	30	30	57	30	27	39	24	15						
Базовая часть				105	114	114	36	19	17	39	22	17	23	8	15	16	8	8						
Вариативная часть				102	111	102	24	11	13	21	8	13	34	22	12	23	16	7						
Практики				15	18	15							3		3	12	6	6						
Базовая часть																								
Вариативная часть				15	18	15							3		3	12	6	6						
Гос/д/р/с/в/е/н/а/я и/т/о/в/а/я ат/т/е/с/т/а/ц/и/я				6	9	9										9		9						
Базовая часть				6	9	9										9		9						
Вариативная часть																								
Факультативы				1	10	2										2	1	1						
Доля ... занятий от аудиторных в интерактивной форме	лекционных					33,21%																		
						0%																		
Учебная нагрузка (час/нед)	ООП, факультативы (в период ТО)			53,9	-	54	54	-	54	54	-	54	54	-	54	54	-	53,7	52,4					
	ООП, факультативы (в период экз. сессий) в период гос. экзаменов			53,6	-	54	54	-	54	54	-	54	54	-	54	54	-	51	18					
	Аудиторная (ООП - элект. курсы по физ.к.)(чистое ТО)			18																				
	Ауд. (ООП - элект. курсы по физ.к.) с расср. практ. и НИР			24,2	-	27	27	-	26	25	-	24	24,8	-	18	18		18	18					
				23,9	-	27	27	-	26	25	-	24	22	-	18	18		18	18					
Обязательные формы контроля	Аудиторная (элект. курсы по физ.к.)			2,6	-	3	3	-	3	3	-	3		-	3	3,4	-	0,3						
	ЭКЗАМЕНЫ (Экз)																							
	ЗАЧЕТЫ (За)			8	4	4	4	8	4	4	8	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4		
	ЗАЧЕТЫ С ОЦЕНКОЙ (Зао)			4	1	3	4	2	2	7	5	2	4	2	4	2	2	2	2	2	2	2		
	КУРСОВЫЕ ПРОЕКТЫ (КП)			4	1	3	5	2	3	1				1	2									
	КУРСОВЫЕ РАБОТЫ (КР)													2	1	1								
	КОНТРОЛЬНЫЕ (К)																							
	ОЦЕНКИ ПО РЕЙТИНГУ (Оц)																							
	РЕФЕРАТЫ (Рэф)																							
	ЭССЕ (Эс)																							
	ПРР (ПРР)																							

Anexa 10. Exemple de implementare a sistemelor soft matematice și platformelor online la studierea Teoriei Grafurilor

A 10.1. Mathematica

Problema 1. În aplicația Wolfram Mathematica 14.1, creează un graf complet cu 4 noduri (K_4) și afișează-l în două moduri diferite:

1. Prima afișare: Plasează nodurile în poziții specifice: $\{0, 1\}$, $\{-1, 0\}$, $\{0, -1\}$, $\{1, 0\}$, cu muchii groase și noduri de dimensiune 0.06.
2. A doua afișare: Folosește aceleași muchii, dar colorează muchiile în verde, nodurile în roșu, păstrează dimensiunea nodurilor la 0.06 și schimbă în poziții specifice: $\{0, 5\}$, $\{-5, 0\}$, $\{0, -5\}$, $\{5, 0\}$.



Problema 2. Problema de colorare a hărților.

Să considerăm o hartă simplificată a Europei care include următoarele țări vecine: Franța, Germania, Belgia, Luxemburg, Elveția, Italia, Austria și Liechtenstein. Această hartă poate fi reprezentată ca un graf, unde fiecare țară este un nod, iar muchiile indică vecinătatea (granițele comune). Utilizând un algoritm greedy în Wolfram Mathematica 14.1 este să colorăm nodurile

(țările) astfel încât nicio țară vecină să nu aibă aceeași culoare, utilizând un algoritm greedy și un set de patru culori (roșu, verde, albastru, galben), conform teoremei celor patru culori.

ColorMap2.wl - Wolfram

File Edit Insert Format Cell Graphics Evaluation Palettes Window Help

Run Package Code Go To...

```

3 (* Definim lista de noduri și muchii *)
4 vertices = {"France", "Germany", "Belgium", "Luxembourg", "Switzerland", "Italy", "Austria", "Liechtenstein"};
5 edges = {UndirectedEdge["France", "Belgium"], UndirectedEdge["France", "Luxembourg"],
6         UndirectedEdge["France", "Germany"], UndirectedEdge["France", "Switzerland"],
7         UndirectedEdge["France", "Italy"], UndirectedEdge["Germany", "Belgium"],
8         UndirectedEdge["Germany", "Luxembourg"], UndirectedEdge["Germany", "Switzerland"],
9         UndirectedEdge["Germany", "Austria"], UndirectedEdge["Belgium", "Luxembourg"],
10        UndirectedEdge["Switzerland", "Italy"], UndirectedEdge["Switzerland", "Austria"],
11        UndirectedEdge["Switzerland", "Liechtenstein"], UndirectedEdge["Italy", "Austria"]};
12 (* Construim graful *)
13 g = Graph[vertices, edges];
14 (* Definim culorile disponibile *)
15 colors = {Red, Green, Blue, Yellow};
16 (* Construim lista de adiacență manual pentru a evita VertexList *)
17 adjacency = <|
18   "France" → {"Belgium", "Luxembourg", "Germany", "Switzerland", "Italy"},
19   "Germany" → {"Belgium", "Luxembourg", "France", "Switzerland", "Austria"},
20   "Belgium" → {"France", "Luxembourg", "Germany"},
21   "Luxembourg" → {"France", "Belgium", "Germany"},
22   "Switzerland" → {"France", "Germany", "Italy", "Austria", "Liechtenstein"},
23   "Italy" → {"France", "Switzerland", "Austria"},
24   "Austria" → {"Germany", "Switzerland", "Italy", "Liechtenstein"},
25   "Liechtenstein" → {"Switzerland", "Austria"}
26 >;
27 (* Implementăm colorarea greedy *)
28 coloring = Module[{usedColors, vertexColors = <| >, availableColor},
29   Do[
30     (* Culorile vecinilor nodului curent *)
31     usedColors = Select[vertexColors /@ Lookup[adjacency, v, {}], # != Null &];
32     (* Prima culoare disponibilă care nu este folosită de vecini *)
33     availableColor = First[Complement[colors, usedColors], colors[1]];
34     vertexColors[v] = availableColor,
35     {v, vertices}
36   ];
37   vertexColors
38 ];
39 (* Afișăm graful cu culorile atribuite *)
40 Graph[g, VertexStyle → (Normal[coloring]), VertexLabels → "Name", VertexSize → 0.3, EdgeStyle → Thick]

```

Out[] =

A 10.2. MATLAB

Problema 1: Crearea unui graf neorientat din 5 noduri și 6 muchii, afișarea acestuia, determinarea matricei de adiacență și gradul nodurilor, calcularea celui mai scurt drum între nodurile 1 și 5.

Crearea grafului: Se definește un graf neorientat cu 5 noduri și muchii specificate (ex. [1 2] înseamnă o muchie între nodurile 1 și 2). Funcția graph creează obiectul grafului.

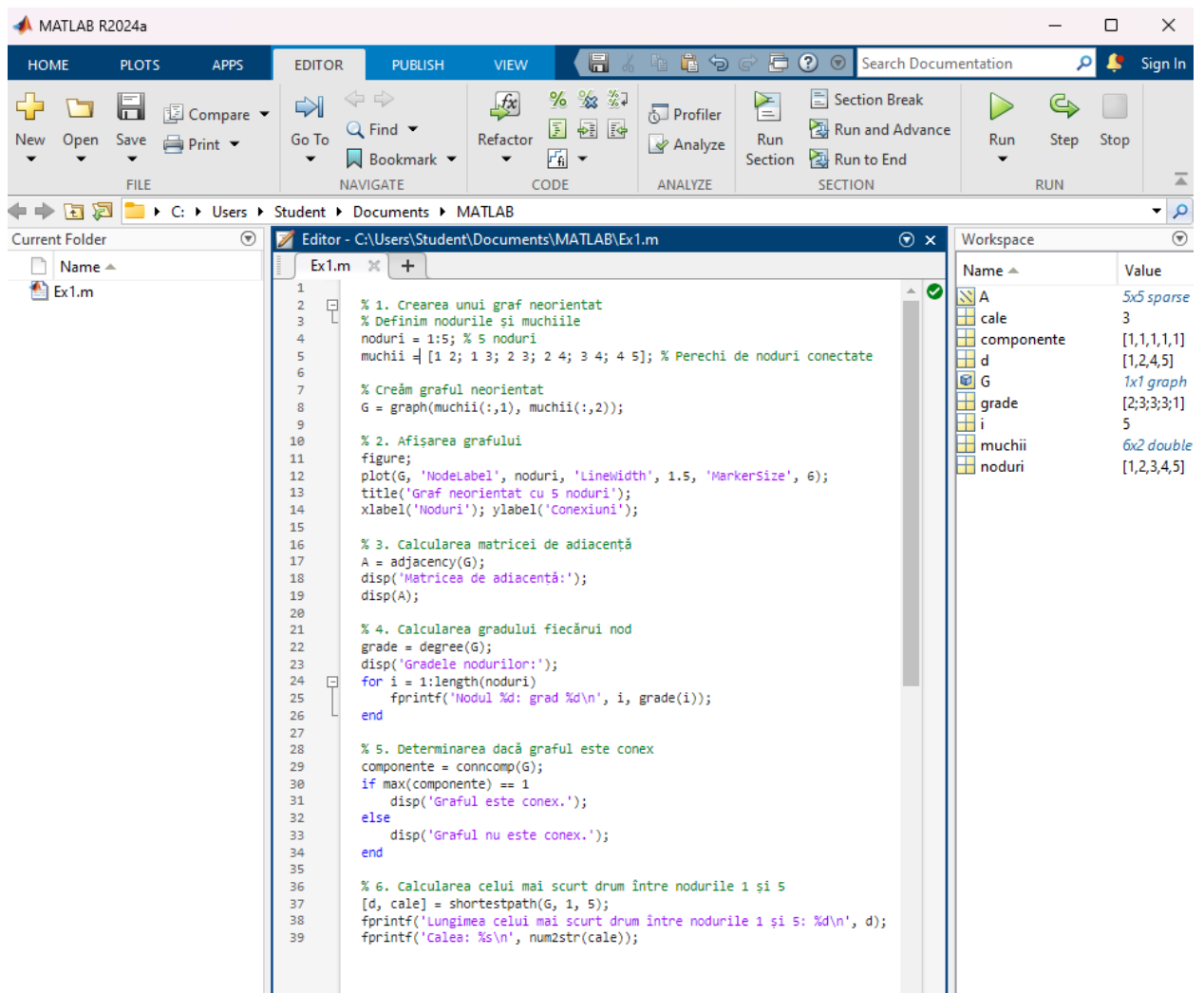
Afișarea grafului: Funcția plot desenează graful, cu etichete pentru noduri și stil personalizat.

Matricea de adiacență: Funcția adjacency returnează matricea de adiacență, care arată conexiunile dintre noduri (1 dacă există muchie, 0 dacă nu).

Gradele nodurilor: Funcția degree calculează câte muchii sunt incidente fiecărui nod.

Conexitate: Funcția conncomp verifică dacă graful este conex (toate nodurile sunt accesibile unele de altele).

Cel mai scurt drum: Funcția shortestpath găsește drumul minim între nodurile 1 și 5 și afișează lungimea și calea.



The screenshot displays the MATLAB R2024a environment. The main window shows a script named 'Ex1.m' with the following code:

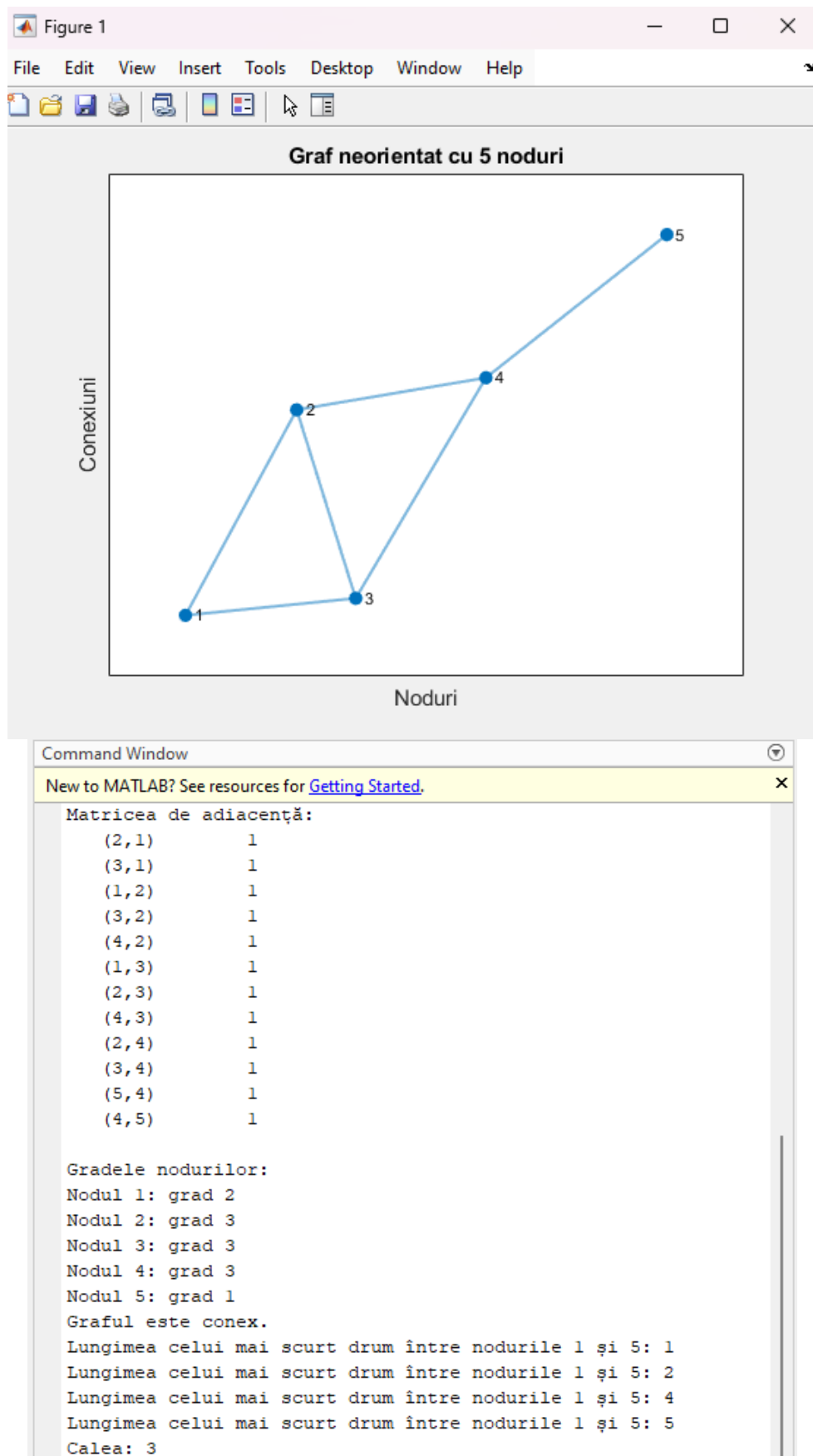
```
1 % 1. Crearea unui graf neorientat
2 % Definim nodurile și muchiile
3 noduri = 1:5; % 5 noduri
4 muchii = [1 2; 1 3; 2 3; 2 4; 3 4; 4 5]; % Perechi de noduri conectate
5
6 % Creăm graful neorientat
7 G = graph(muchii(:,1), muchii(:,2));
8
9
10 % 2. Afișarea grafului
11 figure;
12 plot(G, 'NodeLabel', noduri, 'LineWidth', 1.5, 'MarkerSize', 6);
13 title('Graf neorientat cu 5 noduri');
14 xlabel('Noduri'); ylabel('Conexiuni');
15
16 % 3. Calcularea matricei de adiacență
17 A = adjacency(G);
18 disp('Matricea de adiacență:');
19 disp(A);
20
21 % 4. Calcularea gradului fiecărui nod
22 grade = degree(G);
23 disp('Gradele nodurilor:');
24 for i = 1:length(noduri)
25     fprintf('Nodul %d: grad %d\n', i, grade(i));
26 end
27
28 % 5. Determinarea dacă graful este conex
29 componente = conncomp(G);
30 if max(componente) == 1
31     disp('Graful este conex.');

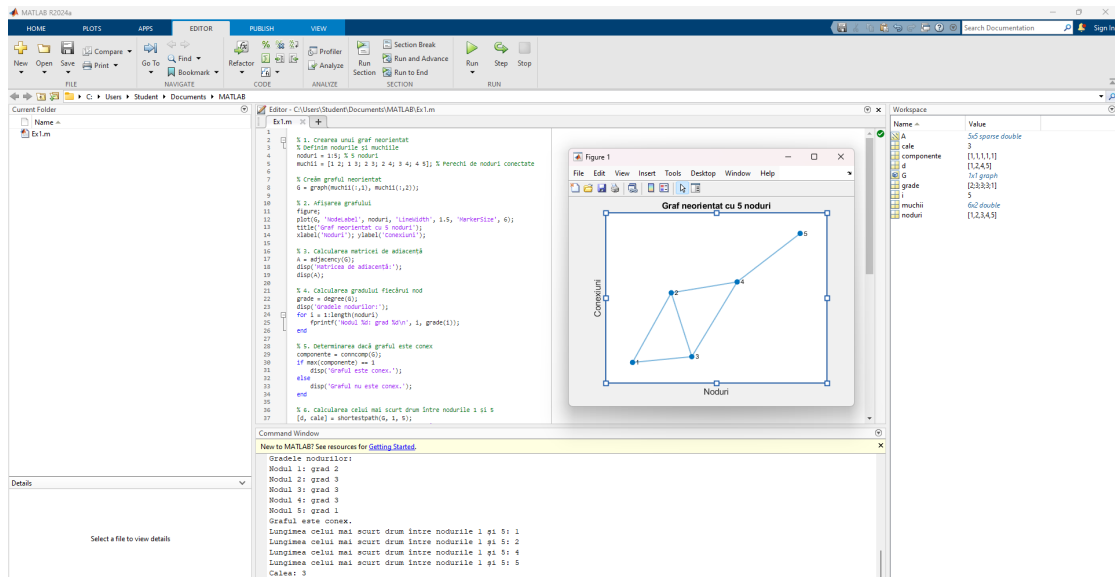
The Workspace window on the right shows the following variables:



| Name       | Value       |
|------------|-------------|
| A          | 5x5 sparse  |
| cale       | 3           |
| componente | [1,1,1,1,1] |
| d          | [1,2,4,5]   |
| G          | 1x1 graph   |
| grade      | [2;3;3;3;1] |
| i          | 5           |
| muchii     | 6x2 double  |
| noduri     | [1,2,3,4,5] |


```





A 10.3. Teoria Grafurilor - campionedu.ro

APLICATII

Objective

PARCURGEREA GRAFURILOR NEORIENTATE

METODA DE PARCURGERE BF (Breadth First)



(folosim drept relație de ordine între vârfurile grafului, relația de ordine existentă în mulțimea numerelor naturale)

Pas 1. Pentru $i=1, n$ execută $VIZ[i]=0$ {inițial toate vârfurile sunt nevizitate}

Pas 2. $C[1]=x$; $VIZ[x]=1$ {punem în coadă nodul x și îl vizităm}

Pas 3. $p=1$; $u=1$ {în p memorăm indicele primului element, iar în u indicele ultimului element din coadă}

Pas 4. Cât timp $p \leq u$ execută {cât timp coada e nevidă}

Pas 4.1. $v=C[p]$; $p=p+1$ {scoatem din coadă nodul curent v }

Pas 4.2. Pentru toți vecinii i ai lui v nevizitați încă execută

$u:=u+1$; $C[u]=i$ {adăugăm nodul i la coadă}

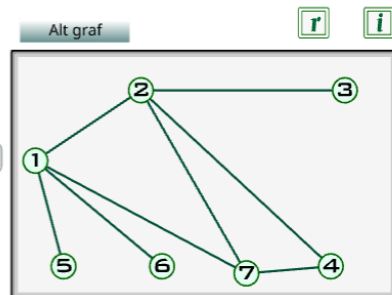
$VIZ[i]=1$ {vizităm nodul i }

Alegeți nodul de plecare (click pe nod) apoi apăsați butonul

start

Coadă

VIZ



Sursa Pascal

Sursa C++

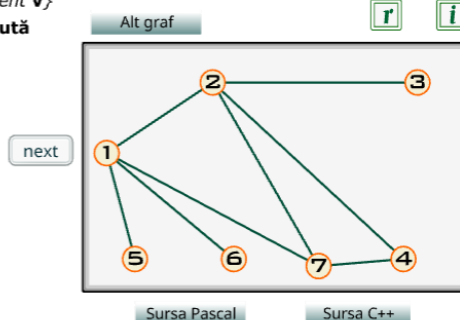
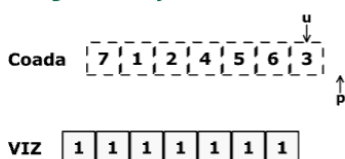
METODA DE PARCURGERE BF (Breadth First)



(folosim drept relație de ordine între vârfurile grafului, relația de ordine existentă în mulțimea numerelor naturale)

- Pas 1.** Pentru $i:=1, n$ execută $VIZ[i]:=0$ {inițial toate vârfurile sunt nevizitate}
Pas 2. $C[1]:=x$; $VIZ[x]:=1$ {punem în coadă nodul x și îl vizităm}
Pas 3. $p:=1$; $u:=1$ {în p memorăm indicele primului element, iar în u indicele ultimului element din coadă}
Pas 4. Cât timp $p \leq u$ execută {cât timp coada e nevidă}
Pas 4.1. $v:=C[p]$; $p:=p+1$ {scoatem din coadă nodul curent v }
Pas 4.2. Pentru toți vecinii i ai lui v nevizați încă execută
 $u:=u+1$; $C[u]:=i$ {adăugăm nodul i la coadă}
 $VIZ[i]:=1$ {vizităm nodul i }

Parcurea în lățime este în vectorul Coada

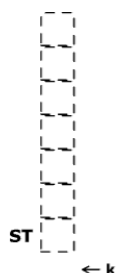


METODA DE PARCURGERE DF (Depth First)



(folosim drept relație de ordine între vârfurile grafului, relația de ordine existentă în mulțimea numerelor naturale)

- Pas 1.** Pentru $i:=1, n$ execută $VIZ[i]:=0$ {inițial toate vârfurile sunt nevizitate}
Pas 2. $ST[1]:=x$; $VIZ[x]:=1$; scrie x {punem în stivă nodul x , îl vizităm și îl tipărim}
Pas 3. $k:=1$ { k memorează indicele elementului din vârful stivei}
Pas 4. Cât timp $k > 0$ execută {cât timp stiva e nevidă}
Pas 4.1. $v:=ST[k]$; {nodul v va fi nodul din vârful stivei}
Pas 4.2. Caută primul succesor nevizitat al lui v (fie acesta y)
Pas 4.3. Dacă nu există atunci $k:=k-1$
 altfel scrie y ; $VIZ[y]:=1$; {îl tipărim, îl vizităm}
 $k:=k+1$; $ST[k]:=y$ {îl punem pe stivă}



VIZ

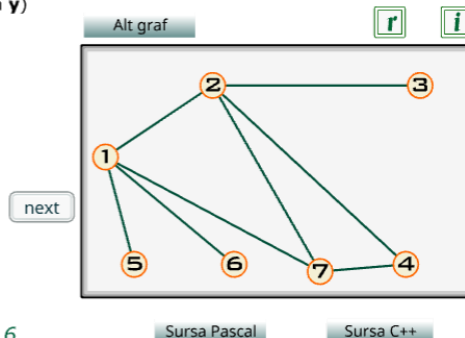
1	1	1	1	1	1	1
---	---	---	---	---	---	---

Nodul de plecare x este 7

Elementul din vârful stivei este 7

Nu există succesor nevizitat

Parcurea în adâncime este 7 1 2 3 4 5 6

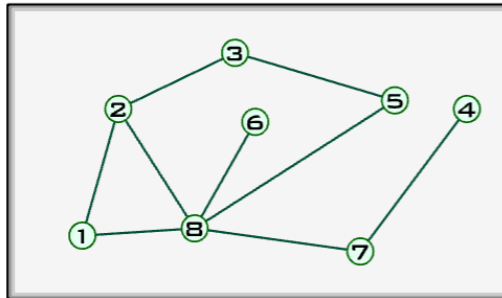




EXERCITIUL 1

- Desenați un graf, apoi apăsați unul din butoanele **parcursere în adâncime** respectiv **parcursere în lățime** pentru a obține succesiunea de noduri rezultată în urma parcurgerii alese.

(folosim drept relație de ordine între vârfurile grafului, relația de ordine existentă în mulțimea numerelor naturale)



Parcurgerile în lățime sunt:

De la nodul 1: 1 2 8 3 5 6 7 4
 De la nodul 2: 2 1 3 8 5 6 7 4
 De la nodul 3: 3 2 5 1 8 6 7 4
 De la nodul 4: 4 7 8 1 2 5 6 3
 De la nodul 5: 5 3 8 2 1 6 7 4
 De la nodul 6: 6 8 1 2 5 7 3 4
 De la nodul 7: 7 4 8 1 2 5 6 3
 De la nodul 8: 8 1 2 5 6 7 3 4

Adaugă noduri

Trasează muchii



Mută noduri

Șterge graful

Parcursere în lățime

Parcursere în adâncime

A 10.4. Graphonline graphonline.ru

Problema. Determinarea drumurilor minime în grafuri, utilizând algoritmi Dijkstra și Floyd

Se consideră un graf orientat, ponderat cu 4 noduri, reprezentat în imaginea de mai jos.

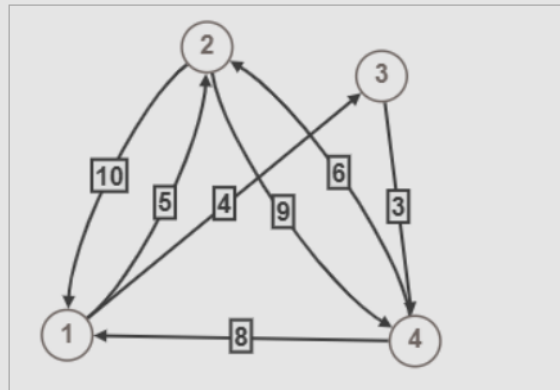
- 1) Construiți acest graf, utilizând platforma graphonline.ru și afișează matricea de adiacență a grafului.
- 2) Utilizând algoritmul Dijkstra, găsește cel mai scurt drum de la nodul 1 la toate celelalte noduri (2, 3, 4) și afișează lungimile drumurilor și traseele corespunzătoare.
- 3) Utilizând algoritmul Floyd-Warshall, calculează matricea distanțelor minime între toate perechile de noduri și afișează rezultatul.
- 4) Verifică rezultatele prin compararea cu drumul cel mai scurt evidențiat în imagine (de la 1 la 3, cu lungimea 7, conform căii $1 \rightarrow 3 \rightarrow 4$).

Find shortest path

Create graph and find the shortest path. On the Help page you [will find tutorial video](#).

Graph View Default m + Add vertex v Connect vertices e Algorithms Remove object

Select and move objects by mouse or move workspace. Use Ctrl to select several objects.



Adjacency Matrix

Setup adjacency matrix. Use comma "," as separator

```

0, 5, 4, 0,
10, 0, 0, 9,
0, 0, 0, 3,
8, 6, 0, 0,
  
```

Algorithms Remove object r Settings Undo ctrl+z

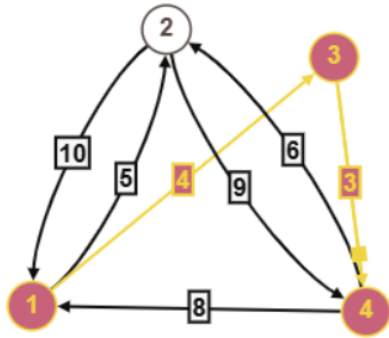
- Find shortest path using Dijkstra's algorithm
- Depth-first search
- Breadth-first search
- Find all shortest paths from vertex
- Find the longest path
- Find all paths
- Find Eulerian path
- Find Eulerian cycle
- Find Hamiltonian path
- Find Hamiltonian cycle
- Floyd-Warshall algorithm
- Search of minimum spanning tree
- Graph coloring
- Arrange the graph
- Find Maximum flow
- Check Graphs Isomorphism
- Max Clique
- Calculate vertices degree
- Search graph radius and diameter
- Visualisation based on weight
- Find connected components

Find shortest path

Create graph and find the shortest path. On the Help page you [will find tutorial video](#).

Graph View Default _m + Add vertex _v Connect vertices _e Algorithms Remove

Shortest path length is 7: 1⇒3⇒4

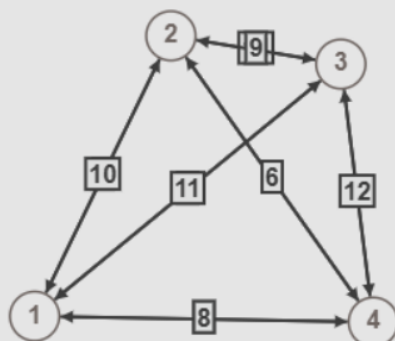


Find shortest path

Create graph and find the shortest path. On the Help page you [will find tutorial video](#).

Graph View Default _m + Add vertex _v Connect vertices _e Algorithms Remove

Graph of minimal distances Check to save ☒



Distance matrix

Matrix of minimal distances

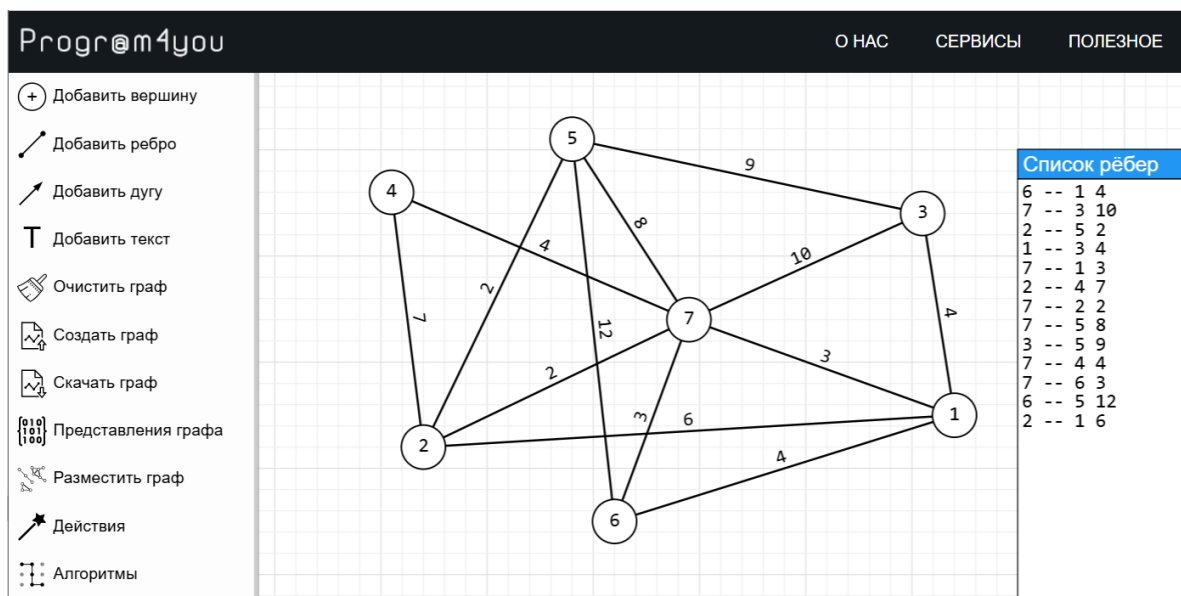
```
0, 5, 4, 7,
10, 0, 14, 9,
11, 9, 0, 3,
8, 6, 12, 0,
```

A 10.5. Graph redactor – programforyou.ru

Problema. Determinarea arborelui de cost minim utilizând algoritmi Kruskal și Prim.

Se consideră un graf neorientat, ponderat cu 7 noduri, reprezentat în imaginea de mai jos.

- 1) Utilizând algoritmul Kruskal, determină arborele parțial de cost minim pentru graf și afișează muchiile selectate împreună cu costul total.
- 2) Utilizând algoritmul Prim, găsește arborele parțial de cost minim pornind de la nodul 1 și afișează muchiile selectate împreună cu costul total.
- 3) Verifică conectivitatea graf-ului utilizând o căutare în adâncime (DFS) sau căutare în lățime (BFS) pentru a confirma că toate nodurile sunt accesibile.
- 4) Afișează graf-ul original și arborele parțial rezultat pentru a ilustra soluția.





Алгоритм Прима (MST)

Program4you

О НАС

СЕРВИСЫ

ПОЛ

+ Добавить вершину

↗ Добавить ребро

↗ Добавить дугу

T Добавить текст

🧹 Очистить граф

📄 Создать граф

📄 Скачать граф

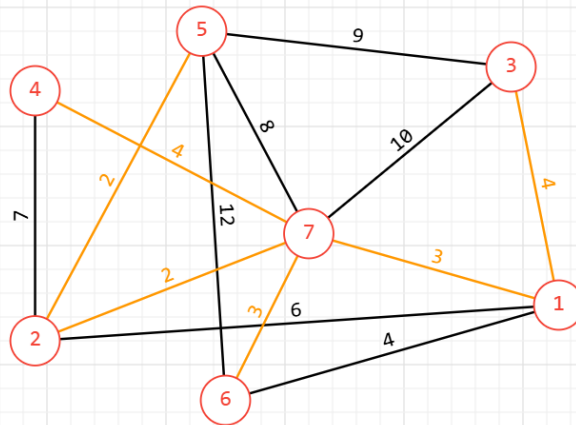
{0:0} Представления графа

📄 Разместить граф

★ Действия

⋮ Алгоритмы

Вес минимального остовного дерева: 18



Обход в глубину (DFS)

Выберите начальную вершину для обхода в глубину

Обход в глубину: 1, 2, 4, 5, 3, 7, 6

2, 1, 3, 5, 4, 7, 6

3, 1, 2, 4, 5, 6, 7

4, 2, 1, 3, 5, 6, 7

5, 2, 1, 3, 7, 4, 6

6, 1, 2, 4, 5, 3, 7

7, 1, 2, 4, 5, 3, 6



Обход в ширину (BFS)

Выберите начальную вершину для обхода в ширину

Обход в ширину: 1, 2, 3, 6, 7, 4, 5

2, 1, 4, 5, 7, 3, 6

3, 1, 5, 7, 2, 6, 4

4, 2, 5, 7, 1, 3, 6

5, 2, 3, 4, 6, 7, 1

6, 1, 5, 7, 2, 3, 4

7, 1, 2, 3, 4, 5, 6

DECLARAȚIA PRIVIND ASUMAREA RĂSPUNDERII

Subsemnata, declar pe răspundere personală că materialele prezentate în teza de doctorat sunt rezultatul propriilor cercetări și realizări științifice. Conștientizez că, în caz contrar, urmează să suport consecințele în conformitate cu legislația în vigoare.

Bostan Marina

20.05.2025

CURRICULUM VITAE



Curriculum vitae Europass Informații personale

Nume / Prenume **BOSTAN Marina**
Telefon(oane) Mobil: +37369771565
E-mail(uri) bostan.marina@upsc.md
Naționalitate(-tăți) moldoveancă
Data nașterii 13.01.1983
Sex feminin

Locul de muncă vizat **Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă” din Chișinău**
/ Domeniul **Facultatea Fizică, Matematică și Tehnologii Informaționale**
ocupational **Catedra de Informatică și Tehnologii informaționale**
asistent universitar

Experiența profesională

Perioada	2022 - prezent
Funcția sau postul ocupat	Asistent universitar
Activități și responsabilități principale	Predarea cursurilor: Metode numerice, Grafuri, metode de parcurgere și reprezentări, Tehnologii informaționale și comunicaționale, Integrarea tehnologiilor informaționale în procesul didactic Cercetarea științifică în domeniu: elaborarea și implementarea resurselor educaționale; coordonare activităților științifice studențești
Numele și adresa angajatorului	UPS „Ion Creangă”, or. Chișinău, str. I. Creangă, 1
Perioada	2012 - 2022
Funcția sau postul ocupat	Lector universitar
Activități și responsabilități principale	Predarea cursurilor: Bazele programării I-II, Algoritmi numerici și Structuri de date, Structuri de date și tehnici de programare, Metode numerice, Rețele de calculatoare, Matematica computațională, Tehnologii de creare a softurilor educaționale, Cultura informațională și tehnologii informaționale în pedagogie, Tehnici avansate de Programare vizuală (laboratoare) Cercetarea științifică în domeniu: elaborarea și implementarea resurselor educaționale; coordonare stagii de practică profesională/pedagogică; coordonare activităților științifice studențești
Numele și adresa angajatorului	UPS „Ion Creangă”, or. Chișinău, str. I. Creangă, 1
Perioada	2018 - 2022
Funcția sau postul ocupat	Asistent universitar, facultatea Fizică, Matematică și Tehnologii Informaționale
Activități și responsabilități principale	Predarea cursului Teoria grafurilor, participarea la conferințele științifico-didactice
Numele și adresa angajatorului	Universitatea de Stat din Tiraspol, or. Chișinău, str. Gh. Iablocikin, 5.

Perioada	01.02.2018-31.12.2019
Funcția sau postul ocupat	Prodecanul facultății Științe ale Educației și Informatică
Activități și responsabilități principale	manager al procesului de studii la facultate ȘEI, elaborarea orarului de lecții, examene, consultații, responsabilă de completarea orarului online la facultate; elaborarea rapoartelor anuale privind managementul facultății.
Perioada	septembrie 2018 - prezent
Funcția sau postul ocupat	Profesor de informatică
Activități și responsabilități principale	Predarea disciplinei Informatică
Numele și adresa angajatorului	Liceul Teoretic European, or. Chișinău, str. Gh. Iablocikin, 2/1, of. 302
Perioada	2004 - 2012
Funcția sau postul ocupat	Lector asistent
Activități și responsabilități principale	Predarea cursurilor: Tehnologii informaționale în comunicație, Algoritmica și programare, Cursuri opționale la programare
Numele și adresa angajatorului	UPS „Ion Creangă”, or. Chișinău, str. I. Creangă, 1
Perioada	2009 - 2018
Funcția sau postul ocupat	Profesor de informatică, matematică
Activități și responsabilități principale	Predarea obiectelor: informatică (liceu, gimnaziu), matematică (liceu, gimnaziu)
Numele și adresa angajatorului	Liceul Teoretic Trușeni, mun. Chișinău, com. Trușeni, str. Gh. Madan, 60
Perioada	2003 - 2006
Funcția sau postul ocupat	operator
Numele și adresa angajatorului	SRL „Belcas – Com”, or. Chișinău, str. Negruzzi, 2
Educație	
Perioada	01.03.2021-20.03.2021
Calificarea / diploma obținută	Formare continuă
Disciplinele principale studiate / competențe profesionale dobândite	Probleme actuale ale didacticii informaticii, Psihopedagogie, Tehnologii Informaționale și Comunicaționale în Educație, Dezvoltare personală
Numele și tipul instituției de învățământ / furnizorului de formare	Universitatea de Stat din Tiraspol, or. Chișinău, str. Gh. Iablocikin,5
Perioada	2017-2019
Calificarea / diploma obținută	Master în Științe ale Educației – Tehnologii de creare a soft-urilor educaționale
Disciplinele principale studiate / competențe profesionale dobândite	Tehnologii avansate de programare vizuală, Didactica învățământului asistat de calculator, Tehnologii de creare a manualelor electronice și software-lor educaționale, Integrarea TIC în curriculum, Tehnologii de creare a software-lor pentru evaluarea cunoștințelor
Numele și tipul instituției de învățământ / furnizorului de formare	Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă” din Chișinău, str. I. Creangă, 1/3.
Perioada	2013 - 2017
Calificarea / diploma obținută	Studii doctorale 532-02 (informatică)

Disciplinele principale studiate / competențe profesionale dobândite	Informatică, Istoria didacticii Informaticii, Didactica Informaticii									
Numele și tipul instituției de învățământ / furnizorului de formare	Universitatea de Stat din Tiraspol, or. Chișinău, str. Gh. Iablocikin,5									
Perioada	2004 - 2005									
Calificarea / diploma obținută	Masterat la matematică									
Numele și tipul instituției de învățământ / furnizorului de formare	Universitatea de Stat din Tiraspol, or. Chișinău, str. Gh. Iablocikin,5									
Perioada	1999 - 2004									
Calificarea / diploma obținută	Studentă la specialitatea „Matematică și Informatică”, la Facultatea de Fizică și Matematică									
Numele și tipul instituției de învățământ / furnizorului de formare	Universitatea de Stat din Tiraspol, or. Chișinău, str. Gh. Iablocikin, 5									
Aptitudini și competențe personale										
Limbi materne	Rusă, Română									
Limbi străine cunoscute										
Autoevaluare										
	Înțelegere				Vorbire			Scriere		
	Ascultare		Citire		Participare la conversație		Discurs oral		Exprimare scrisă	
Limba engleză	B2	Utilizator independent	B2	Utilizator independent	B1	Utilizator independent	B1	Utilizator independent	B1	Utilizator independent
Limba franceză	A1	Utilizator elementar	A2	Utilizator elementar	A1	Utilizator elementar	A1	Utilizator elementar	A1	Utilizator elementar
Competențe și abilități sociale	Abilități de lucru în echipă Abilități de comunicare Responsabilă									
Competențe și aptitudini organizatorice	Organizator al conferințelor studenților și a masteranzilor, seminarelor, meselor rotunde, traininguri cu cadre didactice									
Competențe și aptitudini tehnice	Abilitate în manipularea aparaturii (printer, scanner, xerox, proiector, tabla SmartBoard)									
Competențe și aptitudini de utilizare a calculatorului	MSOffice, Internet, Platforma Moodle, Pascal, Delphi 7, Dellphi 10Seattle, Maple 18									
Alte competențe și aptitudini	- loialitate; - disciplinată; - ordonată;- organizată; - conștiincioasă;-simț al răspunderii; - permis de conducere, categoria B									